

2013年度 論理回路理論 演習1 解答

学科： _____ 学籍番号： _____ 氏名： _____

1. 式変形によって、次式を証明せよ。 (各9点×6)

(1) $x(x \vee y) \vee x \vee (xy) = x$

(2) $(\bar{x} \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})(x \vee \bar{y}) = \overline{(x \vee xy \vee y)}$

(3) $xyz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} = x(y \vee z)$

(4) $\overline{(xy \vee yz \vee zx)} = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{z}\bar{x}$

(5) $F(x, y, z) = x \vee y \vee z$ のとき,

$$F(x, y, \overline{F(x, y, z)}) = x \vee y \vee \bar{z}$$

(6) $F(x, y, z) = \bar{x}y \vee x\bar{z} \vee yz$ のとき,

$$F(x, \overline{(\bar{x} \vee \bar{y})}, \overline{(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)}), z = x(y \vee \bar{z})$$

解答

(1)

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= x(x \vee y) \vee x \vee (xy) \\ &= x \vee xy \\ &= x \\ &= \text{(右辺)} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= (\bar{x}\bar{y} \vee \bar{x} \vee \bar{x}y \vee 0)(x \vee \bar{y}) & \text{(右辺)} &= \overline{(x \vee xy \vee y)} \\ &= \bar{x}(x \vee y) & &= \overline{(x \vee y)} \\ &= \bar{x}x \vee \bar{x}\bar{y} & &= \bar{x}\bar{y} \\ &= \bar{x}\bar{y} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= xz(y \vee \bar{y}) \vee xy\bar{z} \\ &= xz \vee xy\bar{z} \\ &= x(z \vee y\bar{z}) \\ &= x(yz \vee z \vee y\bar{z}) \\ &= x\{y(z \vee \bar{z}) \vee z\} \\ &= x(y \vee z) \\ &= \text{(右辺)} \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= (\overline{xy})(\overline{yz})(\overline{zx}) \\ &= (\overline{x \vee y})(\overline{y \vee z})(\overline{z \vee x}) \\ &= (\overline{x\overline{y} \vee \overline{xz} \vee \overline{y} \vee \overline{yz}})(\overline{z \vee x}) \\ &= (\overline{y \vee \overline{xz}})(\overline{z \vee x}) \\ &= \overline{yz} \vee \overline{x\overline{y}} \vee \overline{xz} \\ &= (\text{右辺})\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= x \vee y \vee \overline{x \vee y \vee z} \\ &= x \vee y \vee (\overline{z \cdot \overline{x \vee y}}) \\ &= (x \vee y \vee \overline{z})\{(x \vee y) \vee \overline{(x \vee y)}\} \\ &= x \vee y \vee \overline{z} \\ &= (\text{右辺})\end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned}\overline{(\overline{x \vee y})(\overline{x \vee y \vee z})} &= \overline{\overline{x \vee y}} \\ &= xy\end{aligned}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= F(x, xy, z) \\ &= \overline{xy} \vee \overline{xz} \vee xyz \\ &= \overline{xz} \vee xyz \\ &= x(\overline{z} \vee yz) \\ &= x(\overline{z} \vee y\overline{z} \vee yz) \\ &= x(y \vee \overline{z}) \\ &= (\text{右辺})\end{aligned}$$

2. ある不完全定義論理関数 $F(x, y, z)$ が存在し, 論理関数

$$F_1(x, y, z) = xy \vee xz \vee \bar{x}y\bar{z}$$

$$F_2(x, y, z) = (y\bar{z} \oplus \bar{y}z) \vee x$$

が, 共に関数 $F(x, y, z)$ の定義を満たすとする.

(1) 以下を埋め、 $F_1(x, y, z)$ および $F_2(x, y, z)$ の真理値表を完成させよ. (6点)

(2) このとき、 F の真理値表をドントケア*を用いて完成させよ.(15点)

解答

(1)

x	y	z	$F_1(x, y, z)$	$F_2(x, y, z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

(2)

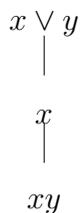
$F_1(x, y, z)$ と $F_2(x, y, z)$ で関数の値が違う (x, y, z) の組は $(0, 0, 1)$ と $(1, 1, 1)$ のときなので、このときにドントケアになる。よって

x	y	z	$F(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	*
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	*
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

3. 次の論理式について、以下の真理値表を埋め、包含関係をグラフで示せ.

$$x \vee y \vee z, x \vee z, x \oplus \bar{y} \oplus \bar{z}, xy\bar{z}, xy \vee \bar{x}z, \overline{y \vee z}, \bar{x}\bar{y}\bar{z}, x\bar{y} \vee \bar{x}z \vee yz,$$

(例) 包含関係 $x \vee y \geq x \geq xy$ のグラフ



解答

真理値表 (部分点・10点)

x	y	z	$x \vee y \vee z$	$x \vee z$	$x \oplus \bar{y} \oplus \bar{z}$	$xy\bar{z}$	$xy \vee \bar{x}z$	$\overline{y \vee z}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y} \vee \bar{x}z \vee yz$
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1

包含関係のグラフ (部分点・15点)

