第 8 回講義メモ

雑音

電気信号において入力信号とは独立したランダムな信号成分を雑音もしくはノイズと呼ぶ。　信号に雑音が生じると信号と雑音の比率である信号対雑音比(SNR; Signal to Noise Ratio)が劣化し、信号の鮮明度が悪くなる。すなわち信号レベルの最小値は、雑音によって制限される。従って、消費電力・動作速度・線形性とトレードオフの関係に有り、雑音は設計時に重要な問題である。

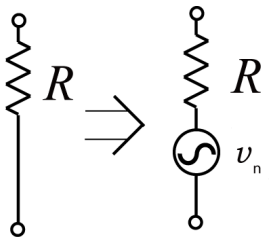
雑音には、素子の電気的特性による雑音と“環境”からの雑音、すなわち、電源やグラウンド配線、シリコン基板等を介して回路に到達する雑音が有る。ここでは、素子の電気的特性による雑音だけを扱う。

雑音は、確率的な事象であり、その予測は平均電力という概念を使う。雑音はその周波数成分も重要であり、平均電力をスペクトラムで考える必要がある。雑音にはいくつもの種類があるが、その種類を周波数成分の挙動などで分けることができる。どの種類の雑音がどの程度入るかは、素子と回路の構成が決まれば厳密に判る。

素子における代表的な雑音には以下の三種がある。(他にバースト雑音やアバランシェ雑音等も有る。)
・熱雑音　（抵抗の熱雑音と MOSFET のチャネル熱雑音）
・フリッカ雑音　（1/ f 雑音）
・ショット雑音
L や C は（寄生抵抗分以外では）雑音を発生しない。それでは、それぞれを説明しよう。

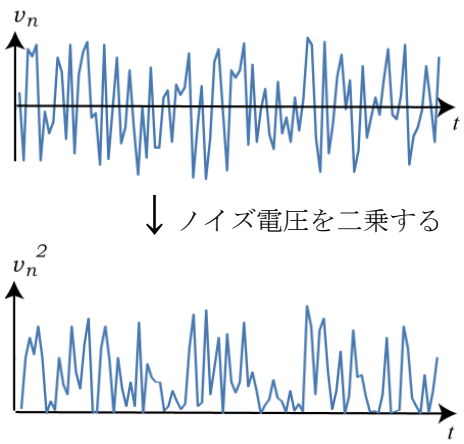
熱雑音

まず抵抗の熱雑音である。抵抗内のランダムな電子の熱運動によって起こる。絶対温度 T に直接比例する。



抵抗にノイズの電源が直列となる。

ノイズ電圧

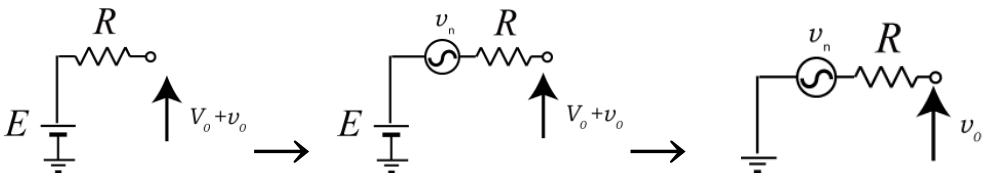


熱雑音は、スペクトラムで見ると周波数依存性を持たない白色雑音である。　(応用確率統計である程度説明されている筈)　このとき、スペクトル密度（信号の二乗を周波数に対してフーリエ変換した）が周波数によらず一定である。雑音では平均電力をつかうが、抵抗の熱雑音は、電圧の二乗で表す。

$$\overline{v_n} = 0 \qquad \overline{v_n^{\,2}} = 4kTBR$$

例

抵抗と電源に　　雑音を考慮する　　小信号のみ注目



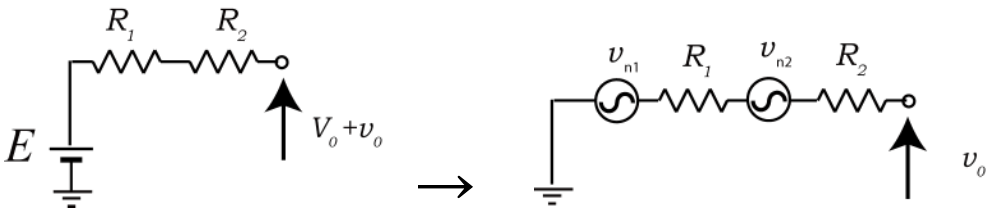
$v_o = v_n \qquad \overline{v_o} = 0$

$k = 1.38\times10^{-23}[J/K] \qquad T = 300[K] \qquad B = 100[MHz] \quad R = 1[k\Omega]$

$\overline{v_o{}^2} = \overline{v_n{}^2} = 4kTBR = 1.66\times10^{-9}[V^2] \qquad \sqrt{\overline{v_n{}^2}} = 40[\mu V]$

さて、二つの抵抗が直列である場合はどうなるか？　例えば以下の例を考えよう。

小信号のみ注目



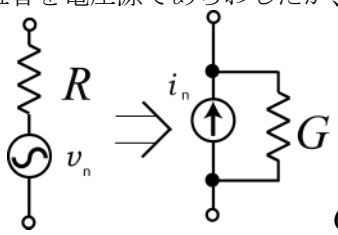
$v_o = v_{n1} + v_{n2}, \qquad \overline{v_o} = 0$

$\overline{v_o{}^2} = \overline{v_{n1}{}^2} + 2\overline{v_{n1}v_{n2}} + \overline{v_{n2}{}^2}$　ここで、$2\overline{v_{n1}v_{n2}}$ の項は、v_{n1} と v_{n2} の相関と呼ばれ、両者の波形の類似性を示す。（$2\overline{v_{n1}v_{n2}} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} 2v_{n1}(t)v_{n2}(t)dt$ ）

一般的には、独立した素子による雑音波形は無相関であり、この項はゼロとなる。

そこで、$\overline{v_o{}^2} = \overline{v_{n1}{}^2} + \overline{v_{n2}{}^2} = 4kTBR_1 + 4kTBR_2$　となり、雑音において重ねあわせが成立する。

雑音を電圧源であらわしたが、テブナンの定理で、電流源でも表せる。



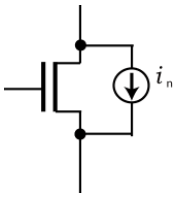
$G = 1/R$

$$v = v_n + Ri$$
$$= R(i + i_n)$$
$$v_n = Ri_n$$

よって$\overline{v_n^2} = 4kTBR$のとき、$\overline{i_n^2} = \frac{1}{R^2}\overline{v_n^2} = 4kTBG$

MOSFET の雑音　　チャネルの熱雑音　これはチャネルの材質が抵抗性であることから起こる。

白色雑音



$\overline{i_n^2} = 4kTB\gamma g_m$　帯域あたりの雑音なら、$\frac{\overline{i_n^2}}{\Delta f} = 4kT\gamma g_m$

ここで係数γは長チャネルで 2/3、最近のデバイスではそれより大きく成る。

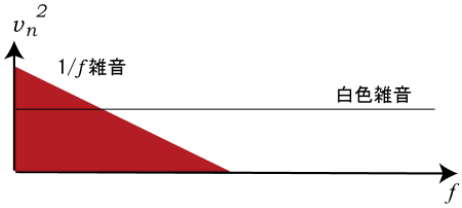
フリッカ雑音　(1/f雑音)

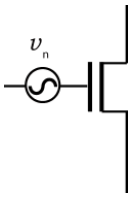
すべての能動素子に見られる。カーボン抵抗にも見られる。

電子が捕まるトラップが主な原因　　トラップに捕捉→放出の時定数の大きさで出る。

スペクトル密度が周波数に対して 1/f

$\frac{\overline{v_n^2}}{\Delta f} = \frac{K_f}{LWC_{OX}}\frac{1}{f}$　K_fはフリッカ雑音係数であり、作製プロセスで異なる。





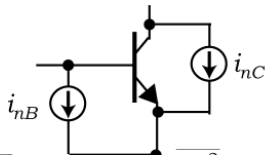
回路としては雑音源を入力に付ける。

周波数に依存しているので、帯域 B を掛けても全雑音電力は求まらない。→fで積分する。

ショット雑音

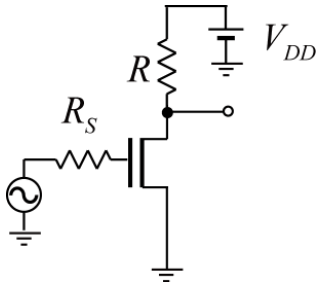
電流を担う電子が離散的な存在であり、連続的な定常流を作れないことから起こる雑音であるが、バイポーラトランジスタ、pn ダイオードで主に問題となり、MOSFET では相対的に問題にならない。/抵抗ではあまり重要ではない。

白色雑音である。$\overline{i_n^2} = 2qIB$　で表される。Iは平均電流で、qは素電荷である。

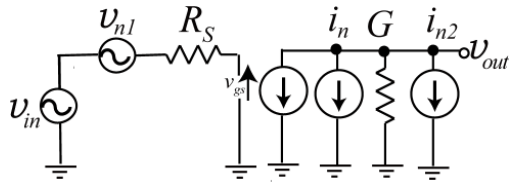


バイポーラトランジスタでは、ベース側にもコレクタ側にもつける。$\overline{i_{nB}^2} = 2qI_BB$　$\overline{i_{nC}^2} = 2qI_CB$

MOSFET における雑音の例



トランジスタおよび抵抗の熱雑音の雑音源(ここでは入力信号源の雑音は入力信号源インピーダンスの熱雑音としている)を入れると

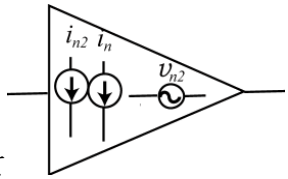


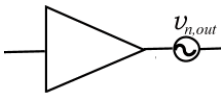
$$v_g = v_{in} + v_{n1} \qquad \begin{aligned} v_{out} &= R(g_m v_{gs} + i_n + i_{n2}) \\ &= R(g_m v_{in} + g_m v_{n1} + i_n + i_{n2}) \end{aligned} \qquad v_{in} = v_{out} = 0 \text{で}$$

$$\overline{v_{out}^{\,2}} = R^2(g_m^{\,2}\overline{v_{n1}^{\,2}} + \overline{i_n^{\,2}} + \overline{i_{n2}^{\,2}})$$

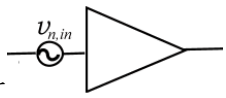
$$= R^2(g_m^{\,2}4kTBR_s + 4kTB\gamma g_m + 4kTB\frac{1}{R})$$ これが出力で見えている雑音

$$= 4kTBR(RR_s g_m^{\,2} + \gamma R g_m + 1)$$

従って  という幾つもの雑音を



と出力側一つに纏め（出力雑音または出力換算雑音）たり、

出力換算雑音を利得で割って  と入力側一つに纏め（入力換算雑音）したりできる。

<u>雑音指数 F</u>

雑音指数 F は、増幅器の雑音の大きさを表す指標で、入力信号における信号量 (signal) と雑音量 (noise) の比である SN 比(SNR_{in}、上の例なら$SNR_{in} = \frac{v_{in}^{\,2}}{v_{n1}^{\,2}}$)と出力信号における SN 比($SNR_{out}$、上の例なら$SNR_{out} = \frac{v_{out}^{\,2}}{v_{n,out}^{\,2}}$)の比で定義され、式では$F = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}}$ とあらわされる。

増幅器を通すと必ずその増幅器の雑音が足され SNR は劣化（$\frac{v_{out}^{\,2}}{v_{n,out}^{\,2}} = \frac{A_V^{\,2} v_{in}^{\,2}}{v_{n,out}^{\,2}} = \frac{v_{in}^{\,2}}{v_{n,in}^{\,2}} < \frac{v_{in}^{\,2}}{v_{n1}^{\,2}}$）するので、$F$ は必ず 1 より大きい。デシベルで表記することが多く、0dB(1)に近いほど、良い増幅器である。

出力換算雑音や、入力換算雑音を使えば、全体の雑音と入力の雑音との比であらわされ、入力信号源インピーダンス R_S を考慮する際、雑音指数 F は下記で計算できる。

$$F=\frac{\text{全雑音源からの出力換算雑音}\overline{v_{out}^2}}{\text{入力信号源インピーダンス}R_S\text{からの出力換算雑音}\overline{v_{out}^2}}\left(=\frac{\overline{v_{n,out}^2}}{A_V{}^2\overline{v_{n1}{}^2}}\right)$$

もしくは、

$$F=\frac{\text{全雑音源からの入力換算雑音}\overline{v_{in}^2}}{\text{入力信号源インピーダンス}R_S\text{からの入力換算雑音}\overline{v_{in}^2}}\left(=\frac{\overline{v_{n,in}^2}}{\overline{v_{n1}{}^2}}\right)$$

とできる。

ソース接地の場合は、

$$F=\frac{4kTBR(RR_s g_m{}^2+\gamma R g_m+1)}{g_m{}^2 4kTBR^2 R_s}=1+\frac{\gamma}{g_m R_s}+\frac{1}{g_m{}^2 RR_s}$$

となる。

$g_m R>>1$ なので、第二項より十分小さいと考え負荷 R の雑音を省略すると $F=1+\frac{\gamma}{g_m R_s}$ となる。

<u>歪み</u>

ここから話が変わって、歪みの話となる。

$I_{DS}=f(V_{GS},V_{DS},\cdots)$ なので、$i_{ds}=\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}v_{gs}=g_m v_{gs}$ これはテイラー展開の一次の項まで

振幅が大きく成ったりすると、高次の項が無視できなく成る。

$$i_{ds}=\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}v_{gs}+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 I_{DS}}{\partial V_{GS}^2}v_{gs}^2+\frac{1}{3!}\frac{\partial^3 I_{DS}}{\partial V_{GS}^3}v_{gs}^3+\cdots$$

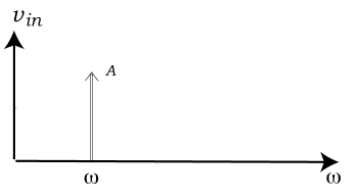
ここで、$v_{gs}=v_{in}=A\cos\omega t$ $v_{out}=-Ri_{ds}=\alpha_1 v_{in}+\alpha_2 v_{in}^2+\alpha_3 v_{in}^3$ とする。

$$\cos\omega t=\frac{e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}}{2}\ ,\quad \left(\cos\omega t\right)^2=\frac{e^{2j\omega t}+e^{-2j\omega t}+2}{4}=\frac{1}{2}\cos 2\omega t+\frac{1}{2}$$

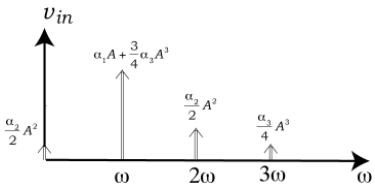
$$\left(\cos\omega t\right)^3=\frac{1}{2}\cos\omega t+\frac{e^{3j\omega t}+e^{-3j\omega t}+e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}}{8}=\frac{3}{4}\cos\omega t+\frac{1}{4}\cos 3\omega t$$

より、

$$v_{out}=\frac{\alpha_2}{2}A^2+(\alpha_1 A+\frac{3}{4}\alpha_3 A^3)\cos\omega t+\frac{\alpha_2}{2}A^2\cos 2\omega t+\frac{\alpha_3}{4}A^3\cos 3\omega t$$



の入力だけど、



という出力がでる。