平成25年度前期東京工業大学学部講義

電子デバイス

Electron Devices

資料（２）　Handout

Kazuya Masu
Director, ICE Cube Center
Solutions Research Laboratory
Precision and Intelligence Laboratory
Dept. Electronics and Applied Physics

益　一　哉
異種機能集積研究センター
ソリューション研究機構
精密工学研究所
大学院・物理電子システム創造専攻

Tel & Fax: 045-924-5022 Email: masu@ieee.org,
http://masu-www.pi.titech.ac.jp/~masu/index-j.html

Green ICE Tokyo Tech Information Communication Energy
Semiconductor Solution Research
TOKYO TECH Pursuing Excellence

Current equation

TOKYO TECH Pursuing Excellence

一次元の場合

電子電流　$J_n = e\mu_n nE + eD_n \cdot \frac{dn}{dx}$

正孔電流　$J_p = e\mu_p pE - eD_p \cdot \frac{dp}{dx}$

ドリフト電流　　拡散電流

三次元の場合

scalar

$$\vec{J}_n = e\mu_n n\vec{E} + eD_n \cdot \nabla n$$

vector　vector　vector

scalar, generally tensor

μ：移動度、D：拡散係数、n and p:キャリア濃度、E:電界強度

Kazuya Masu

Einstein's relation

2

TOKYO TECH Pursuing Excellence

- キャリア濃度がBoltzmann分布で表現されるとき移動度と拡散係数の間には下記の関係がある。
- キャリア濃度がFermi分布で表現されるとき移動度と拡散係数の間には下記の関係がある。

導出

1. 電流の式で、電流＝０とする。

$$J_n = e\mu_n nE + eD_n \cdot \frac{dn}{dx} = 0$$

2. キャリア濃度の式で、ポテンシャルφが x の関数であると考える。

3. 電流の式で、電流＝０とする。

$$n = n_i \exp\left(-\frac{\phi_f - \phi_i(x)}{kT/q}\right)$$

4. このとき、電界強度Eとポテンシャルφの間に次の関係があるとする。

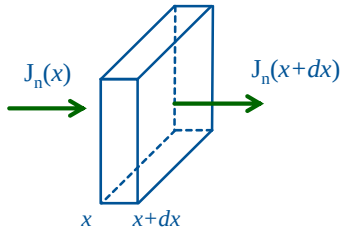
$$E = -\frac{d\varphi(x)}{dx}$$

Kazuya Masu

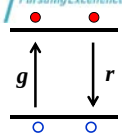
Continuity equation キャリア連続の式

3

TOKYO TECH Pursuing Excellence



- 生成・再結合分



n：電子密度、n_0：平衡時の電子密度
Δn：過剰（小数）電子密度

- キャリアの連続：　$\frac{\partial n}{\partial t}$

1. 位置xで微小領域dxに流れ込む電子数（電流）
2. 位置x+dxで流出する電子数（電流）
3. 微小領域dx内で発生（生成）する電子数
4. 微小領域dx内で再結合（消滅）する電子数

- 1～4がバランスすること。

- 電流による成分

一般に、電子密度、電界は位置（x）の関数

Kazuya Masu

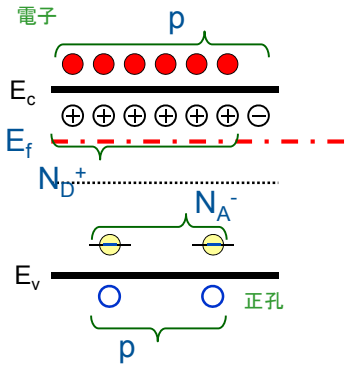
Continuity equation キャリア連続の式

- 電子

- 正孔

↑ ↑ ↑ ↑

Poisson's Equation



Poison's equation

ρ(x): 電荷密度

N_D :
N_A :
N_D^+ :
N_A^- :
p :
n :

一般的には、N_D^+, N_A^-, p, nは場所の函数となる。

半導体中の電子・正孔の運動を記述する。

1.
2.
3.
4.

- デバイスシミュレータ(Device simulator)は、これらの式を数値的に解く。

pn接合　pn junction

仮 定

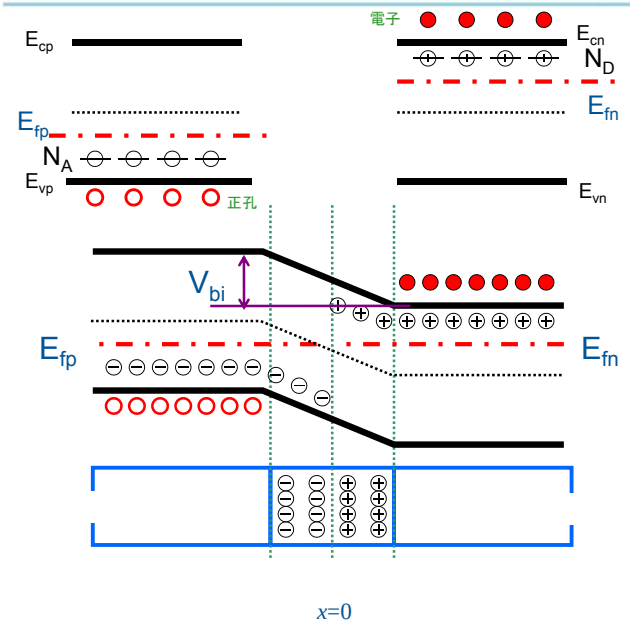
1. 急峻な階段接合。

-

2. 空乏層を介して、

3. 注入されたキャリアは多数キャリアに比較して少ない。
4. 空乏層において、生成再結合はないとする。

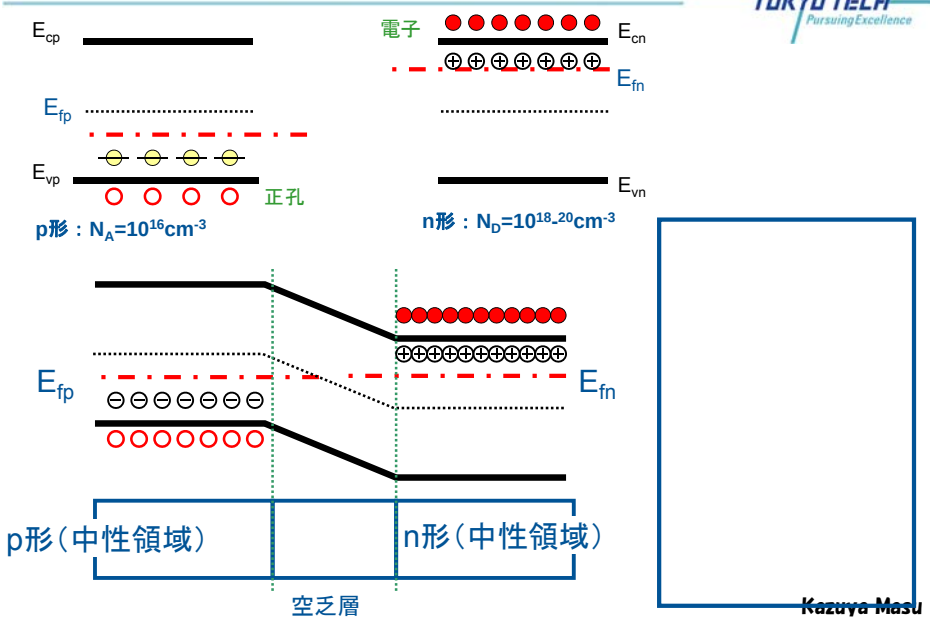
pn接合　pn junction



1. p形とn形半導体を接合する。P形の正孔はn形へ、n形の電子はp形半導体へ移動し、界面には電位差が生じる。
2. p形、n形半導体のフェルミ準位が一致するところで平衡に達する。(E_{fn}=E_{fp})
3. その電位差：拡散電位(Diffusion potential)
4. 界面の電子、正孔が出払った領域：空乏層(Depletion layer, depletion region)

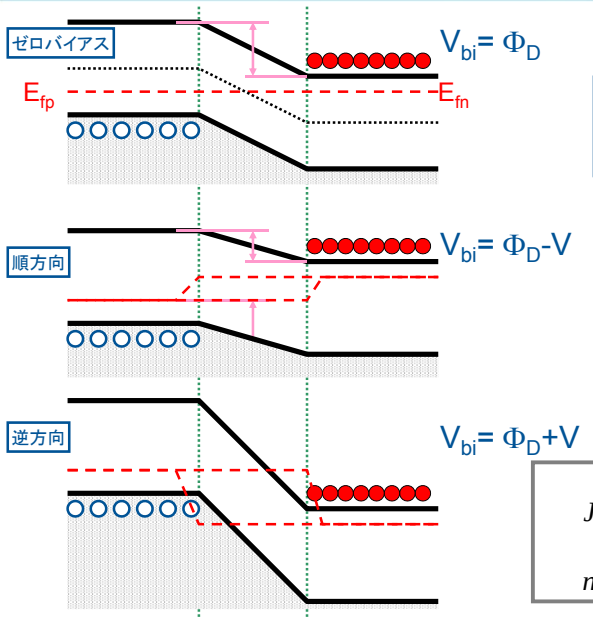
Kazuya Masu

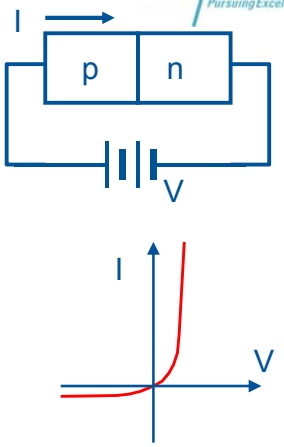
ちょっとした応用問題　n⁺p接合



Kazuya Masu

Current-voltage characteristics of pn junction





$$J = J_o \exp\left\{\left(\frac{qV}{n\,kT}\right)-1\right\}$$

n=1−2

Kazuya Masu

拡散電位 Φ_{bi}の求め方(1)

1. 熱平衡状態で、p形及びn形のフェルミ準位が一致すると考える。

$$E_{fn} = E_i + \frac{kT}{q}\log_e\frac{n_n}{n_i} \approx E_i + \frac{kT}{q}\log_e\frac{N_d}{n_i},\quad E_{fp} = E_i - \frac{kT}{q}\log_e\frac{p_p}{n_i} \approx E_i + \frac{kT}{q}\log_e\frac{N_a}{n_i}$$

n_{no}：n形の電子密度(多数キャリア)、N_d：n形のドーピング量

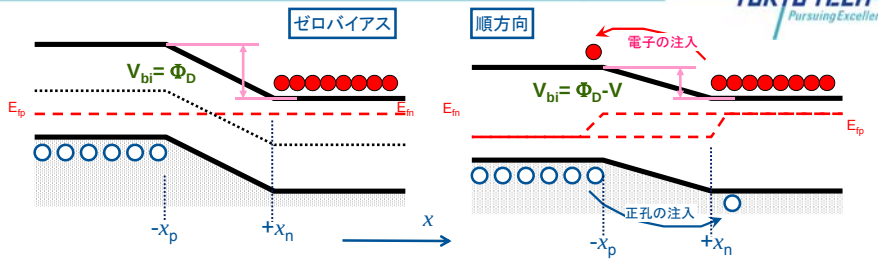
p_{po}：p形の正孔密度(多数キャリア)、N_a：n形のドーピング量

Kazuya Masu

拡散電位 Φ_{bi} の求め方（2）

2. 接合ができたとして、平衡状態では空乏層中に電流が流れていないと考えて、空乏層両端の電位差を求める。

Boltzmann relation crossing depletion region



P型
多数キャリア： p_{po}
多数キャリア： n_{po}

N型
多数キャリア： n_{no}
多数キャリア： p_{no}

$$n_{po} = n_{no}\exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right) \quad for\ x \le -x_p$$

$$p_{no} = p_{po}\exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right) \quad for\ x \ge +x_n$$

pn接合仮定（2）

$$n_p(x=-x_p) = n_{no}\exp\left(-\frac{q(\Phi_{bi}-V)}{kT}\right) = n_{po}\exp\left(+\frac{qV}{kT}\right)$$

$$p_n(x=+x_n) = p_{po}\exp\left(-\frac{q(\Phi_{bi}-V)}{kT}\right) = p_{no}\exp\left(+\frac{qV}{kT}\right)$$

pn接合　電流ー電圧特性（導出）①

手順

1. p型中の少数キャリア（電子）連続の方程式を解いて、電子電流 $J_n(x)$を求める。
2. n型中の少数キャリア（正孔）連続の方程式を解いて、電子電流 $J_p(x)$ を求める。
3. 全電流 $J_T = J_n(x=-x_p) + J_p(x=+x_n)$ を求める。

pn接合　電流ー電圧特性（導出）②

1. p型中性領域（$x \le x_p$）少数キャリア（電子）の連続の方程式

$$\frac{\partial n_p(x)}{\partial t} = g - \frac{n_p(x)-n_o}{\tau_e} + \mu_e\frac{d}{dx}\left(n_p(x)E(x)\right) + D_e\cdot\frac{d^2 n_p(x)}{dx^2}$$

2. 定常状態であるので $\frac{\partial n(x)}{\partial t}=0$、キャリアの生成はないので $g=0$、中性領域には電界は存在しないので $E=0$。

$$D_e\cdot\frac{d^2}{dx^2}\left(n_p(x)-n_{po}\right) - \frac{n_p(x)-n_{po}}{\tau_e} = 0 \quad for\ x \le x_p$$

3. 同様に、n形中性領域では、

$$D_h\cdot\frac{d^2}{dx^2}\left(p_n(x)-p_{no}\right) - \frac{p_n(x)-p_{no}}{\tau_h} = 0 \quad for\ x \ge x_n$$

pn接合　電流ー電圧特性（導出）③

4. 一般解は、

$$n_p(x)-n_{po} = A_1\cdot\exp\left(+\frac{x}{L_e}\right)+A_2\cdot\exp\left(-\frac{x}{L_e}\right),\ where\ L_e=\sqrt{D_e\tau_e}$$

$$p_n(x)-p_{no} = A_3\cdot\exp\left(+\frac{x}{L_h}\right)+A_4\cdot\exp\left(-\frac{x}{L_h}\right),\ where\ L_h=\sqrt{D_h\tau_h}$$

L_e、L_hは拡散長（Diffusion length）

5. 次の境界条件のもとで、係数A_1～A_4を求める。

$$n_p(x)-n_{po}=0\quad at\ x=-\infty,$$

$$n_p(x)-n_{po}=n_{po}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\quad at\ x=-x_p$$

$$p_n(x)-p_{no}=p_{no}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\quad at\ x=+x_n$$

$$p_n(x)-p_{no}=0\quad at\ x=-\infty$$

Kazuya Masu

pn接合　電流ー電圧特性（導出）④

5. p型領域における電子電流、n形領域における正孔電流を求める。中性領域には電界はかかっていないので、拡散電流成分のみを求める。

$$J_e = e\mu_e nE + eD_e\cdot\frac{dn}{dx} = eD_e\cdot\frac{dn}{dx} = +\frac{qD_e n_{po}}{L_e} = n_{po}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\exp\left(+\frac{x+x_p}{L_e}\right)$$

$$J_h = e\mu_h pE - eD_h\cdot\frac{dp}{dx} = eD_h\cdot\frac{dp}{dx} = +\frac{qD_h p_{no}}{L_h} = p_{no}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\exp\left(-\frac{x-x_n}{L_e}\right)$$

6. 全電流 J_T は、

$$J_{total}=J_e(x=-x_p)+J_h(x=+x_n) = q\left(\frac{D_e n_{po}}{L_e}+\frac{D_h p_{no}}{L_h}\right)\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}=J_o\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}$$

（注1）全電流は、電子電流と正孔電流の和。空乏層で電流は変化しない（仮定全（4））ので、$x=-x_p$ の電子電流と$x=+x_n$の正孔電流の和をとる。

Kazuya Masu

pn接合　電流ー電圧特性（導出）⑤

7. J_o：逆方向飽和電流 saturation current

$$J_o = q\left(\frac{D_e n_{po}}{L_e}+\frac{D_h p_{no}}{L_h}\right)$$

8. 電流比

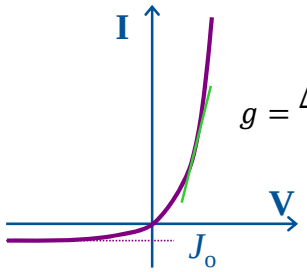
$$\gamma = \frac{電子電流}{正孔電流} = \frac{D_e}{D_h}\frac{L_h}{L_e}\frac{n_{po}}{p_{no}} = \left(\frac{D_e}{D_h}\frac{L_h}{L_e}\right)\frac{N_d}{N_a}$$

9. 小信号に対するコンダクタンス　$g=\frac{\Delta J}{\Delta V}\approx\frac{q}{kT}J$

10. n^+p接合では、流れる電流のほとんどは電子電流である。

Kazuya Masu

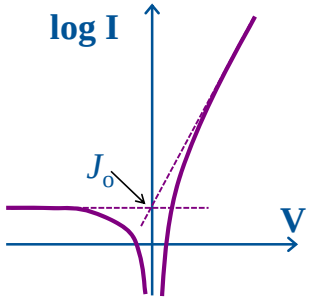
pn接合　電流ー電圧特性



$$g = \Delta J/\Delta V$$

$$J = J_o\exp\left\{\left(\frac{qV}{n\,kT}\right)-1\right\}$$

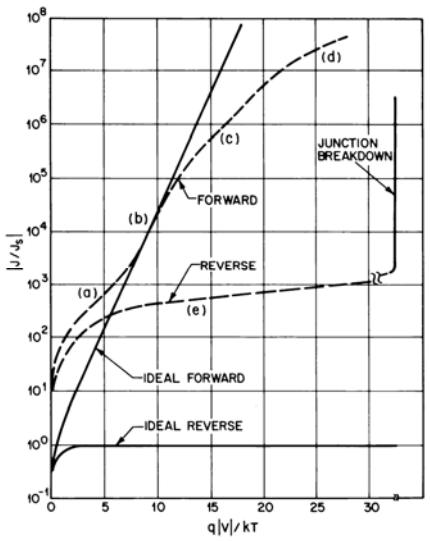
$$n=1-2$$



1. 拡散電流のみ支配的なとき、n=1 （理想pn接合）
2. 生成再結合電流が支配的なとき、n=2
3. 一般に、 1<n<2
4. Si pn接合では、n=1.05程度

Kazuya Masu

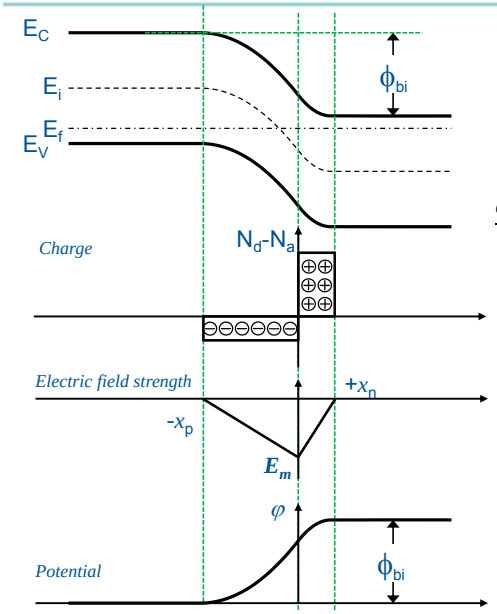
pn接合　電流ー電圧特性



a. 生成再結合、generation and recombination current
b. 拡散電流 diffusion current
c. 高注入領域　High injection region
d. 直流領域 series region
e. 逆方向生成再結合領域 reverse current due to generation-recombination and surface effect

Kazuya Masu

空乏層領域での電位変化



- 空乏近似
  - 空乏層には、イオン化アクセプタとイオン化ドナーしか存在しない。
- ポアソンの方程式を解く。

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = +\frac{qN_a}{\varepsilon} \qquad for\ -x_p \le x \le 0$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = -\frac{qN_d}{\varepsilon} \qquad for\ 0 \le x \le x_n$$

- 空乏層領域のポテンシャル分布は、二次関数。
- Built-in電圧Φ_{bi}と空乏層厚さの関係を導くことができる。

$$\emptyset_{bi} = \frac{q\,N_aN_d}{2\varepsilon(N_a+N_d)}(x_n+x_p)^2$$

$$N_dx_n = N_ax_p = Q_D/q$$

Kazuya Masu

空乏層領域での電位変化

Poissonの方程式　(A1)

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = +\frac{qN_a}{\varepsilon} \qquad for\ -x_p \le x \le 0$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = -\frac{qN_d}{\varepsilon} \qquad for\ 0 \le x \le x_n$$

境界条件(A2)

$$x = -x_p: \quad \frac{d\varphi_p(x)}{dx} = 0$$

$$x = 0: \quad \begin{cases} \dfrac{d\varphi_p(x)}{dx} = \dfrac{d\varphi_n(x)}{dx} \\ \varphi_p(x) = \varphi_n(x) \end{cases}$$

$$x = +x_n: \quad \frac{d\varphi_n(x)}{dx} = 0$$

解(3)

$$for\ -x_p \le x \le 0: \quad \begin{cases} E = -\dfrac{d\varphi_p(x)}{dx} = -\dfrac{q\,N_a}{\varepsilon}(x+x_p) \\ \varphi_p(x) = +\dfrac{q\,N_a}{2\varepsilon}(x+x_p)^2 - \dfrac{q\,N_a}{2\varepsilon}x_p{}^2 \end{cases}$$

$$for\ 0 \le x \le x_n: \quad \begin{cases} E == -\dfrac{d\varphi_n(x)}{dx} = +\dfrac{q\,N_n}{\varepsilon}(x-x_n) \\ \varphi_p(x) = -\dfrac{q\,N_d}{2\varepsilon}(x-x_n)^2 - \dfrac{q\,N_d}{2\varepsilon}x_n{}^2 \end{cases}$$

Kazuya Masu

空乏層領域での電位変化

- Poissonの式を境界条件の下で解くだけなので、そんなに難しくない。

$$\emptyset_{bi} = \varphi(x=+x_n) - \varphi(x=-x_p)x = \frac{q\,N_a}{2\varepsilon}x_p{}^2 + \frac{q\,N_d}{2\varepsilon}x_n{}^2 \quad \text{(A5)}$$

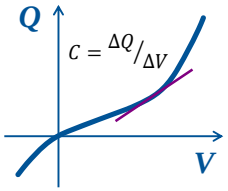
- $N_dx_n = N_ax_p = Q_D/q$ の関係から、
- $W = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon(N_a+N_d)}{q\,N_aN_d}\emptyset_{bi}}$ は容易に求めることが可能。 (A6)

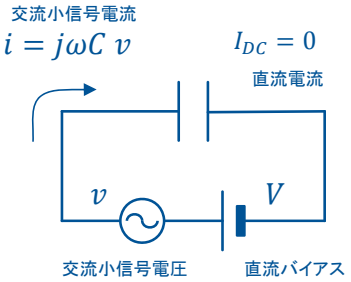
宿題
1. 式(A1）を、境界条件(A2)の元で解き、式(A3)を示し、Built-in電圧が式(A5)になることを示せ。
2. 空乏層幅Wが式(A6)で表されることを示せ。

Kazuya Masu

pn接合の容量

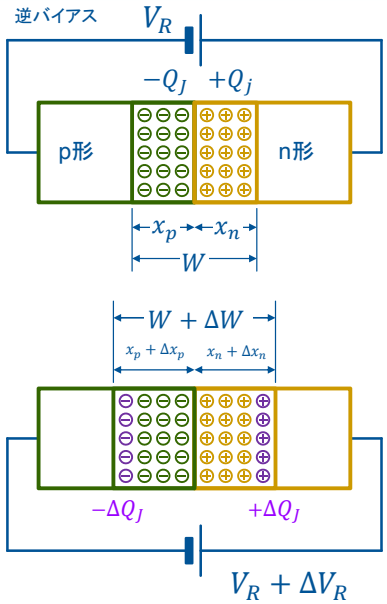
- 2つある。
  - 接合容量 junction capacitance
  - 拡散容量 diffusion capacitance
- 容量の定義
  - 直流的 $Q = CV$
  - 交流的 $C = \frac{dQ}{dV}$





Kazuya Masu

接合容量 junction capacitance （1）

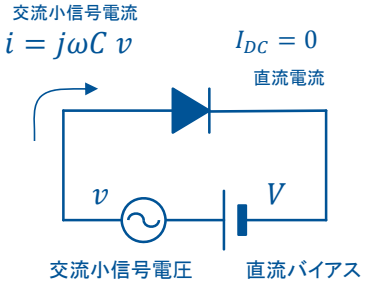


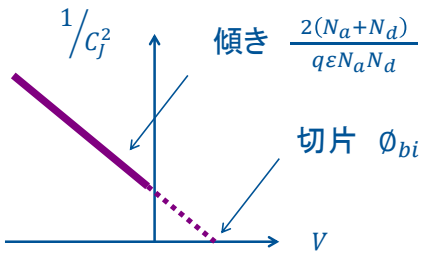
- pn接合に印加される電圧が変化すると空乏層のイオン化不純物量が変化することにより生じる容量
- $Q_J \equiv \sqrt{\frac{2q\varepsilon N_a N_d}{(N_a+N_d)}(\phi_{bi} - V)}$ より、

  $C_J \equiv \left|\frac{dQ_J}{dV}\right| = \sqrt{\frac{q\varepsilon N_a N_d}{2(N_a+N_d)}}\ \frac{1}{\sqrt{\phi_{bi}-V}}$ $\boxed{V = V_R}$
- ${}^{1}/_{C_J^2} = \frac{2(N_a+N_d)}{q\varepsilon N_a N_d}(\phi_{bi} - V)$ であるので、$1/C_D^2$ はバイアス電圧に比例する。

Kazuya Masu

接合容量 junction capacitance （2）

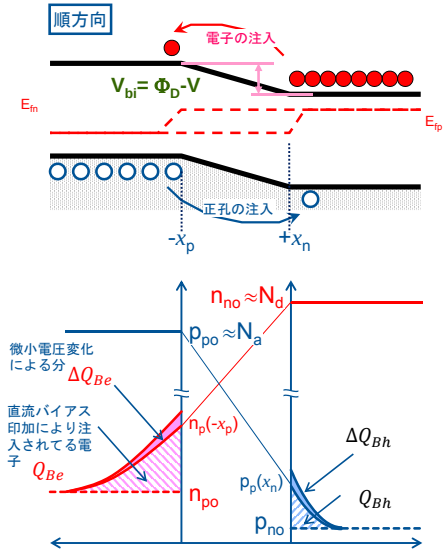




- 接合容量を測定して、$1/C_D^2 - V$ プロットする
- 切片からBuilt-in電圧 ϕ_{bi}がわかる。N+p接合であれば、傾きからp形半導体のドーピング量がわかる。

Kazuya Masu

拡散容量 diffusion capacitance



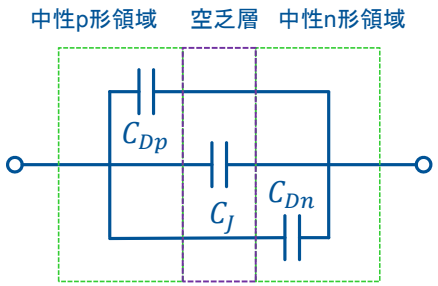
- 順方向バイアス印加時には、n形領域に正孔が注入され、過剰正孔Q_{Bh}が存在する。同様にp形領域にはQ_{Be}が存在する。
- バイアス電圧が変化したときの電荷変化に起因する容量が、拡散容量である。

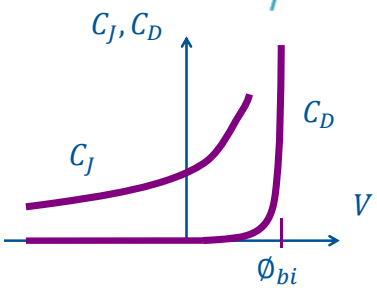
$$C_{Dn} = \frac{\partial Q_{Bh}}{\partial V} = \frac{q}{kT} q \frac{D_p}{L_p} p_{no} L_p \cdot exp\left(\frac{qV}{kT}\right) = \frac{q\tau_p}{kT} J_p(x = +x_n)$$

$$C_{Dp} = \frac{\partial Q_{Be}}{\partial V} = \frac{q}{kT} q \frac{D_n}{L_n} n_{po} L_n \cdot exp\left(\frac{qV}{kT}\right) = \frac{q\tau_n}{kT} J_n(x = -x_p)$$

Kazuya Masu

pn接合における容量





$$C = C_J + C_D = C_J + (C_{Dp} + C_{Dn})$$

- 拡散容量は、順方向バイアス時に急増する。
- n^+p接合の場合、$C_D = C_{Dp} + C_{Dn} \approx C_{Dp}$

Kazuya Masu