

	彈性	粘性	粘彈性
微視的			
巨視的	●		

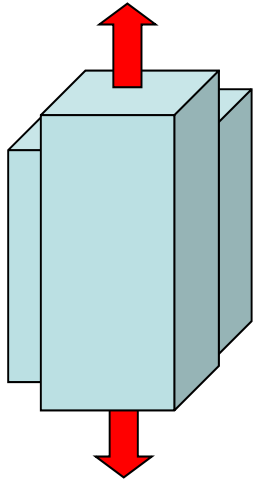
巨視的にみた弾性変形

- 弾性変形の定義
 - 可逆変形(応力を取り除くと最初の形に戻る)
 - 瞬間的変形(変形に時間遅れがない)
 - 応力に対して変位(ひずみ)が一義的に定まる(ひずみが応力に比例する)
- 弾性変形の性質
 - 微小変形では引張弾性率 = 圧縮弾性率
 - 材料の弾性率は温度の関数
 - 等方性, 異方性
- さまざまな弾性率
 - 引張弾性率, せん断弾性率, 圧縮弾性率

巨視的にみた弾性

- 引張弾性率, せん断弾性率, 体積弾性率
- ポアソン比
- 弾性ひずみの重畳原理(加算性原理)
- 一般材料力学
(慣性モーメント, 断面2次モーメント)
- ポアソン比が0.5以上の材料(?)
- ポアソン比が負の材料(?)

引張弾性率(ヤング率)



$$\sigma = E\varepsilon$$

ポアソン比(Poisson's ratio)

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

体積が一定のとき

$$\nu = 0.5$$

ポアソン比の値

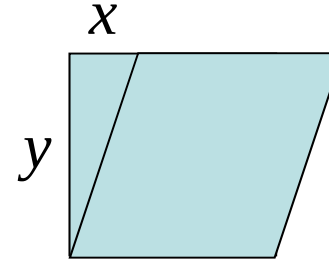
鉄	0.28
アルミニウム	0.34
ガラス	0.25
ポリエチレン	0.4
ポリイソプレン	0.49

弾性率は1種類だけではない

せん断弾性率

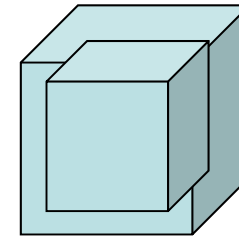
$$\text{ひずみ } \gamma = \tan \alpha = x / y$$

$$\sigma = G\gamma$$



体積弾性率

$$\sigma = K \frac{\Delta V}{V_0}$$



3種類の弾性率とポアソン比の関係

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{3G} + \frac{1}{9K}$$

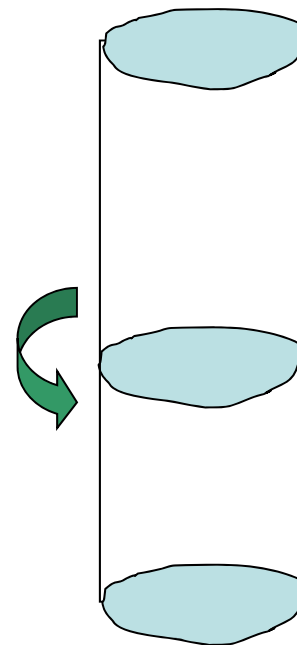
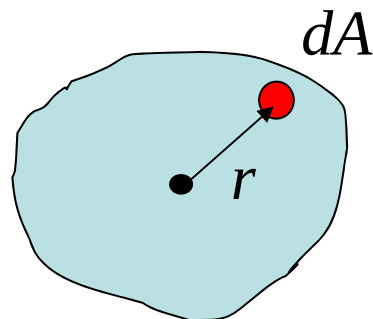
$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

一般材料力学

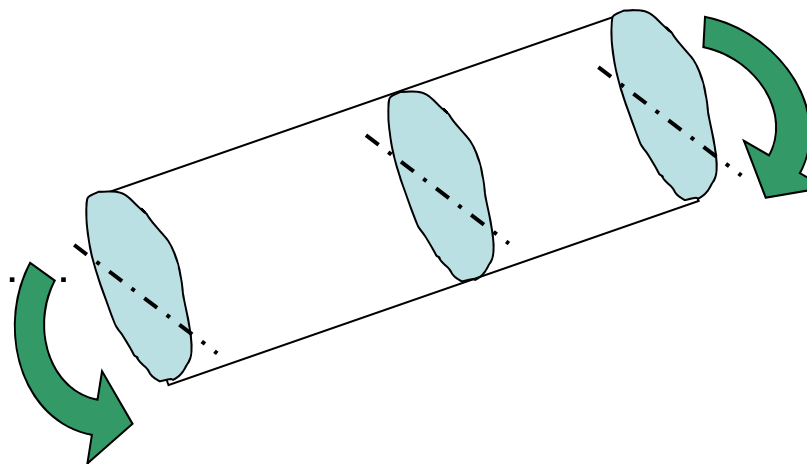
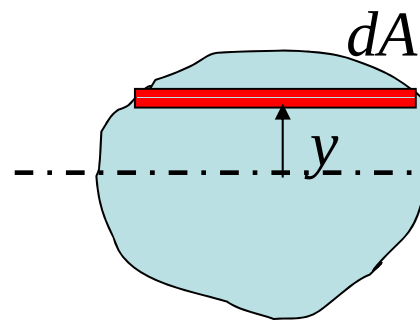
慣性モーメント(ねじりやすさ)

$$\int_A r^2 dA$$

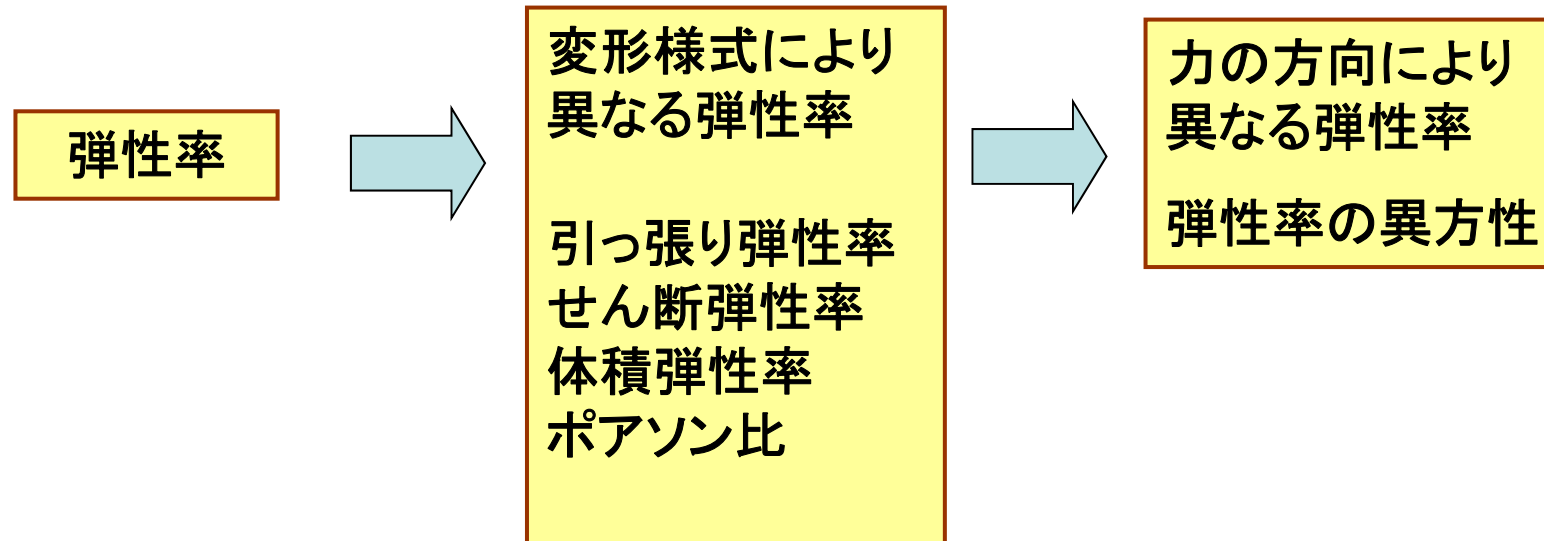


断面2次モーメント(曲げやすさ)

$$\int_A y^2 dA$$



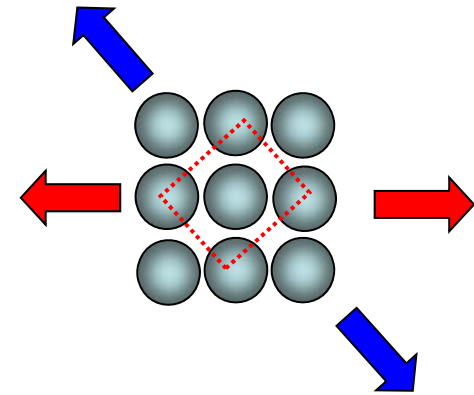
弾性率



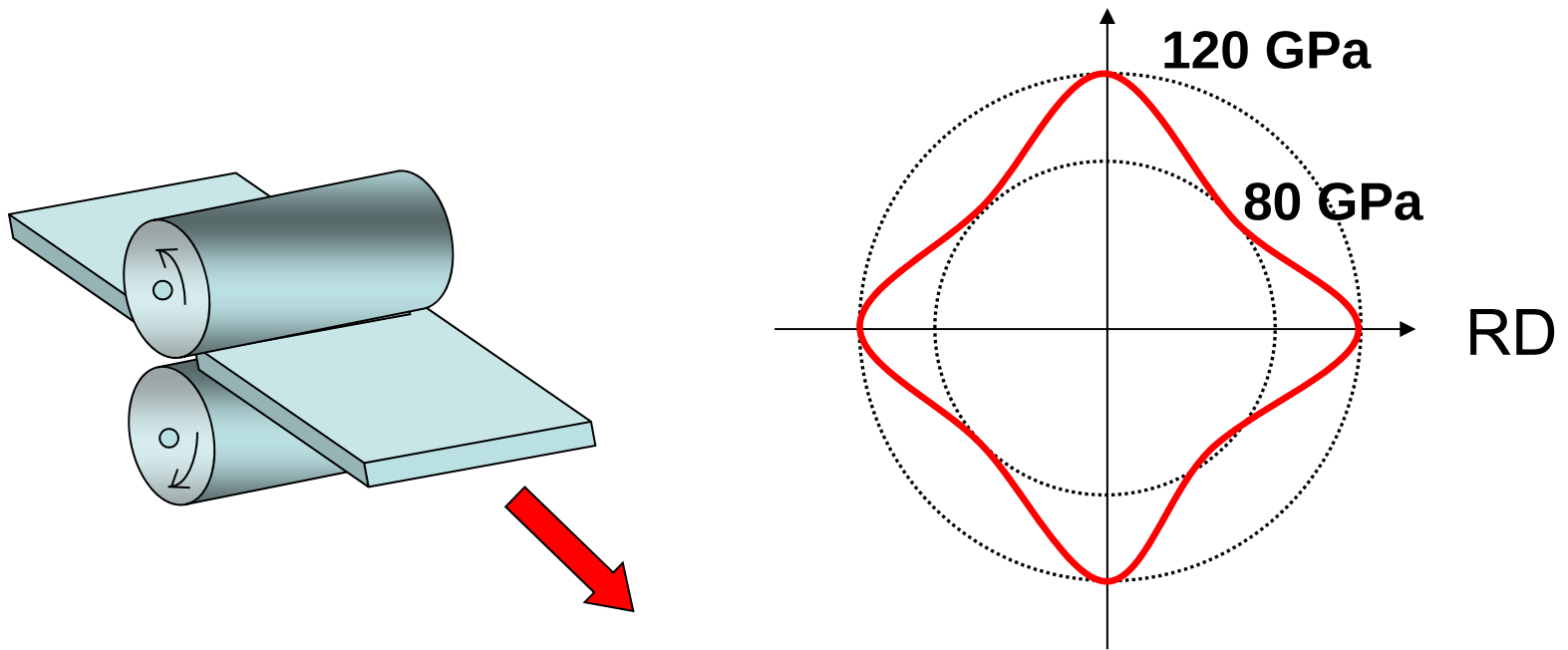
巨視的にみた弾性(2)

巨視的視点と微視的視点

- 弾性率の異方性(方向依存性)
金属材料の圧延加工, 冷間加工
結晶の方向が揃う
→ 結晶の弾性率の方向依存性が
材料の弾性率の異方性に反映
される



冷間加工



銅の圧延

結晶が選択方位をとる

弾性率の異方性

	[111]	[100]	ランダム
鉛	28 GPa	7	14
アルミニウム	76	64	70
金	110	41	82
銅	193	67	107
鋼 (fcc)	278	132	207
タングステン	345	345	345

巨視的にみた弾性(2)

- 高分子材料
分子鎖方向

(強い結合: 共有結合 500 kJ/mol)

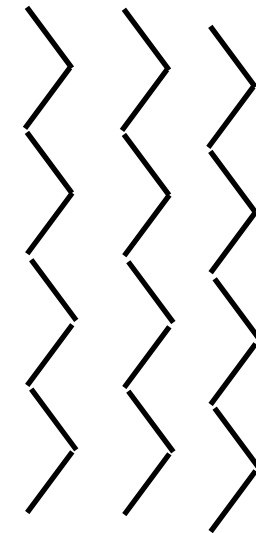
分子間

(弱い結合: ファンデルワールス力
~1 kJ/mol)

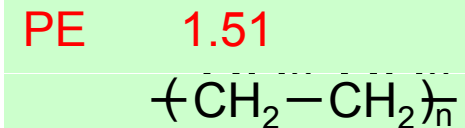
ポリエチレンの場合

分子鎖軸方向 235 GPa

分子鎖と垂直方向 約4 GPa

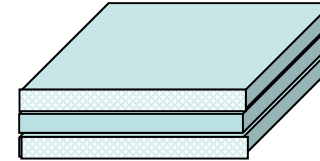


ポリエチレン分子鎖



これから学ぶ弾性論の紹介

- 繊維強化複合材料
積極的に異方性を付与した材料
予測される負荷に応じた設計が可能



- 異方性を有する材料の弾性論

テンソル解析
(座標変換マトリックス)

	次数	要素の数
スカラー	0	1
ベクトル	1	3
2階のテンソル	2	9
3階のテンソル	3	27
4階のテンソル	4	81
⋮	⋮	⋮

$$F = \sigma A$$

$$\sigma = C \varepsilon$$

$$\varepsilon = S \sigma$$

力(ベクトル) = 応力(2階のテンソル) × 面積(ベクトル)

応力(2階) = スティフネス(4階) × ひずみ(2階)

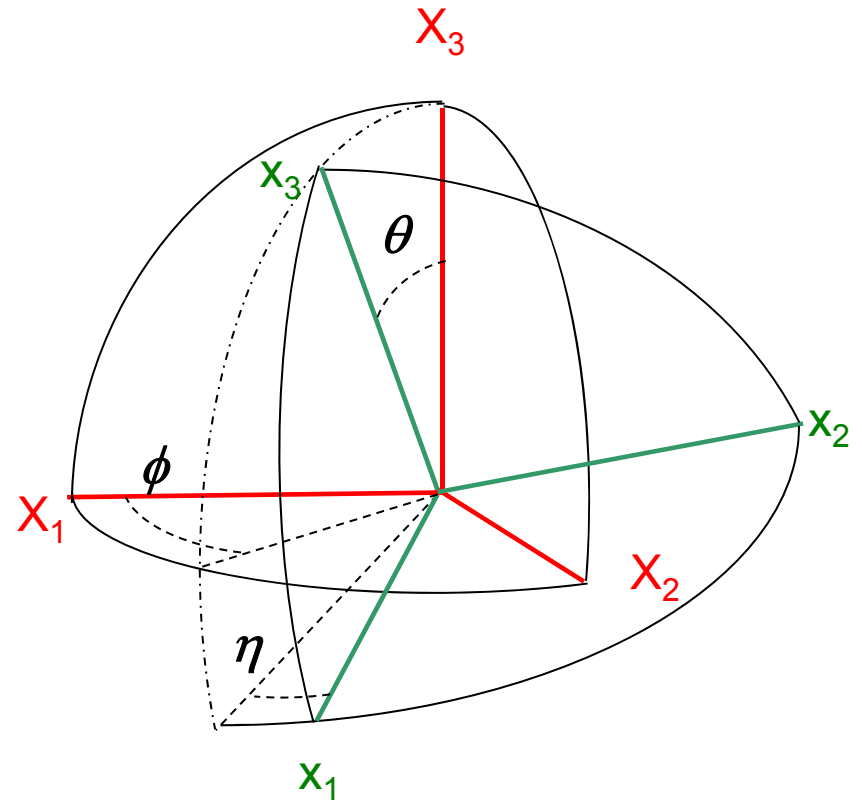
ひずみ(2階) = コンプライアンス(4階) × 応力(2階)

弾性率(スティフネス)・コンプライアンスは4階のテンソル量

テンソル: 座標変換のできる物理量

$O-x_1x_2x_3$ 直行座標系を,

$O-X_1X_2X_3$ 直交座標系に変換する.



Euler 角 (θ, ϕ, η) とすれば, 座標変換マトリックス a_{ij} は,

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \cos \eta - \sin \phi \sin \eta & -\cos \theta \cos \phi \sin \eta - \sin \phi \cos \eta & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \cos \eta + \cos \phi \sin \eta & -\cos \theta \sin \phi \sin \eta + \cos \phi \cos \eta & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \cos \eta & \sin \theta \sin \eta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$x_i^* = a_{ij} x_j$$

$$\sigma_{ij}^* = a_{ik} a_{jl} \sigma_{kl}$$

$$C_{ijkl}^* = a_{i\alpha} a_{j\beta} a_{k\gamma} a_{l\delta} C_{\alpha\beta\gamma\delta}$$

注) Einstein規約 (同じ添字があるときは, 1-3までの和をとる)