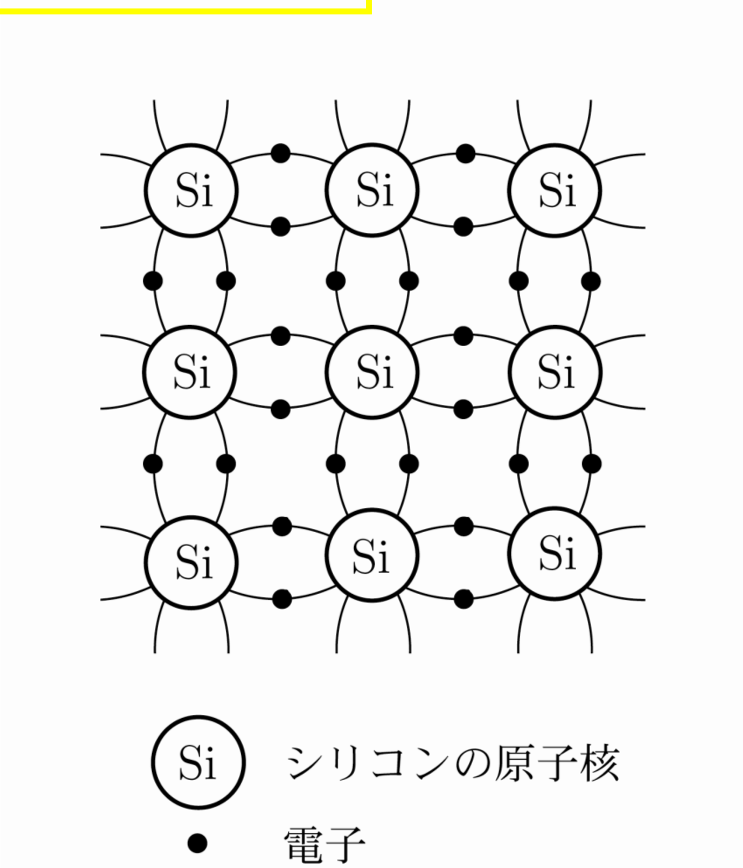
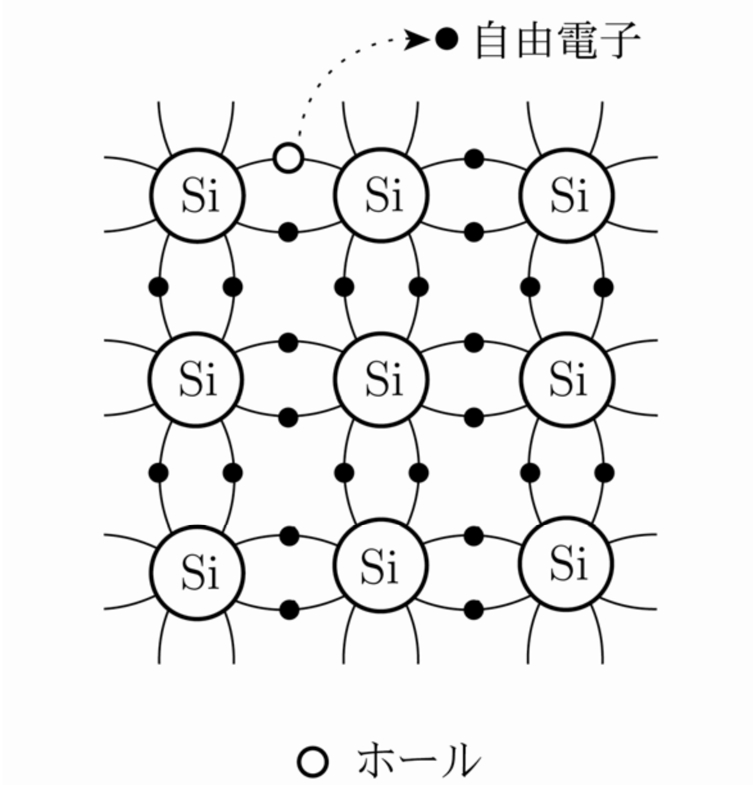
トランジスタのモデリング

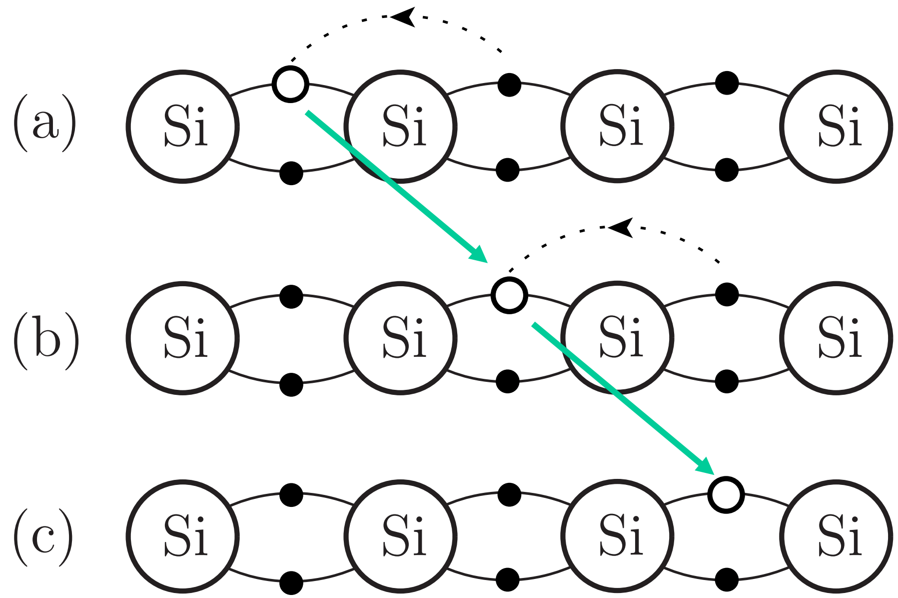
半導体の構造



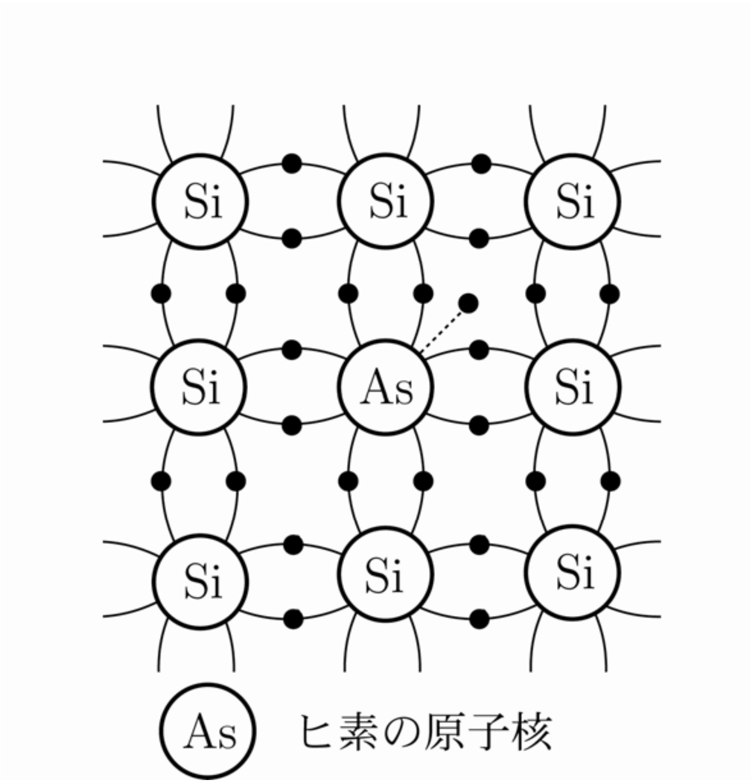


自由電子とホールの発生

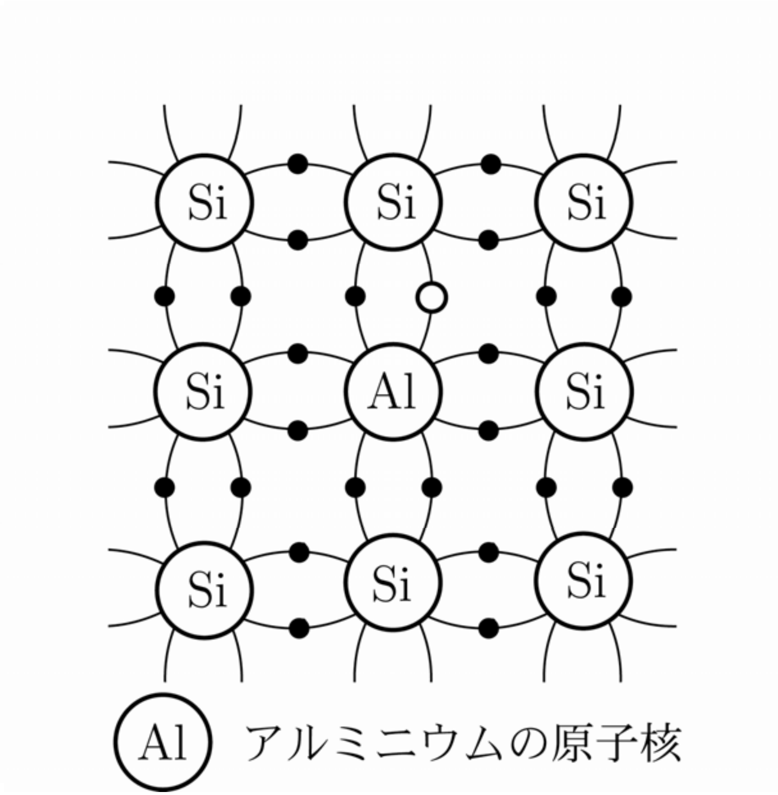
ホールの移動



不純物半導体

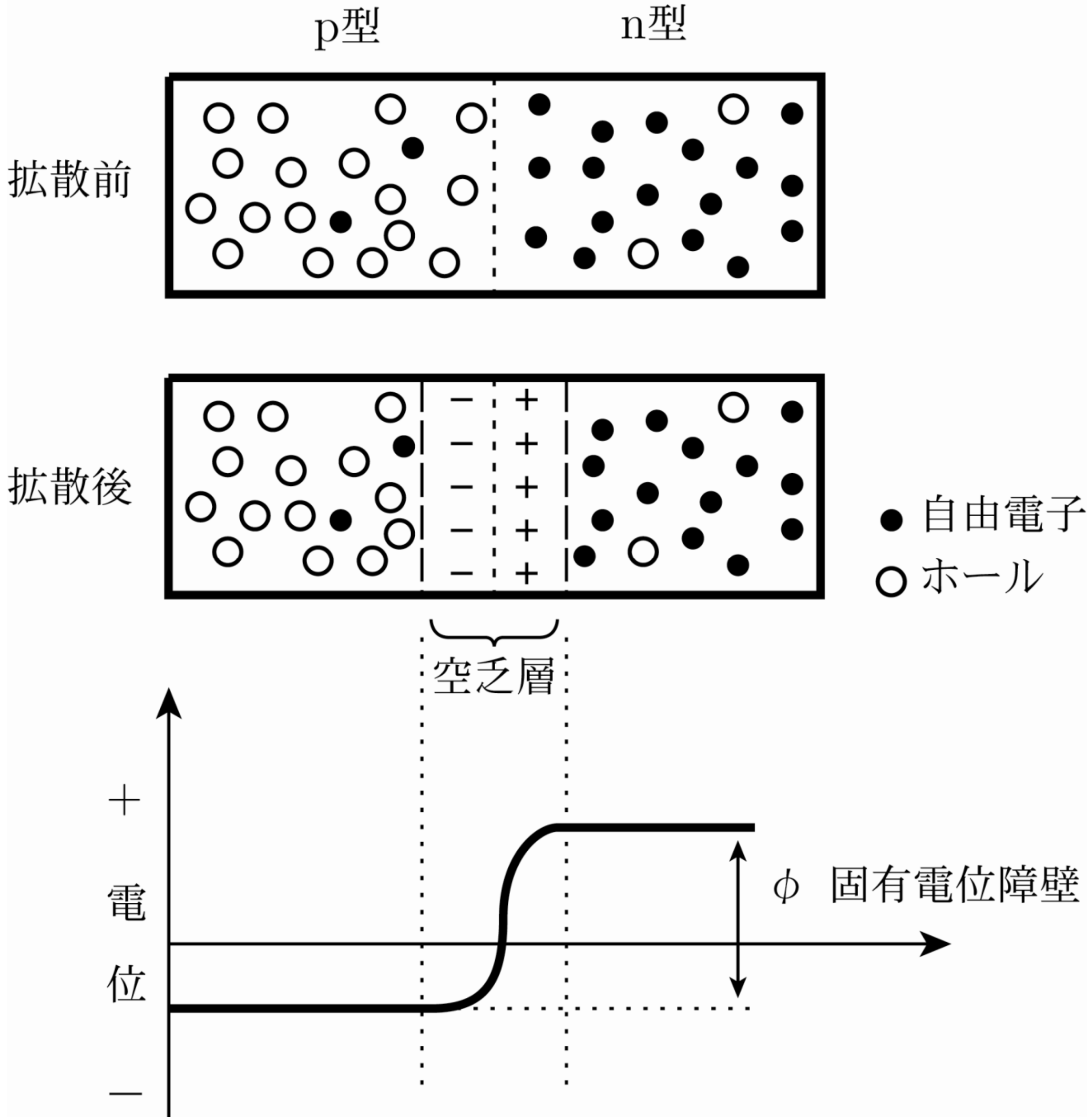


n型半導体

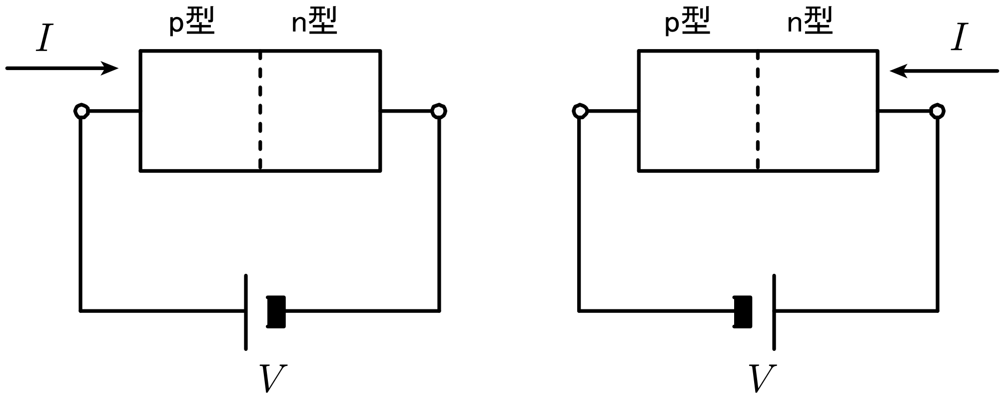


p型半導体

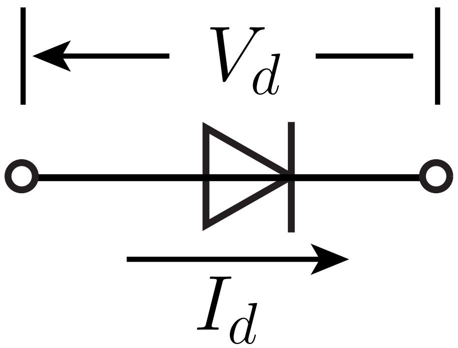
拡散と再結合



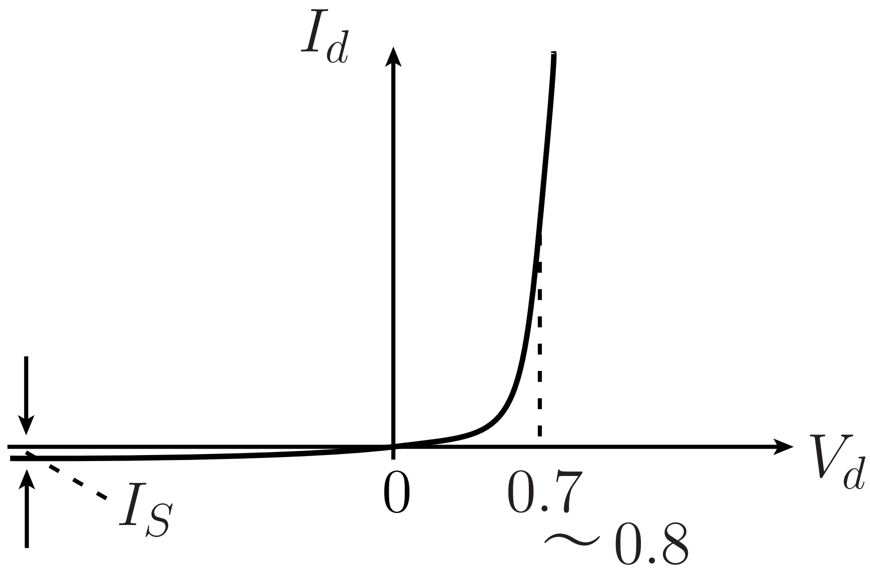
pn接合ダイオードの特性



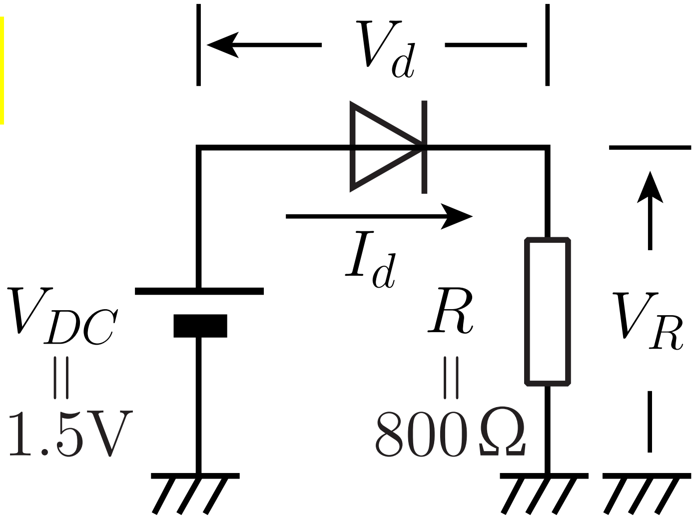
(a) 順方向バイアス　(b) 逆方向バイアス



$$I_d = I_S\left\{\exp\left(\frac{qV_d}{kT}\right) - 1\right\}$$



計算ができない？

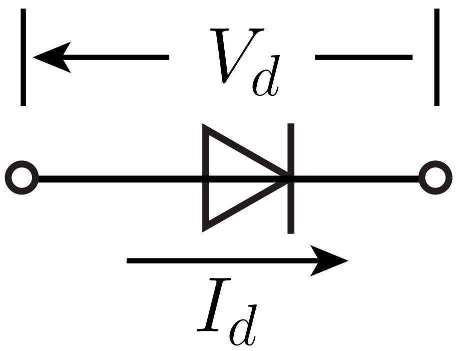


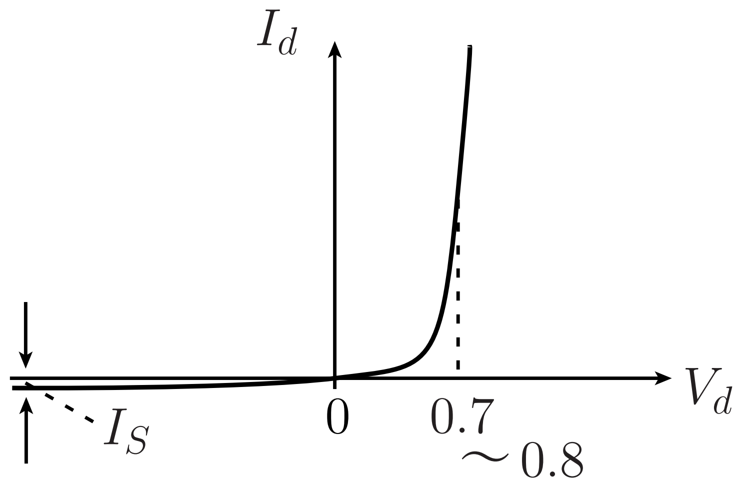
R=800Ω,　I_S=10^{-15}A,　k=1.38×10^{-23}J·K^{-1},

q=1.6×10^{-19}C,　T=300K,　V_{DC}=1.5V

$$I_d=I_S\left\{\exp\left(\frac{qV_d}{kT}\right)-1\right\} \qquad I_d=\frac{V_{DC}-V_d}{R}$$

未知の変数はV_dとI_dの2個で，方程式も2個だが，V_dやI_dについて解くことができない．





実際のpn接合ダイオードの特性

$$I_S = 10^{-15}\mathrm{A},\ k = 1.38\times10^{-23}\mathrm{J\cdot K^{-1}},\ q = 1.6\times10^{-19}\mathrm{C},\ T = 300\mathrm{K}$$

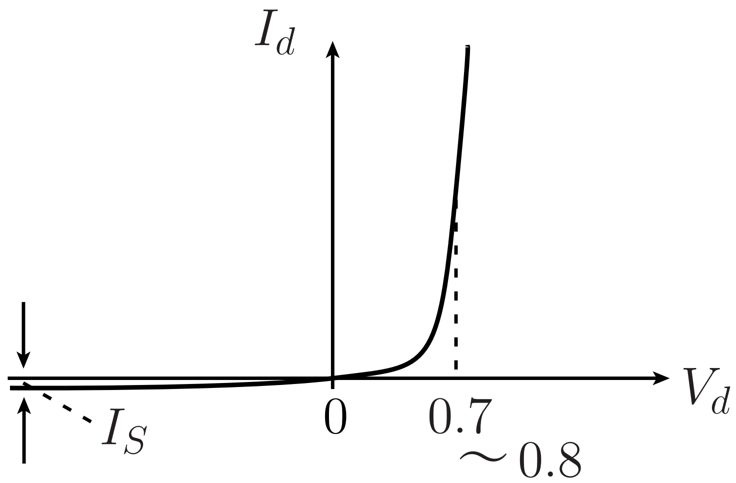
$V_D = \dfrac{kT}{q}\ln\left(\dfrac{I_D}{I_S}+1\right)$より

I_D=0.10mAのときV_D=0.655V

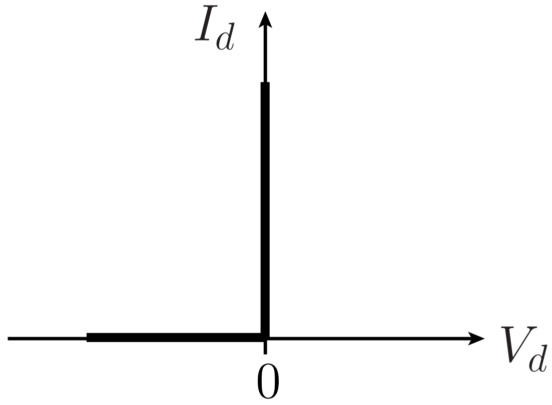
I_D=1.0mAのときV_D=0.715V

I_D=10mAのときV_D=0.775V

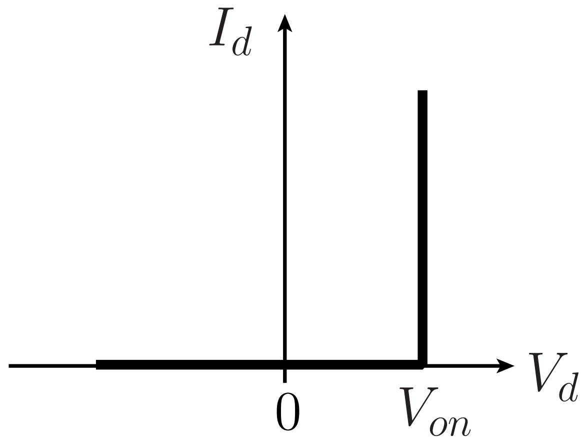
$\boxed{I_D\text{が大きく変化しても}V_D\text{はほぼ一定.}}$



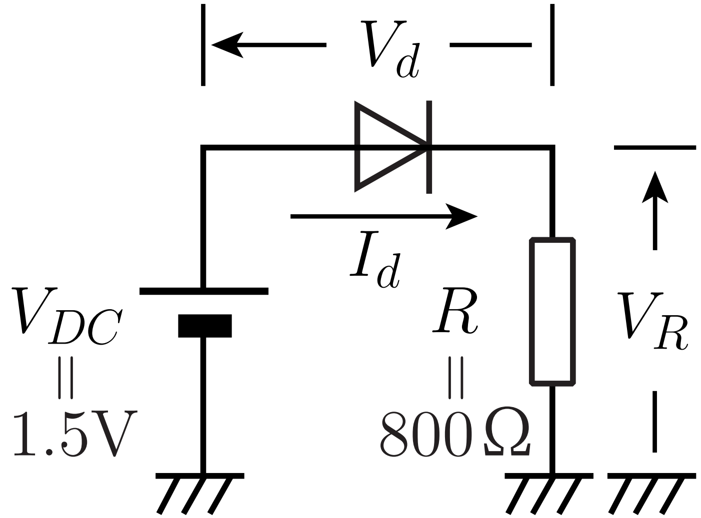
実際のpn接合ダイオードの特性



理想ダイオード特性



近似ダイオード特性



R=800Ω,　I_S=10^{-15}A,　k=1.38×10^{-23}J·K^{-1},

q=1.6×10^{-19}C,　T=300K,　V_{DC}=1.5V,　V_D=0.70V

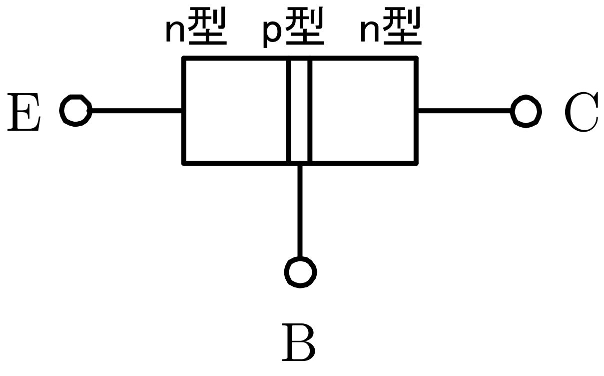
近似計算:　V_D=0.70V　　$I_D=\dfrac{V_{DC}-V_D}{R}$=1.0mA

問：

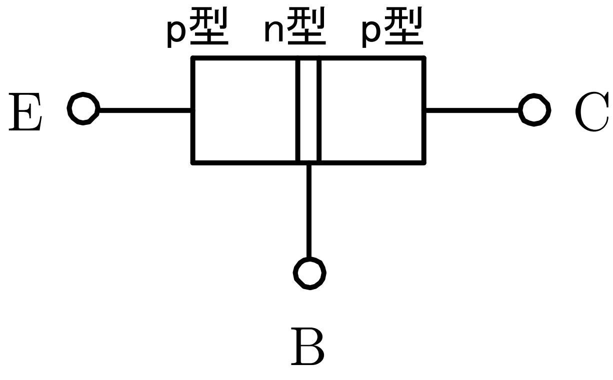
$$I_D^{(n+1)}=\frac{V_{DC}-\frac{kT}{q}\ln(\frac{I_D^{(n)}}{I_S}+1)}{R}$$という

漸化式を用いて真のI_D及びV_Dを求めよ.

バイポーラトランジスタのモデリング



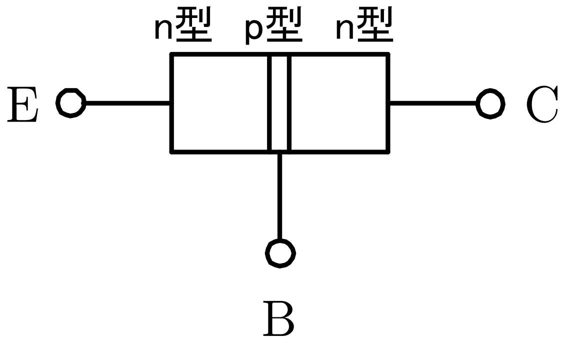
(a) npnトランジスタ



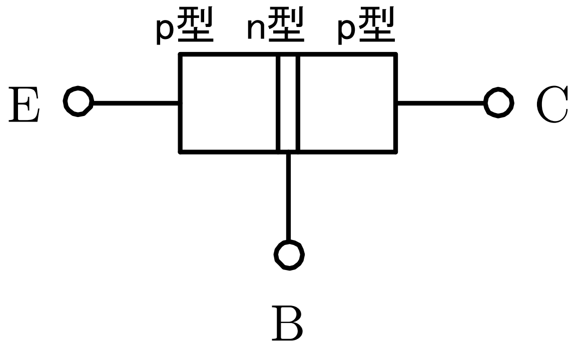
(b) pnpトランジスタ

E: Emitter, エミッタ
B: Base, ベース
C: Collector, コレクタ

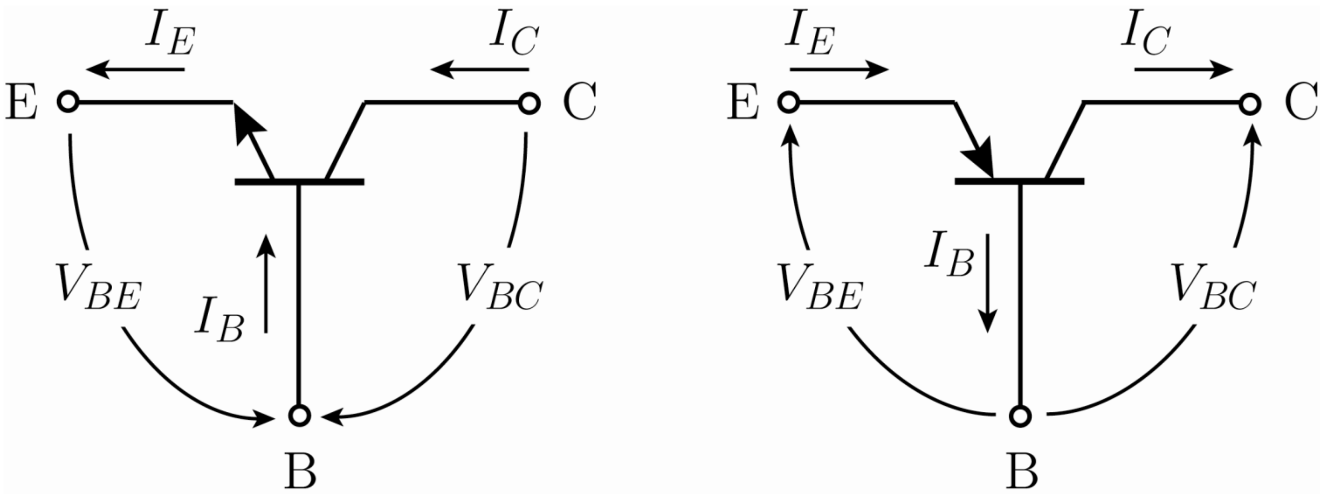
バイポーラトランジスタの記号



(a) npnトランジスタ

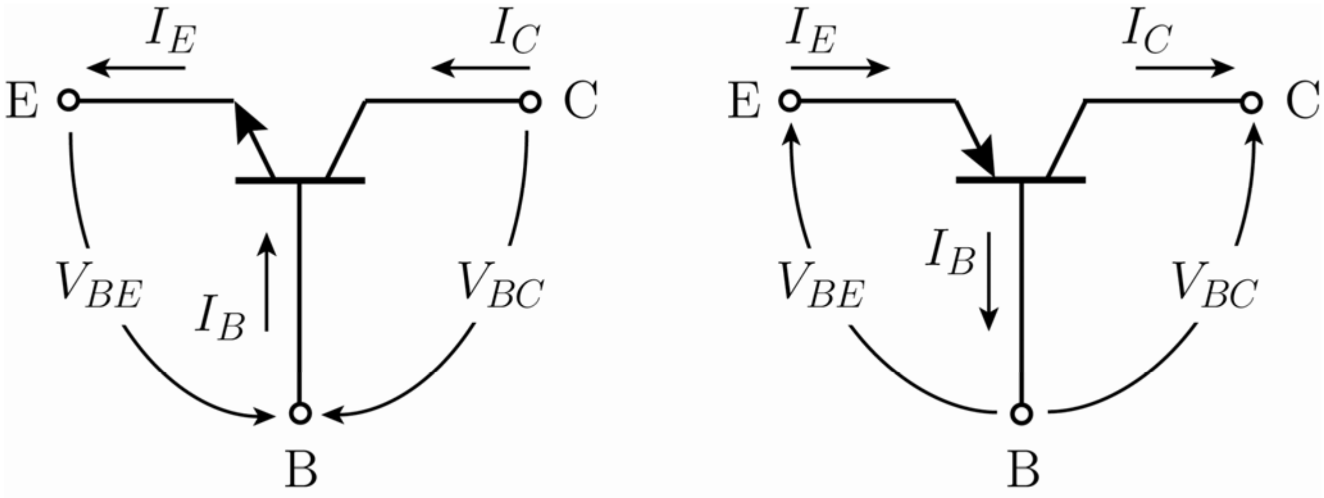


(b) pnpトランジスタ



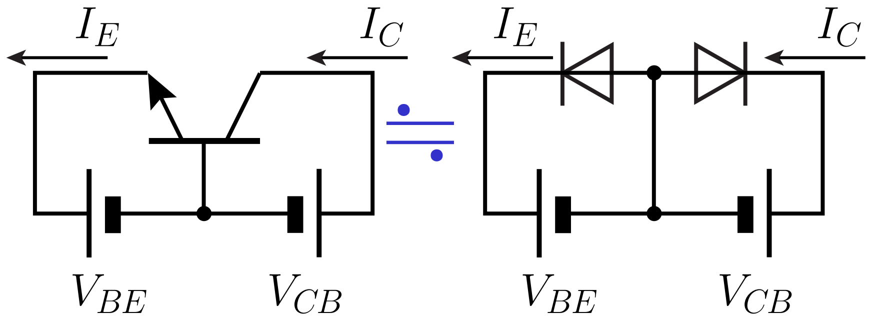
(a) npnトランジスタ (b) pnpトランジスタ

バイポーラトランジスタの動作領域



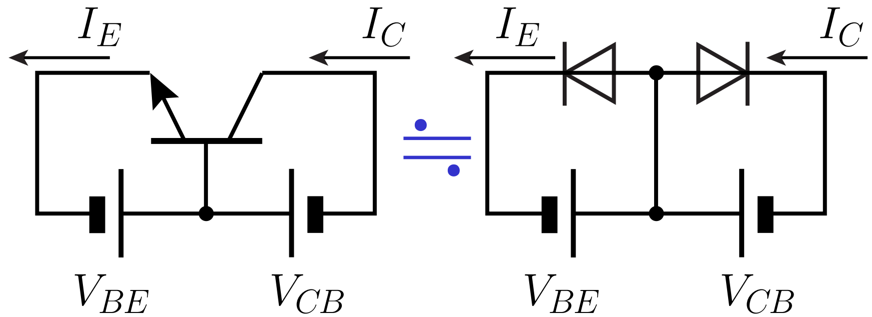
(a) npnトランジスタ　　(b) pnpトランジスタ

遮断領域：	$V_{BE}<0,\ V_{BC}<0$
能動活性領域：	$V_{BE}>0,\ V_{BC}<0$
飽和領域：	$V_{BE}>0,\ V_{BC}>0$
逆方向能動活性領域：	$V_{BE}<0,\ V_{BC}>0$



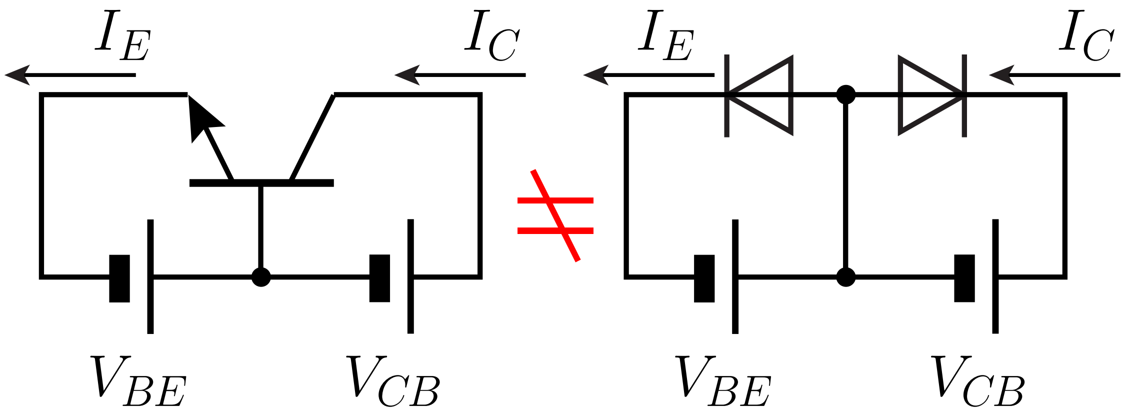
(a) (b)

遮断領域： $V_{BE}<0, V_{BC}<0$



(a) (b)

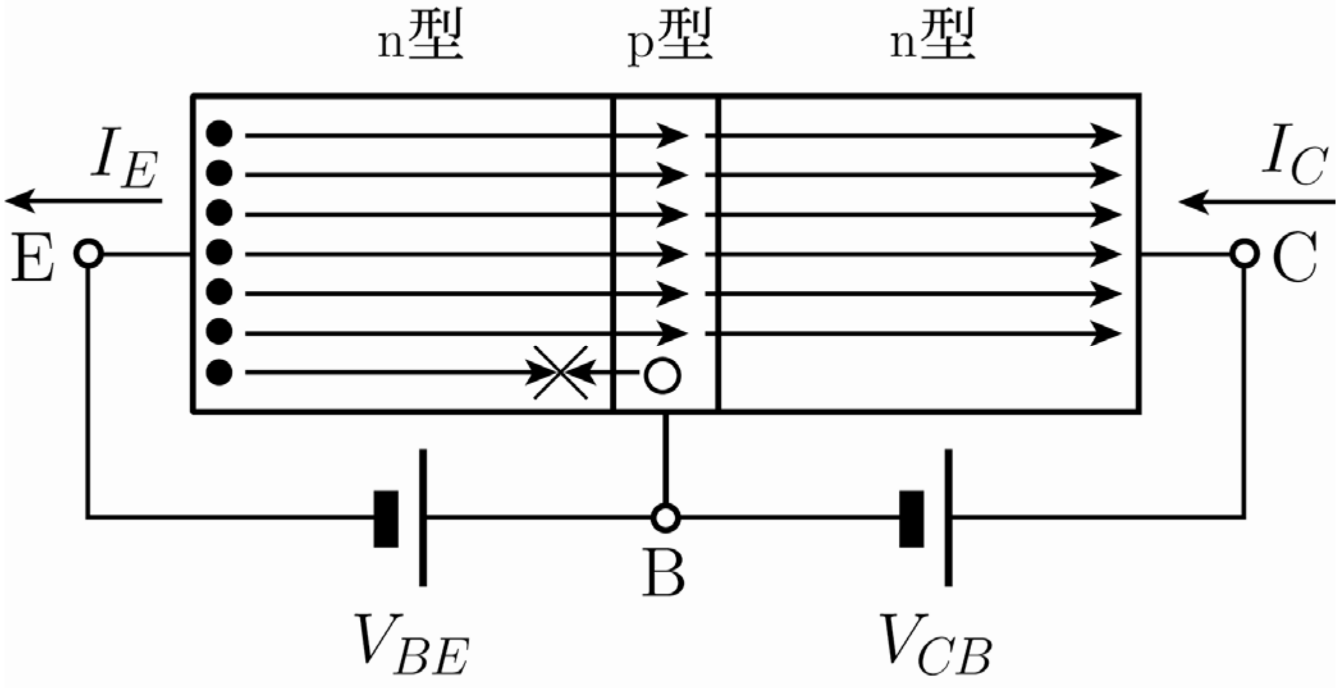
飽和領域：$V_{BE}>0, V_{BC}>0$

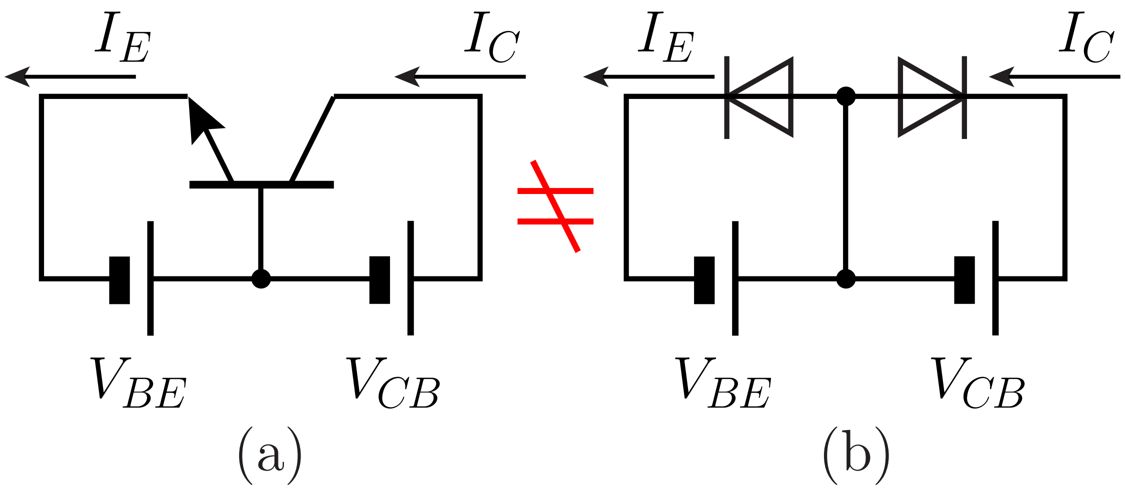


(a) (b)

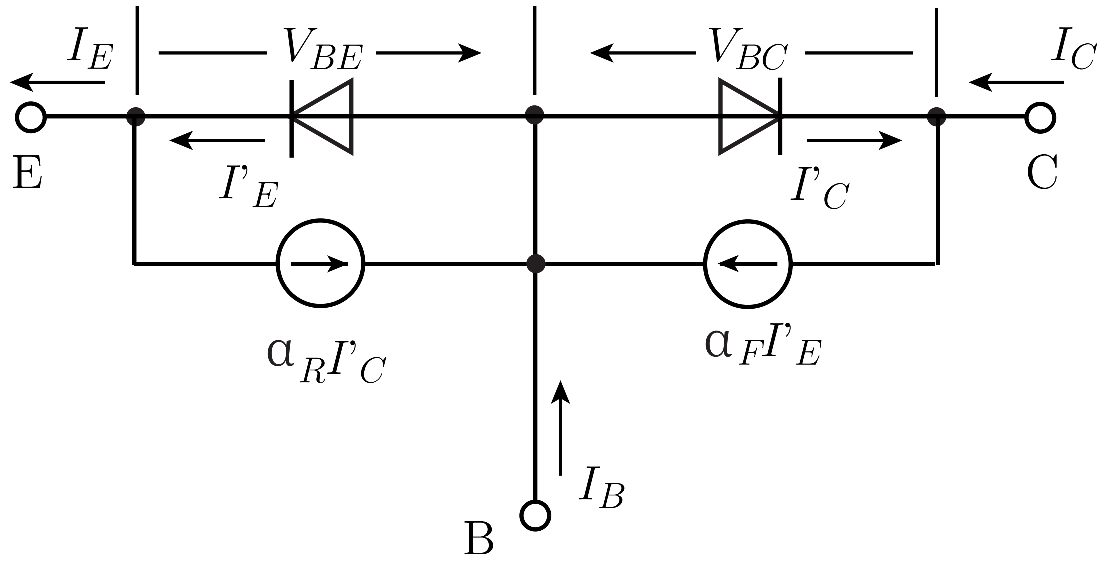
能動活性領域：$V_{BE}>0, V_{BC}<0$

能動活性領域





Ebers-Mollモデル



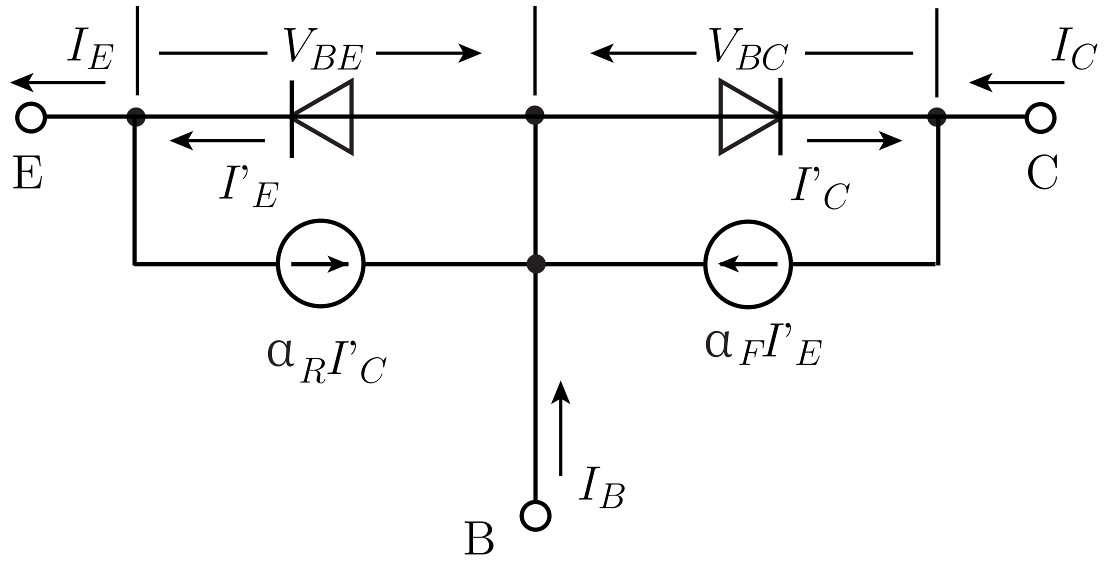
遮断領域： $V_{BE}<0,\ V_{BC}<0$

能動活性領域： $V_{BE}>0,\ V_{BC}<0$

飽和領域： $V_{BE}>0,\ V_{BC}>0$

逆方向能動活性領域：$V_{BE}<0,\ V_{BC}>0$

Ebers-Mollの方程式モデル



$$\boxed{\begin{aligned} I_C &= \alpha_F I_E' - I_C' \\ I_E &= I_E' - \alpha_R I_C' \end{aligned}}$$

$$\longleftarrow$$

$$I_C' = I_{CS}\left\{\exp\left(\frac{qV_{BC}}{kT}\right) - 1\right\}$$

$$I_E' = I_{ES}\left\{\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1\right\}$$

$$I_C=\alpha_F I_{ES}\left\{\exp(\frac{qV_{BE}}{kT})-1\right\}-I_{CS}\left\{\exp(\frac{qV_{BC}}{kT})-1\right\}$$

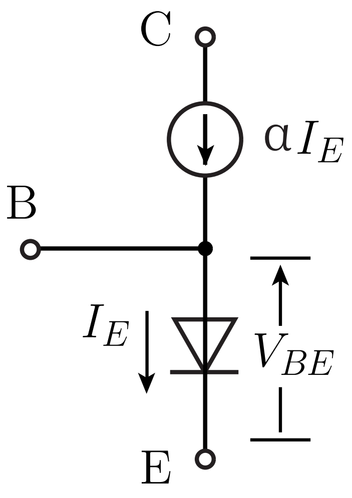
$$I_E=I_{ES}\left\{\exp(\frac{qV_{BE}}{kT})-1\right\}-\alpha_R I_{CS}\left\{\exp(\frac{qV_{BC}}{kT})-1\right\}$$

能動活性領域では, $\exp(\frac{qV_{BE}}{kT})>>1$, $\exp(\frac{qV_{BC}}{kT})<<1$と近似

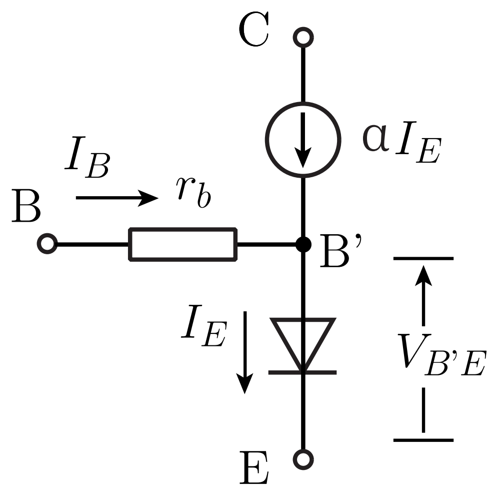
$$I_C=\alpha_F I_{ES}\exp(\frac{qV_{BE}}{kT})+I_{CS}$$

$$I_E=I_{ES}\exp(\frac{qV_{BE}}{kT})+\alpha_R I_{CS}$$

$$\boxed{I_C=\alpha_F I_E+(1-\alpha_F\alpha_R)I_{CS}=\alpha_F I_E+I_{CO}}$$



ベース広がり抵抗



精度が劣る

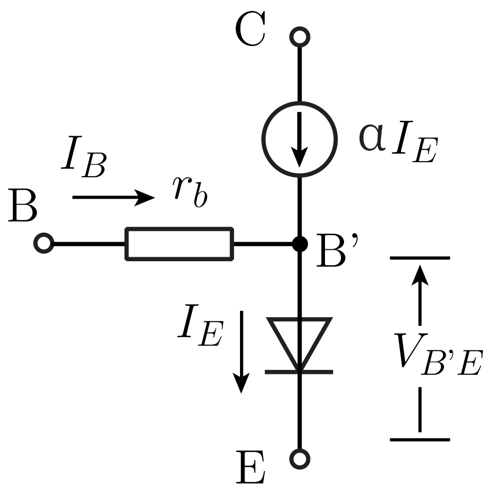
精度の向上

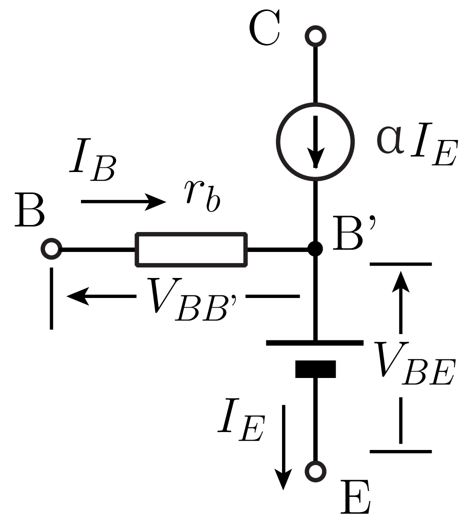
簡単

複雑

見通しの良さ

モデルの簡単化＝見通しの良い解析





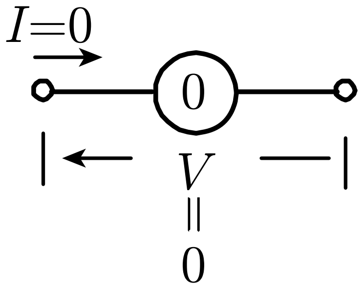
$$\boxed{V_{BE}=0.70\mathrm{V}}$$

さらなる簡単化

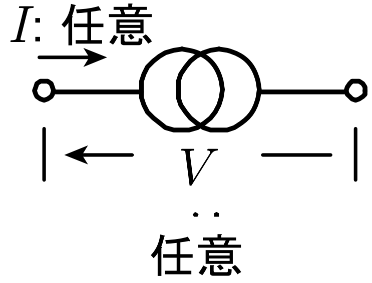
$$\alpha \to 1$$

$$I_B = I_E - I_C = (1-\alpha) I_E \longrightarrow \boxed{I_B = 0 \text{かつ} V_{BB'} = r_b I_B = 0}$$

$I_B=0$かつ$V_{BB'}=r_b I_B=0$　($\alpha=1$)

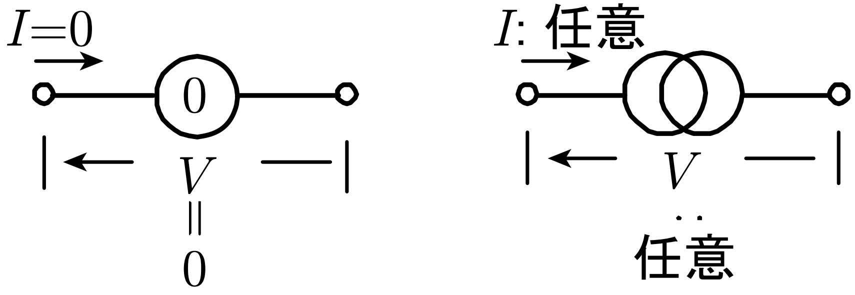


(a) ナレータ

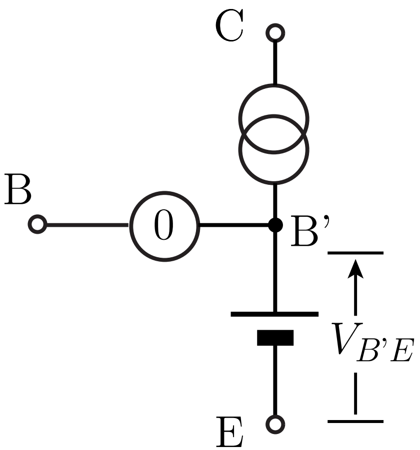


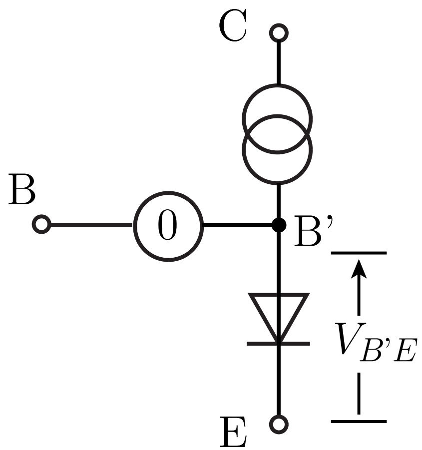
(b) ノレータ

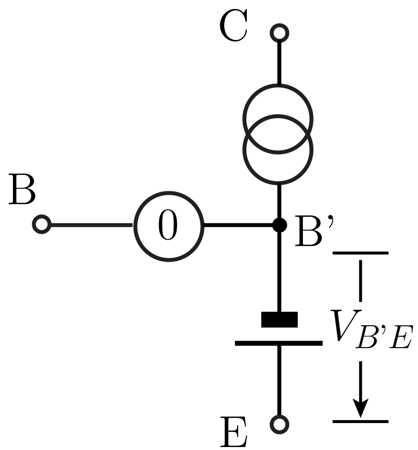
ナレータノ・レータによるトランジスタのモデリング



(a) ナレータ　　(b) ノレータ





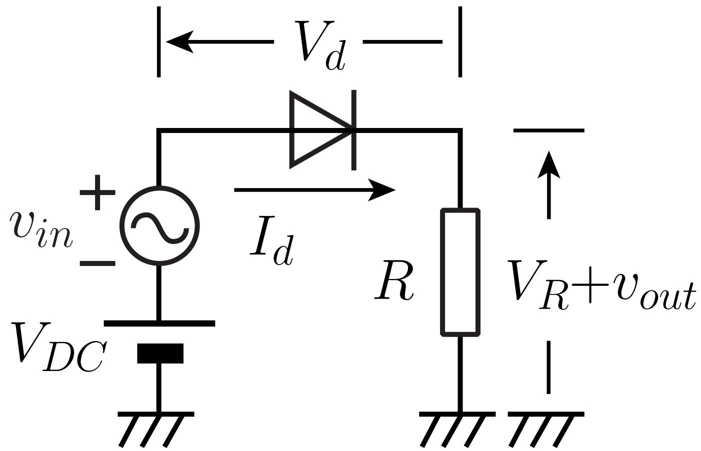


npnトランジスタ
モデル（1）

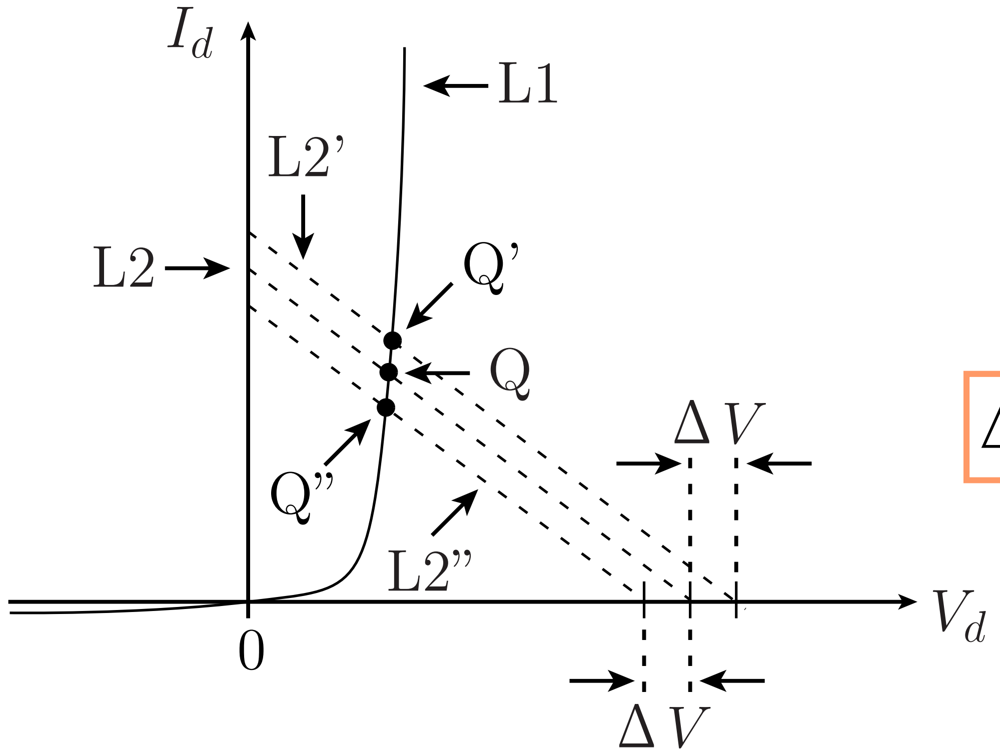
npnトランジスタ
モデル（2）

pnpトランジスタ
モデル

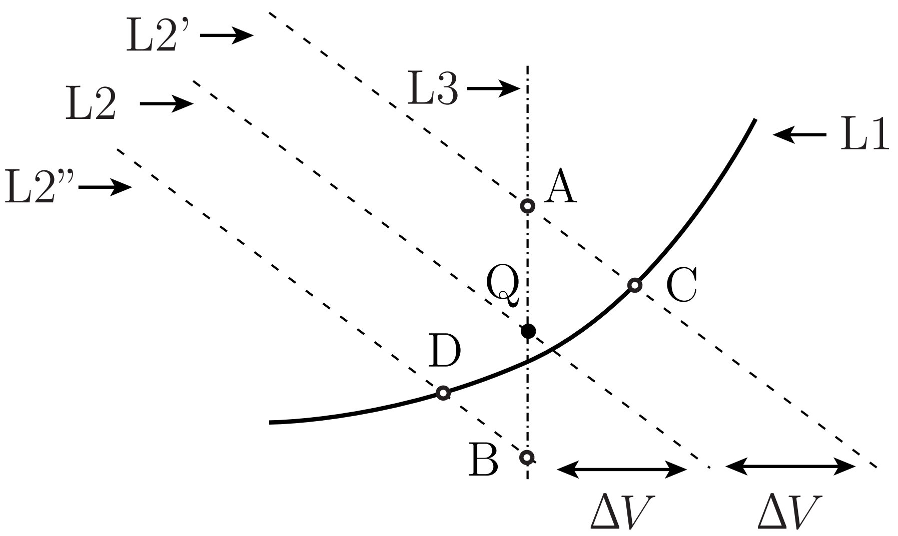
信号を加えた場合の解析

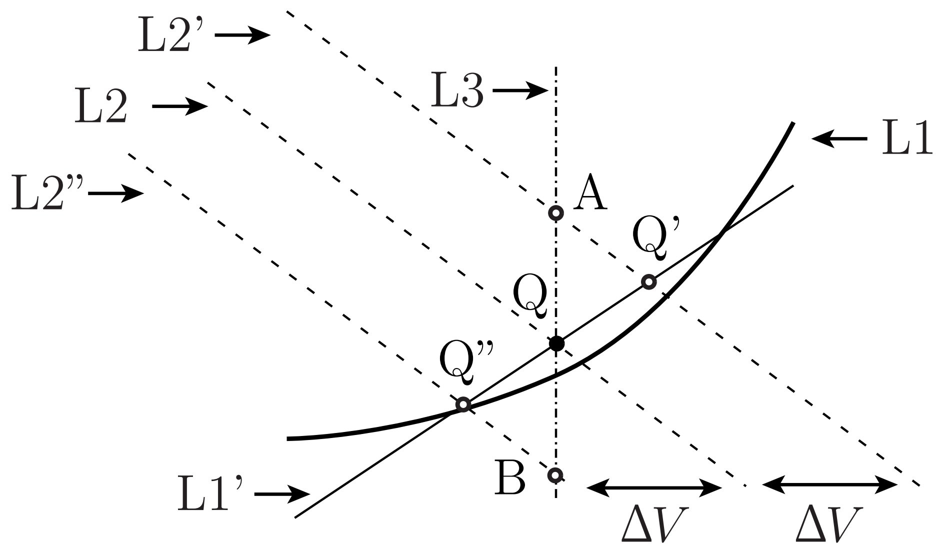


$$I_d = \frac{V_{DC} + v_{in} - V_d}{R} = -\frac{1}{R} V_d + \frac{V_{DC} + v_{in}}{R}$$



ΔV : v_{in}の振幅



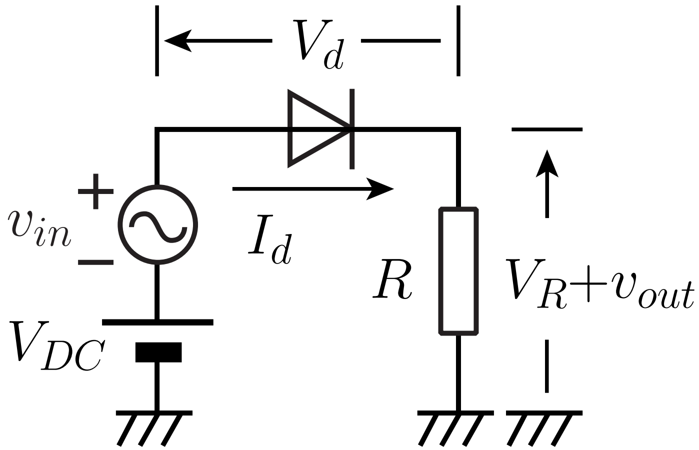


$$I_d = I_S\left\{\exp\left(\frac{qV_d}{kT}\right) - 1\right\}$$

$$\boxed{G = \left.\frac{\partial I_d}{\partial V_d}\right|_{V_d = V_Q} = \frac{qI_S}{kT}\exp\left(\frac{qV_d}{kT}\right) \doteqdot \frac{qI_Q}{kT}}$$

$$I_Q \doteqdot I_S \exp\left(\frac{qV_Q}{kT}\right)$$

直流分と信号分を分けた解析

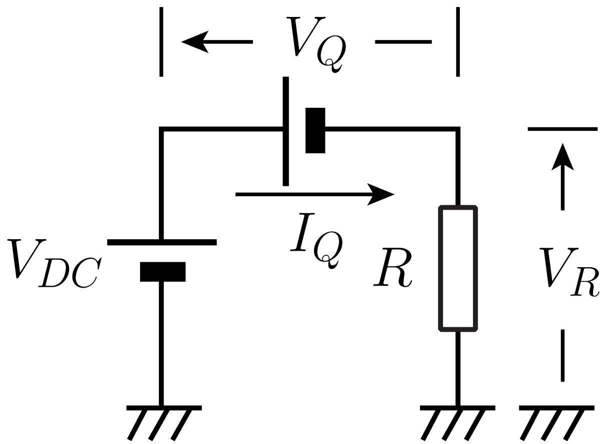


$$V_{DC}+v_{in}=V_Q+v_d+V_R+v_{out}$$ （全体）　　$V_d=V_Q+v_d$

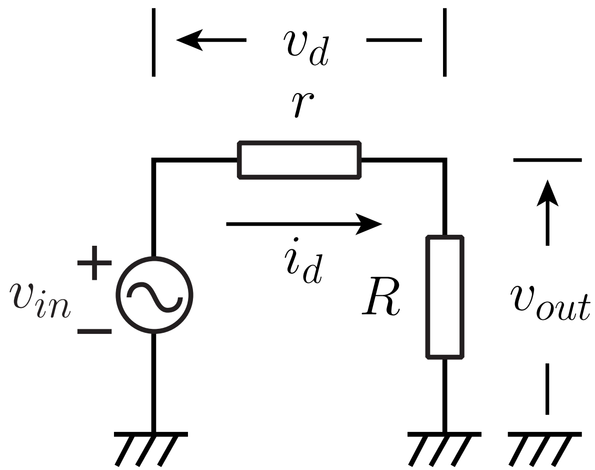
ー） $$V_{DC}=V_Q+V_R$$ （直流分）

$$v_{in}=v_d+v_{out}$$ （信号分）

$$\boxed{V_{DC}=V_Q+V_R}$$



$$\boxed{v_{in}=v_d+v_{out}}$$



直流成分

小信号成分

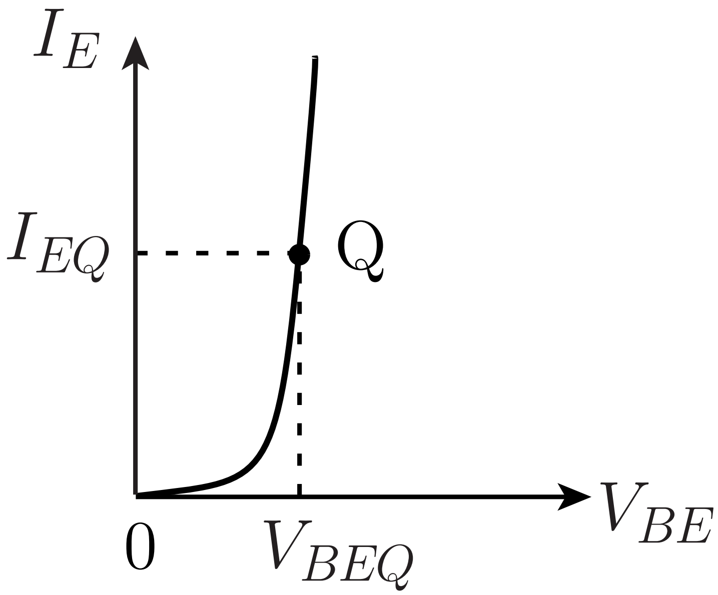
$$V_{DC}=V_Q+RI_Q$$

$$v_{in}=v_d+Ri_d$$

$$i_d=Gv_d$$

$$r=\frac{1}{G}=\frac{kT}{qI_Q}$$

バイポーラトランジスタの小信号モデル



$$I_E = I_{ES}\left\{\exp\left(\frac{qV_{BE}}{kT}\right) - 1\right\}$$

$$\downarrow$$

$$I_E = \left.\frac{\partial I_E}{\partial V_{BE}}\right|_{V_{BE}=V_{BEQ}} \cdot \Delta V_{BE} + I_{EQ}$$

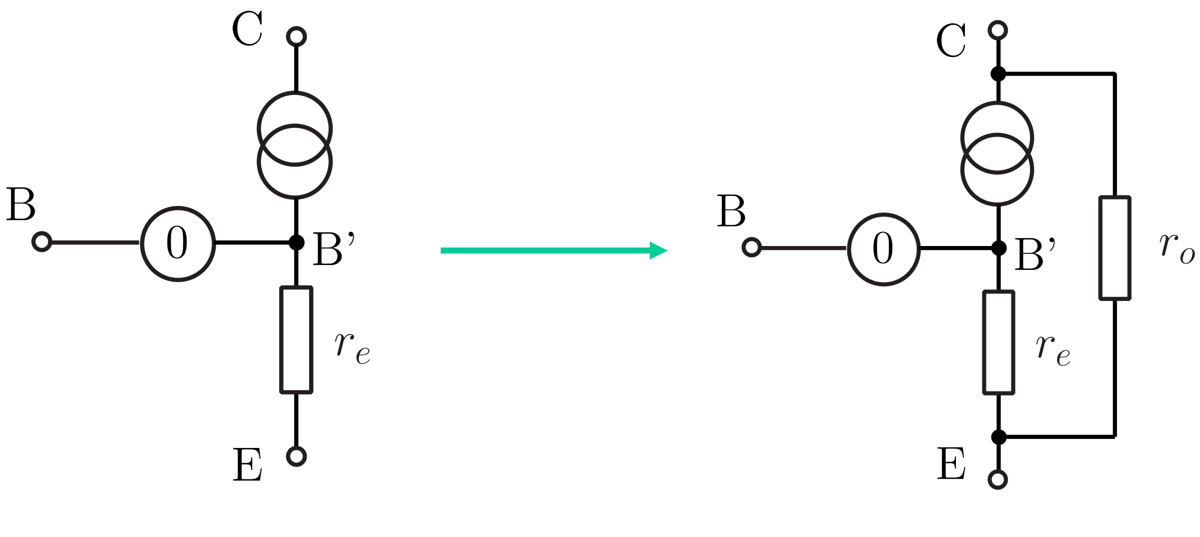
$$\boxed{r_e = \left[\left.\frac{\partial I_E}{\partial V_{BE}}\right|_{V_{BE}=V_{BEQ}}\right]^{-1} \approx \frac{kT}{qI_{EQ}} = \frac{0.026[\mathrm{V}]}{I_{EQ}[\mathrm{A}]}}$$

$$r_e = \left[\left. \frac{\partial I_E}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{BE}=V_{BEQ}} \right]^{-1} \approx \frac{kT}{qI_{EQ}} = \frac{0.026[\mathrm{V}]}{I_{EQ}[\mathrm{A}]}$$

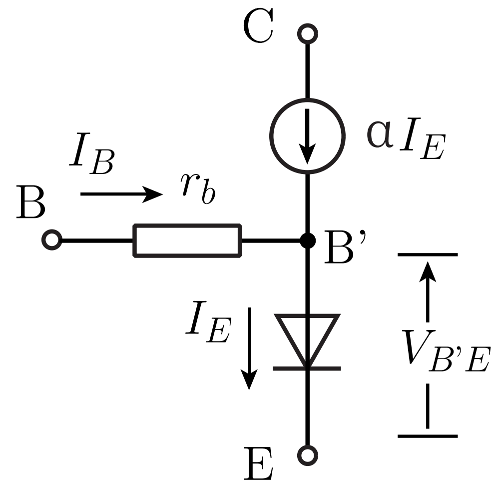
アーリー効果

コレクタ電流がコレクタ・エミッタ間電圧によって変化する現象

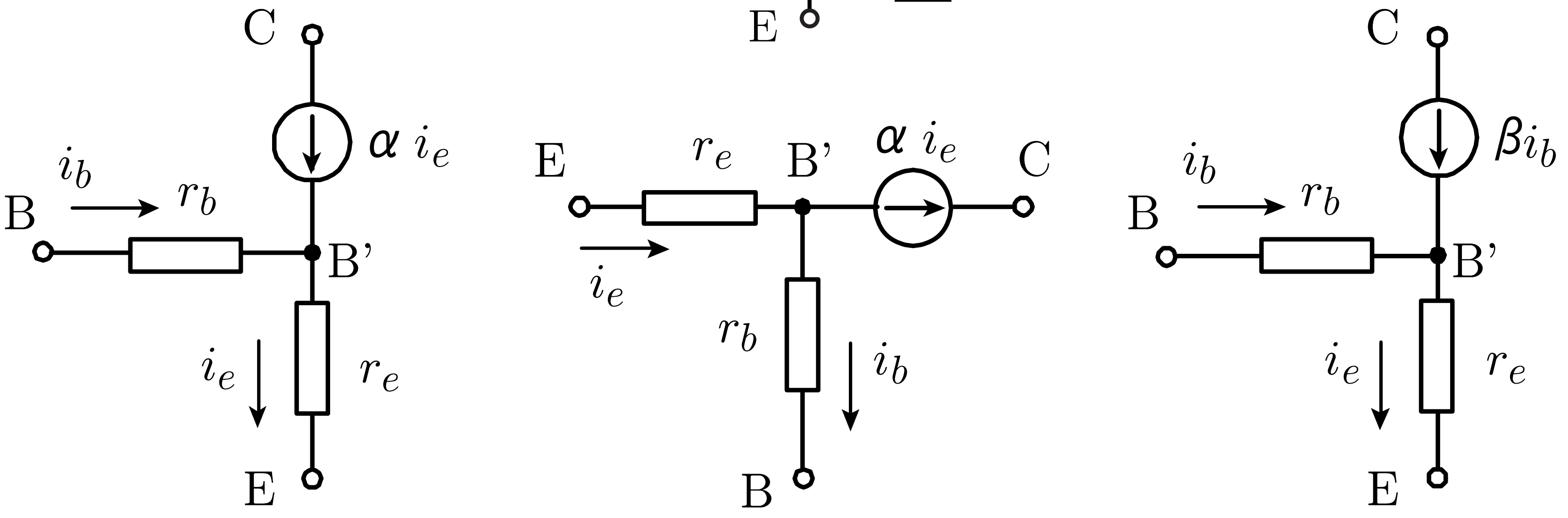
$$I_C = \alpha_F I_E \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right) \qquad r_o = \frac{1}{\left.\dfrac{\partial I_C}{\partial V_{CE}}\right|_{V_{CE}=V_{CEQ}}} = \frac{V_A}{\alpha_F I_{EQ}}$$



その他のバイポーラトランジスタの小信号モデル

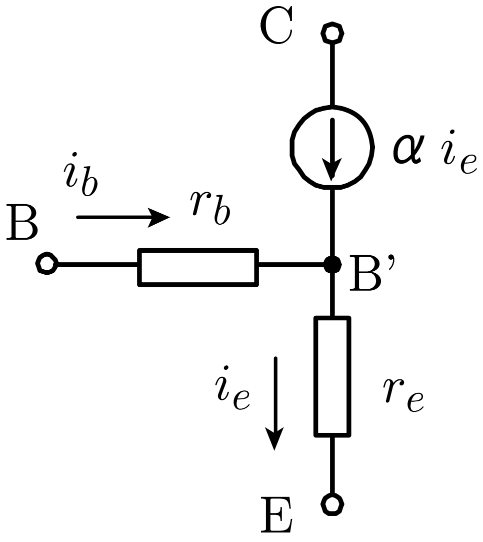


問：αとβとの関係を求めよ.

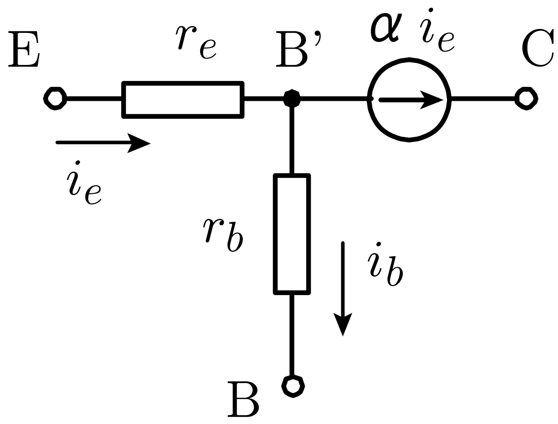


(a) (b) (c)

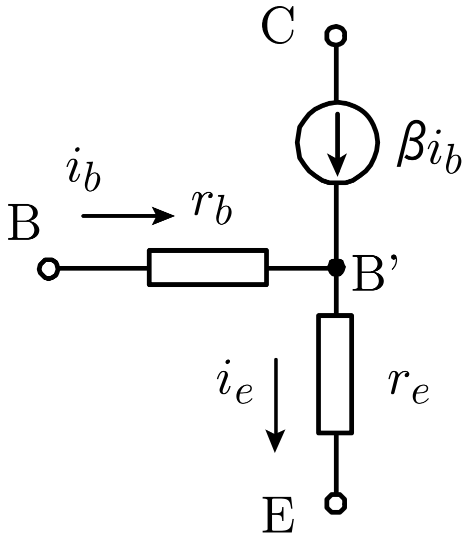
$$r_e = \frac{0.026\mathrm{V}}{I_{EQ}[\mathrm{A}]}$$



(a)



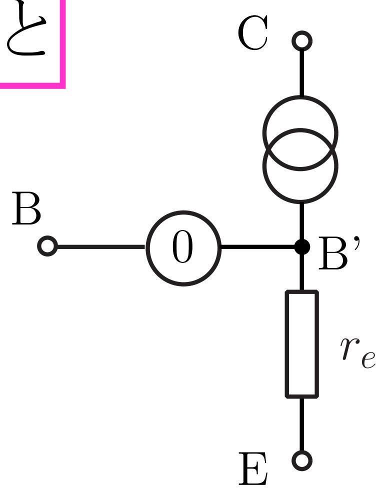
(b)

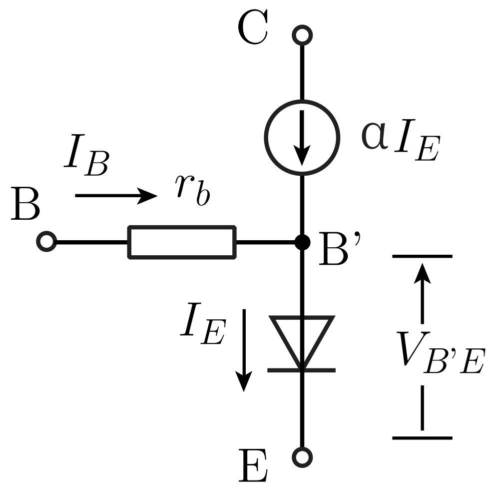


(c)

$$r_e = \frac{0.026\mathrm{V}}{I_{EQ}[\mathrm{A}]}$$

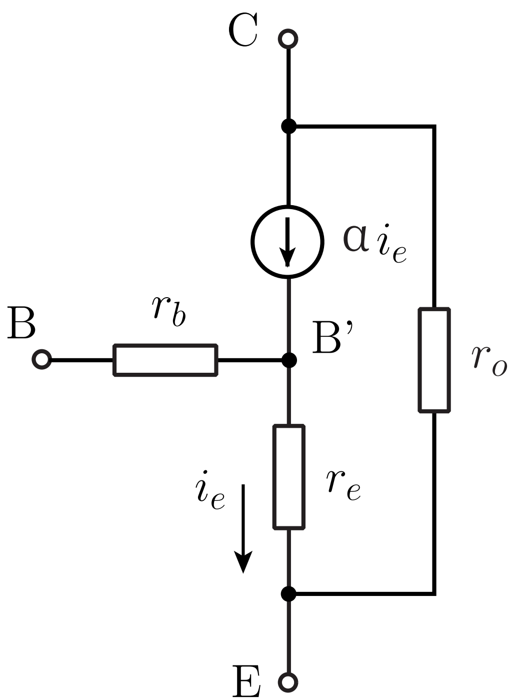
$\alpha \to 1(\beta \to \infty)$とすると



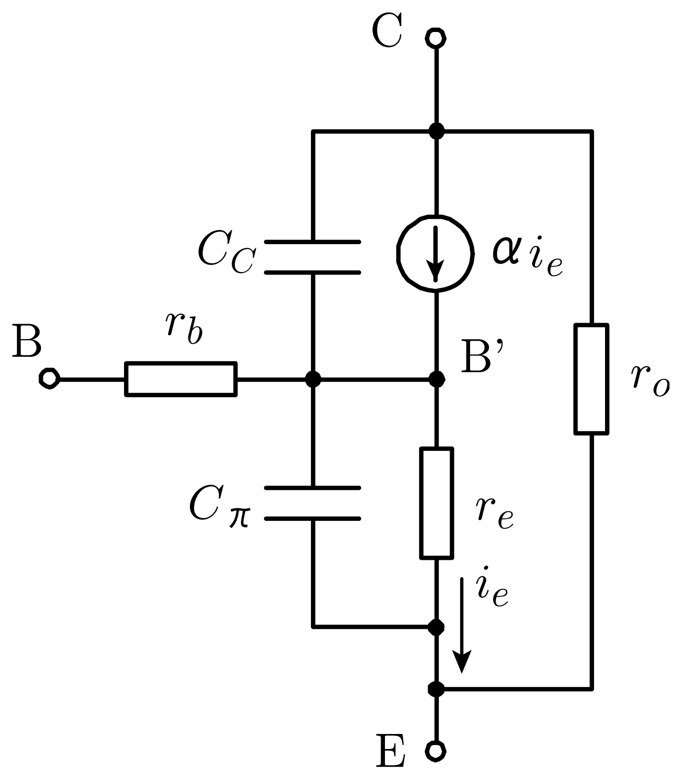


問：左図に相当するpnpトランジスタの
大信号モデルを示せ．また，求めた
大信号モデルから小信号モデルを
求めよ．

バイポーラトランジスタの高周波小信号モデル



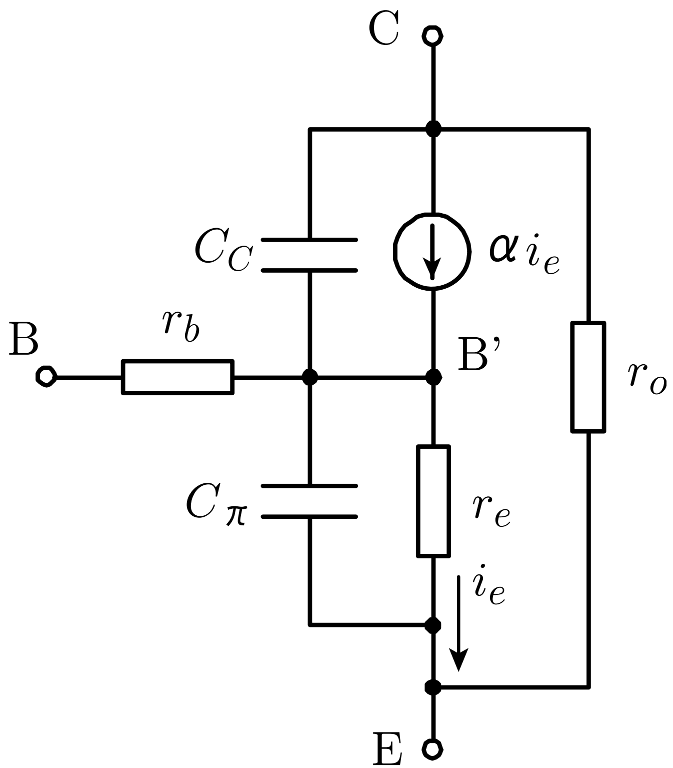
寄生容量を考慮

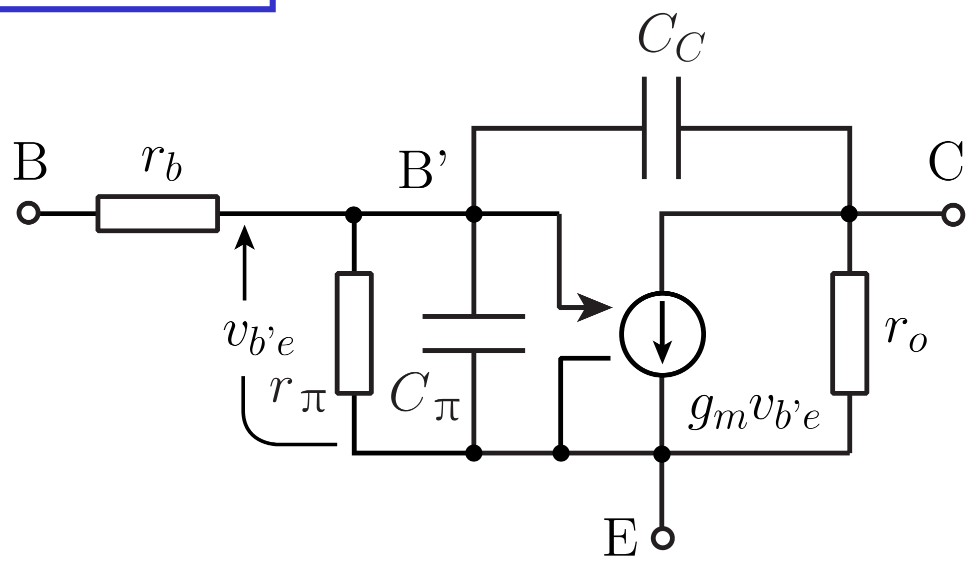


$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_\alpha}}$$

$$\omega_\alpha = \frac{1}{C_\pi r_e}$$: 電流増幅率遮断角周 波数

等価変換

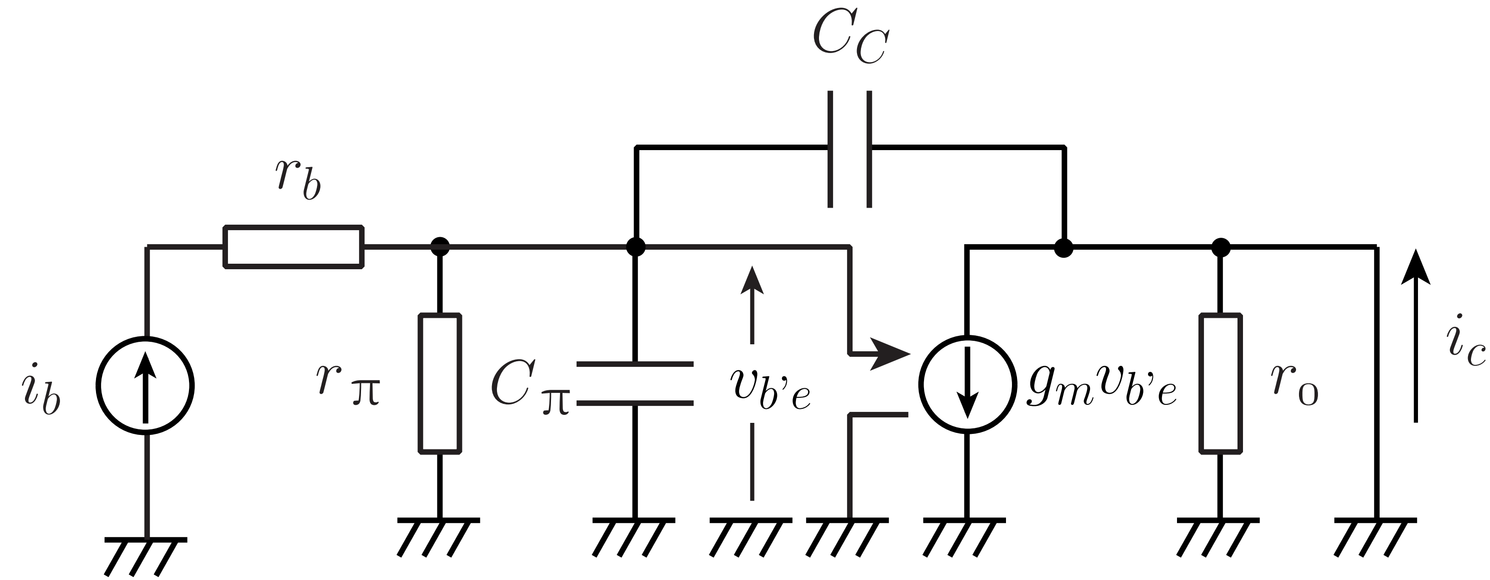


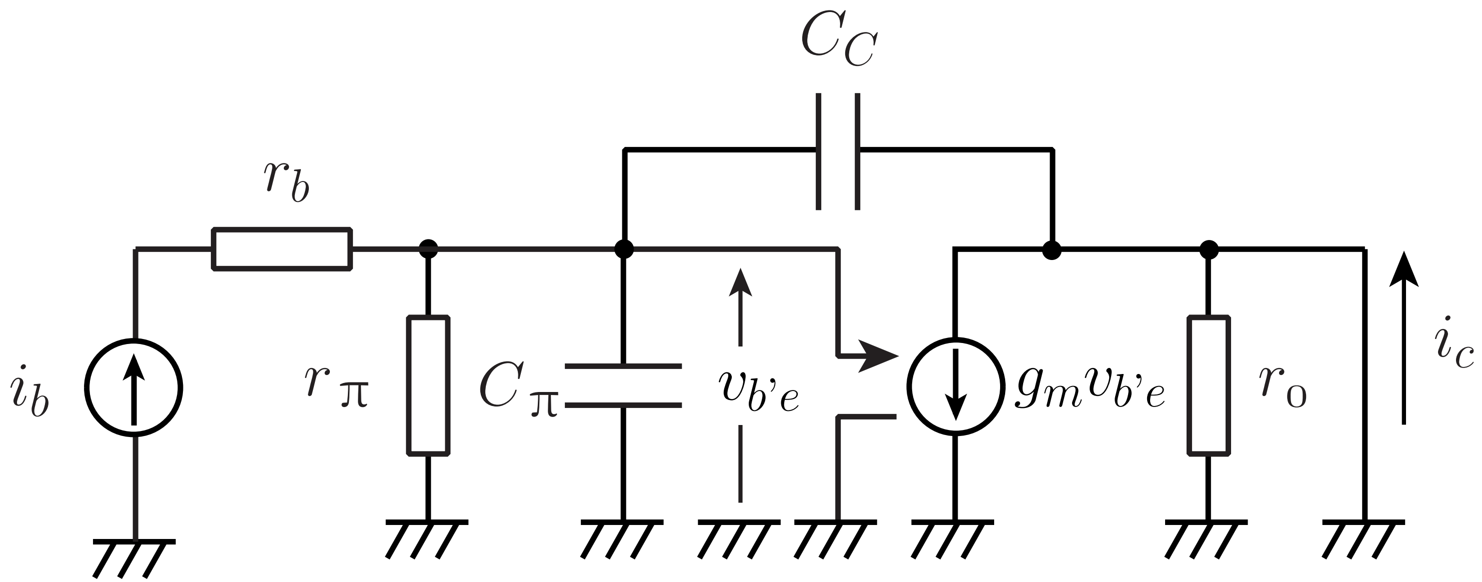


$$r_\pi = \frac{r_e}{1-\alpha_0} \qquad g_m = \frac{\alpha_0}{r_e}$$

バイポーラトランジスタのf_T

f_T: $|i_c| = |i_b|$となる周波数





$$v_{b'e}=\frac{r_\pi}{1+j\omega(C_\pi+C_C)r_\pi}i_b$$

$$i_c=g_m v_{b'e}-j\omega C_C v_{b'e}$$

$$\frac{i_c}{i_b}=\frac{(g_m-j\omega C_C)r_\pi}{1+j\omega(C_\pi+C_C)r_\pi}$$

$\boxed{g_m>>\omega C_C,\quad \omega(C_\pi+C_C)r_\pi>>1}$と仮定

$$\frac{i_c}{i_b}\approx\frac{g_m r_\pi}{j\omega(C_\pi+C_C)r_\pi}$$

$$\boxed{f_T=\frac{g_m}{2\pi(C_\pi+C_C)}}$$

$$\boxed{f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_C)}}$$

$$C_\pi = \frac{\Delta Q_b}{v_{b'e}} \qquad C_\pi >> C_C$$

$$f_T \approx \frac{g_m}{2\pi C_\pi} = \frac{g_m v_{b'e}}{2\pi \Delta Q_b} = \frac{i_c}{2\pi \Delta Q_b}$$

$$\frac{i_c}{\Delta Q_b} = \frac{I_C}{Q_b} = \frac{qAD_n \dfrac{n_p(0)}{W_B}}{\dfrac{1}{2} n_p(0) W_B qA} = \frac{2D_n}{W_B{}^2}$$

$$\frac{D_n}{\mu} = \frac{kT}{q}$$ (アインシュタインの関係式)

$$\boxed{f_T = \frac{\mu}{\pi W_B{}^2} \cdot \frac{kT}{q}}$$