基礎物理学演習VI-a(竹森)No.5

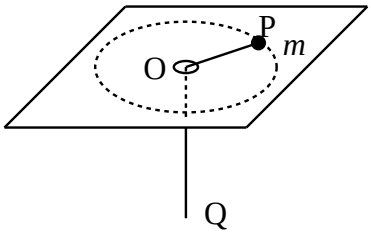
2013.6.20（赤）,27（白）

【1】以下の式をレビ・チビタ記号を用いて示せ。$f(\boldsymbol{r})$ は関数、$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ はベクトル場とし、$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ とする。
(i) $\nabla \times (\nabla f) = 0$
(ii) $\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) = 0$
(iii)$\Delta f \equiv \nabla \cdot \nabla f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$
(iv) $\nabla \times (\nabla \boldsymbol{A}) = -\Delta \boldsymbol{A} + \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A})$

【2】∇ の円筒座標表示を講義で習った方法で求めよ。

【3】
x 軸上のみを運動できる 2 質点 m_1, m_2 が強さ k のばね (自然長 ℓ) で結ばれている．2 質点の位置をそれぞれ x_1, x_2 とする ($x_2 > x_1$ としておく).
(i) 2 質点の運動方程式を書け.
(ii) (i) を $x_G = (x_1 + x_2)/2$ と $x_d = x_2 - x_1$ に対する運動方程式に変形せよ。
(iii) x_G, x_d の運動を考えることにより、x_1 ,x_2（ 2 質点の運動）は結局どのようになるか.

【4】
質点 m を糸につけた図のような系がある．糸は O 点で水平面にあけた穴に通されていて Q 点で固定され，質点は水平面に束縛され摩擦なしで円運動している.



(i) 水平面上の糸の長さ OP が l_1 で質点の速さが v_1 であるとき，糸の張力 T_1 はいくらか.
(ii) O 点を中心とした質点の角運動量を求めよ.
(※) もちろんのことだが，角運動量はベクトル量である.
(iii) Q 点から糸をはずしてゆっくり手でたぐり水平面上の糸の長さ OP を l_2 にしたところ，質点の速さが v_2 になった．v_2 を求めよ.
(iv) 質点の運動エネルギーの変化を l_1, l_2, v_1, m で表せ.
(v) 手がした仕事を計算し，(iv) との関連について述べよ.