# 基礎物理学演習VI-a(竹森)No.2

2013.5.2（赤）,16（白）

【1】天井に吊るしたばね（ばね定数 $k$）に物体（質量 $m$）をぶら下げる。この物体は、速度に比例する力 $-bv$ を受けるものとする。
簡単のため、$k/m = \omega_0^2, b/m = 2\gamma$ を用いてよい (但し $\gamma < \omega_0$ とする)。
(i) 外から $F_0 \cos\omega t$ という振動的な力が加えた場合の一般解を求めよ。
(ii) (i) で求めた解は、ある条件下で振幅が無限大となってしまう。どのような条件だろうか。
(iii) (ii) の条件下で、外力の振動数と解の振動数は同じであるものの、$\pi/2$ の位相差が生じる。これは何故か。

【2】
1 次元の運動で質点に力 $f(x)$ がかかっているときに，$x_0$ を基準点としたポテンシャルエネルギー (位置エネルギー) は

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx \tag{1}$$

で定義される．
(※)

$$U(x) - U(x_0) = -\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx \tag{2}$$

という書き方もある．
(i) $U(x)$ がわかっていて $f(x)$ を求めるにはどのようにしたらよいか．
(ii) (1) の右辺で負号を付けているのはなぜか，考察せよ．

【3】
2 次元極座標系での基本ベクトルは既知とする．
(i) 速度 $\boldsymbol{v}$ を極座標で表せ．
(ii) 加速度 $\boldsymbol{a}$ を極座標で表し，運動方程式の極座標表示を求めよ．中心力のときはどう簡単化されるか．

【4】
(i) $x = 0$ 近傍で，$f(x) = \mathrm{e}^x$，$g(x) = \sin x$，$h(x) = \cos x$ のテーラー展開を求めよ．
(※) 一般項を求めて欲しい．いつでも一般項がシンプルな形に書けるとは限らないが (勝手な関数を持ってくると，書けない方が多い)，この 3 つの場合はうまく行く．
(ii) (i) の結果に形式的に $x = \mathrm{i}\theta$ を代入すると，オイラーの関係式

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} = \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta \tag{1}$$

が得られることを説明せよ．
(iii) $f(x) = 1/(1-x)$ を $x = 0$ の周りでテーラー展開せよ．この結果はよく知っているはずの式である．このテーラー展開はどのような範囲の $x$ に対して収束すると考えられるか．