

線型代数学第一 期末試験 (平成 25 年 7 月 31 日)

- ・ 次の 1 ～ 4 の問題に答えよ. ただし, 計算や理由は省略せず, 詳細に記すこと.
説明が不十分な答案は減点の対象となる.

1. 次の行列 A について, 以下の問に答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ b & 1 & a & a^2 \\ b^2 & b & 1 & a \\ b^3 & b^2 & b & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) A の行列式を求めよ.
(2) A が正則であるための必要十分条件を a, b を用いて表せ.

2. 次の行列 B の余因子行列を計算し, もし B が正則ならば逆行列を求めよ.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. (i, j) 成分が

$$a_{ij} = \begin{cases} 2 & (i + j = n + 1) \\ 1 & (i + j \neq n + 1) \end{cases}$$

である n 次正方行列 A の行列式を求めよ.

4. (1) 奇数次の交代行列の行列式は 0 であることを示せ.
(2) $A = [a_{ij}], B = [b_{ij}]$ を n 次正方行列とし, $b_{ij} = (-1)^{i+j} a_{ij}$ であるとする.
このとき, $|A| = |B|$ であることを示せ.