主観性 Subjectivity と思いやり Benevolence

合理的思考の技術 Lecture 12

小林憲正

Department of Value and Decision Science (VALDES)
Tokyo Institute of Technology

July 1, 2013

Outline

1 ハイパーゲーム Hypergames

2 思いやり Benevolence

主観的メンタル・モデル Mental Model

Lecture 11 のまとめ

- 経験を活かすなどして、様々な要約表現 summarized representation を駆使したメンタル・モデルにより、合理的選択を行うことができる。
- 状況に応じて、
  - 要約が十分であったり、
  - 要約によって改善の機会を逸していたりすることがある。

Lecture 11 メンタル・モデルが一人意思決定モデル

Lecture 12 メンタル・モデル自体がゲームからなるような場合 (= ハイパーゲーム)

ハイパーゲーム Hypergame

- ハイパーゲームでは、各プレーヤー$i \in N$ は、i 自身が主観的に想像したゲームに基づき意思決定を行う。
- 各 i の想像している主観的ゲームが必ずしも物理的世界の正しいモデルであるとは限らない (誤認識 misperception)。
- 各プレーヤーはハイパーゲーム状況それ自体の具体的な中身（例えば、他のプレーヤーの主観的ゲーム）を一般には知ることはできない。
- ただし、多階層ハイパーゲームにおいては、i が j の想像している主観的ゲームを想像するというような想像の列を考えることがある。[4]

単純ハイパーゲーム [1]

もっとも基本的なハイパーゲームのモデル化として、全ての主体が自分も他者も自分が認識しているゲームモデルに基づいて意思決定していると考えている状況を考える。

Definition (単純ハイパーゲーム Simple Hypergame)

$N = \{1, ..., n\}$ はプレーヤーの集合とする。単純ハイパーゲームは、プレーヤー$i \in N$ が認識する主観的ゲーム $G^i = \langle N^i, A^i, u^i \rangle$ の組 $(G^i)_{i \in N}$

添字に関する注意

- 右上の添字は認識している主体を表し
- 右下の添字は主体の物理的成分を表す

２人単純ハイパーゲームの例 – Romance Game[9]

$N = \{wife(w), husband(h)\}$

$w \backslash h$	R	NR
R	4, 2	1, 3
NR	3, 1	2, 4

G^w

$w \backslash h$	R	NR
R	2, 4	1, 3
NR	3, 1	4, 2

G^h

他のプレーヤーの利得のみの誤認識 [10]

Definition (利得のみ誤認識を含むハイパーゲーム)

単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i \in N}$ は利得のみの誤認識を含む iff $\forall i, j \in N$:

- $N^i = N$
- $A^i_j = A^j_j$

Definition (ベース・ゲーム Base Game)

$G = \langle N, A, u \rangle$ は利得のみの誤認識を含む単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i \in N}$ より導出されるベース・ゲームである iff:

- $A_i := A^i_i$
- $u_i := u^i_i$

ベース・ゲームの導出の例 – Romance Game

$w \backslash h$	R	NR
R	4, 2	1, 3
NR	3, 1	2, 4

G^w

$w \backslash h$	R	NR
R	2, 4	1, 3
NR	3, 1	4, 2

G^h

$\downarrow$

$w \backslash h$	R	NR
R	4, 4	1, 3
NR	3, 1	2, 2

(G^w, G^h) のベース・ゲーム G

他者の行動に関する想定の経験との整合性 [8]

Definition (主観的ゲームの均衡の経験との整合性)

利得のみの誤認識を含む単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i\in N}$ において、主観的な行動プロファイルの想定の組 $(s^{i*})_{i\in N}$ は i の経験と整合的である iff $\forall j \in N$,

$$s_j^{i*} = s_j^{j*}.$$

Example (Romance game)

G^w の唯一の Nash 均衡は $s^{w*} = (NR, NR)$ と
G^h の唯一の Nash 均衡は $s^{h*} = (NR, NR)$
(s^{w*}, s^{h*}) は、s, h 両者にとって経験と整合的。

経験と整合的な主観的ゲームの均衡の性質

Theorem ([5])

利得のみの誤認識を含む単純ハイパーゲーム $(G^i)_{i\in N}$ のすべてのプレーヤーi について、主観的ゲームの *Nash* 均衡の組 $(s^{i*})_{i\in N}$ が経験と整合的ならば、$(s_i^{i*})_{i\in N}$ は導出されたベース・ゲームの *Nash* 均衡でもある。

Example (Romance game)

$(s_w^{w*}, s_h^{h*}) = (NR, NR)$ は、確かに G の Nash 均衡。

複数均衡が存在する場合の非効率性持続の可能性

- 先の定理とは逆に、全てのベース・ゲームの Nash 均衡がハイパーゲームにおける主観的ゲームの均衡となるとは限らない。
- ベース・ゲームに均衡が複数ある場合、誤認識によって、パレート効率的な均衡が認識から抜け落ちてしまう可能性がある。

Example (Romance game)

- G のもう一つの Nash 均衡 (R, R) は G^w, G^h いずれにおいても Nash 均衡ではない。
- (R, R) は、(NR, NR) をパレート支配

改善の模索

- 他者の行動に関する想定が反証されないから [7] といって、ゲームに関する認識が正しいとは限らない。
- 一人意思決定モデルのメンタル・モデルの場合も含めて、とりわけ多主体意思決定状況においては、行動に関する仮説検定とかなり独立に潜在的な改善の可能性を模索しなければならない。
- しかし、改善の可能性の模索の一般理論は存在しない。これには独創性などが必要。

Outline

1 ハイパーゲーム Hypergames

2 思いやり Benevolence

黄金律 The Golden Rule – 真のアガペの愛とは？

Do unto others as you would have them do unto you.

Jesus (c. 5 BC - AD 32) in the Gospels,
Matthew 7:12, Luke 6:31, Luke 10:27

None of you truly believes until he loves for his brother what he loves for himself.

Muhammad (c. AD 571 - 632) in a Hadith.

(quotes from Wikipedia English)

他者の心の考慮と共有知識 Common Knowledge

黄金律で複雑なのは、他者もあなたと同様に思いやりを持っている可能性を考える必要があることだ。

Example

Ann "does unto Bob as Ann would have Bob do unto Ann."
But,
Bob "does unto Ann as Bob would have Ann do unto Bob."

この例は、フィードバック的なネスト構造を有する。
Q. Ann と Bob はどのようにこのネスト構造を解くことができるだろう？
When a stable solution exists to this infinite chain of reasoning and is known to all the members, the solution is common knowledge (a jargon of logic!).
i.e.) Ann knows that Bob knows that Ann knows ...

思いやりのモデル化 [2]

$i \in N$ が社会的結果（資源配分など）$s \in S$ より得る私的な部分効用 private subutility を $u_i(s)$ とする。

Definition (相互依存効用 Interdependent Utilities)

$s \in S$ から得られる相互依存効用は一般に以下の関数形で表現可能

$$U_i(s) = F_i(u_i(s), U_{-i}(s))$$

思いやりがある Benevolent F_i が U_{-i} の増加関数

意地悪 Spiteful F_i が U_{-i} の減少関数

利己的 Selfish F_i が U_{-i} の値によらない。

二人線形モデル

特に、二人ゲーム $N = \{A, B\}$ の場合、

相互依存効用の線形モデル

$$U_i(s) = F_i(u_i(s), U_{-i}(s)) := u_i(s) + \lambda_i U_{-i}(s)$$

λ_i は思いやりパラメータ：

思いやりがある Benevolent $\lambda_i > 0$

意地悪 Spiteful $\lambda_i < 0$

利己的 Selfish $\lambda_i = 0$

相互依存効用の線形モデルと解の妥当性

$\lambda_A\lambda_B < 1$ とすると、線形モデルは発散しない。
相互依存効用の連立方程式を $U_A(s), U_B(s)$ に関して解くと、

$$U_A(s) = G_A(u_A(s), u_B(s)) = \frac{1}{1-\lambda_A\lambda_B}(u_A(s) + \lambda_A u_B(s))$$

$$U_B(s) = G_B(u_A(s), u_B(s)) = \frac{1}{1-\lambda_A\lambda_B}(u_B(s) + \lambda_B u_A(s))$$

$\lambda_A\lambda_B \geq 1$ は、思いやりにポジティブ・フィードバックがかかって、発散している状況。

他者の思いやりの考慮

線形モデルについては、妥当な範囲では、結局、他者については私的な部分効用のみを考慮する必要がないことがわかる。

応用 – パイの配分

Example

- $N = \{A(Ann), B(Bob)\}$
- $s_A \geq, s_B \geq 0, s_A + s_B \leq 1$
- $u_A(s_A) := s_A$ と $u_B(s_B) := 4s_B$
- $\lambda_A := 1/2, \lambda_B := 1/2$

- $(s_A, s_B) = (0, 1)$ が相互依存効用 $(U_A(s), U_B(s))$ に関してパレート効率的である。
- $(s_A, s_B) = (0, 1)$ という配分は、必ずしも B が利己的であることを意味するわけではない。B も「A が B に幸せになってもらいいたい」ことを知っているため（故に、連立方程式が正しく解ける)、よりパイから受ける私的効用の大きな自分が食べるという判断をする。

応用 – 1 回ゲームにおける協力

- 思いやりは協力、すなわちよりパレート効率的な行動、を促進することが多い。
- フォーク定理と同様、様々な協力形態がありえる。
- 無条件の思いやりから得られる戦略は一般には進化的に安定 evolutionarily stable strategy (ESS) ではない。
  $\Rightarrow$ 愛情は裏切られたときの憎しみとセットになることが一般的

再分配 Redistribution

思いやりに関連する社会制度として再分配が考えられる。

Theorem (衡平再分配 equal redistribution のパレート効率性 [11])

完全衡平再分配 *equal redistribution* (税率１００％で、全ての富を等しく再分配）によって任意のゲームの利得の再分配を行うと、再分配後のゲームの任意のナッシュ均衡はパレート効率的である。

衡平性と誘引両立性

通常、衡平性 equity と誘引両立性・効率性は矛盾すると考えられているが、上記の定理は衡平性と効率性の両立を示している。

Q. では、なぜ我々の社会が税率１００％でないのだろうか？

意地悪な感情の進化

- 完全競争市場のように、自分の行動が他者の最適応答に影響を与えない状況では、一般に他者の効用について考慮して行動することは、自分の物質的効用を上げる効果はない。
- しかし、自分の行動が他者の応答に影響を及ぼす戦略的意思決定環境においては、かなり広いゲームのクラスにおいて、私的な効用を持つプレーヤーよりも、他者に対して意地悪な感情を有するプレーヤーのほうが物質的に得をすることが理論的にわかっている。[6]

Example (脅しの信憑性)

チェーンストアゲームで、チェーンストアが他社の参入を「生意気だ」と思う感情がある場合、制裁に信憑性が生じうる。

代理人 Delegate の利用

十分に大きな対人的な感情、もしくは相互依存効用を伴って意思決定をすることが難しい状況では、代理人を採用し、自分の効用と異なる経営目標を与えることが考えられる。

Example (寡占市場 Oligopoly における企業の売上最大化 [3])

生産量を意思決定変数とするクールノー市場モデルにおいては、売上最大化を目指す企業の方が、利潤最大化を目指す企業よりも、結果的に利潤が大きくなることが知られている。

上記の戦略的効果は、分業の利益に加えて、企業の経営と所有を分離する根拠の一つと言えそうである。

References

[1] Peter G. Bennett.
Hypergames: Developing a model of conflict.
Futures, 12(6):489–507, 1980.

[2] Theodore C. Bergstrom.
Systems of benevolent utility functions.
Journal of Public Economic Theory, 1(1):71–100, 1999.

[3] Chaim Fershtman and Kenneth L. Judd.
Equilibrium incentives in oligopoly.
The American Economic Review, 77(5):927–940, 12 1987.

[4] Takehiro Inohara.
Interperceptual equilibrium as a generalization of nash equilibrium in games with interperception.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 30(6):625–638, 2000.

[5] Mamoru Kaneko.
Epistemic considerations of decision making in games.
Mathematical Social Sciences, 38(2):105–137, 1999.

[6] Levent Kockesen, Efe A. Ok, and Rajiv Sethi.
The strategic advantage of negatively interdependent preferences.
Journal of Economic Theory, 92(2):274–299, 2000.

[7] Karl Popper.
The Logic of Scientific Discovery.
Hutchinson, London, 1959.

[8] Yasuo Sasaki.
Preservation of misperceptions–stability analysis of hypergames.
In *Proceedings of ISSS*, 2009.

[9] Yasuo Sasaki and Kyoichi Kijima.
Hypergame modeling of systems intelligent agents.