交渉 Bargaining の公理化アプローチ

-- 合理的思考の技術 Lecture 9 --

小林憲正

Department of Value and Decision Science (VALDES)
Tokyo Institute of Technology

June 10, 2013

交渉 bargaining と拘束力のある合意

- チープトークにおけるプレー前コミュニケーションはすべてコミュニケーションの合意内容それ自体に拘束力はなかった。いわば「口約束」の分析であった。
- 他方、社会では、契約 contract のように、一旦これをサインすると、それを守ることに拘束力がある合意がある。
- しかし、一般には、フォーク定理での無数の均衡が自己識別性・自己拘束性を満たすように、有効な合意内容には著しい多様性があるように見える。
- Lecture 9 では、ある種の公平性他、各プレーヤーの納得行く基準を満たす合意点を絞ることを考える。

交渉ゲーム Bargaining Games and 解 Solutions

Definition (交渉問題 Bargaining problem)

交渉問題とは $(S, d) \in \Sigma$の組:

- $S \subset \Re^N$ 効用可能集合 utility possibility set (UPS).
- $d \in S$ 決裂点 disagreement point.

ほぼ一般的に以下の３条件を仮定する:

コンパクト性、凸性

包括性 Comprehensiveness $\forall x \in S, \forall y \in \Re^N_+, y \leq x \Rightarrow y \in S$

強個人合理性 Strong individual rationality $\exists x \in S, x \gg d$

以下、簡単のため、基数効用が間隔尺度であることを考慮し、（ほぼ）一般性を失うことなく、 $d \equiv 0$ を仮定する。

交渉問題の例 -- パイの分配

二人のプレーヤー $\{1, 2\}$ によるパイの分配を考える。

- プレーヤー i が受け取るパイの配分の割合を $x_i \in [0, 1]$
- プレーヤー i が配分 x_i から受ける基数効用を $u_i(x_i) = \alpha_i \sqrt{x_i}$
  ただし、$\alpha_i > 0$ は、プレーヤー i のケーキの好みを表す係数

とすると、

- UPS は $S = \{(u_1, u_2) \in \Re^2_+ | u_1^2/\alpha_1^2 + u_2^2/\alpha_2^2 \leq 1\}$
- 交渉決裂点は配分 $(0, 0)$

解 Solution

Definition (解 Solution)

（交渉）解とは、交渉問題 $\forall S \in \Sigma$, に UPS 上の点 $\varphi(S) \in S$ を対応づける関数 $\varphi : \Sigma \to \Re^N$

通常、

交渉解が満たすと通常仮定される条件

$\forall S \in \Sigma$

(弱)パレート効率性 Pareto efficiency $\neg\exists x \in S, x \gg \varphi(S)$

(一次)同次性 Homogeneity $\forall c > 0, \varphi(cS) = c\varphi(S)$

強個人合理性 Strong individual rationality $\varphi(S) \gg 0$

日常用語の理論的基礎づけ -- Win-Win

プレー前コミュニケーションでは、合意内容に関して win-win を旨とすると、コミュニケーション・デザインがスムースに進む。

Win-Win の用語の特徴

- 片方だけ所得が増えて不平等感が増すこともありえる。このような状況では、羨望 envy も含めた分析が必要なこともある。
- win-win における win は、個人間比較ではない。移行前の社会状態を移行後と、それぞれの個人の効用で比較した場合に、後者が全車をパレート支配している場合、win-win という。個人間比較における勝敗 win-lose と個人内比較における win-win は両立可能。
  例）　戦争における降伏勧告

交渉の公理化アプローチ

効用理論同様に、交渉解についての自然な性質を仮定することにより、一般的な制約を調べる研究手法を公理化という。

Example (ナッシュ交渉解[4, 3])

以下の性質を満たす交渉解は唯一ナッシュ交渉解 Nash bargaining solution (NBS) のみである。

- アフィン変換に関する不変性
- パレート効率性
- 対称性
- 無関係代替案からの独立性

理論的詳細は、Muthoo[2] 他、標準的なゲーム理論の教科書などを参照のこと。

分解可能性 Decomposability と 強単調性 Strong Monotonicity [1]

Definition (強単調性 (問題に関する単調性 Issue Monotonicity))

$$\forall S \subset \forall S', \varphi(S) \leq \varphi(S')$$

Definition (分解可能性 (多段階交渉可能性 Step-by-Step Negotiation))

交渉解 φ が分解可能性を満たすとは、$\forall S, S' \in \Sigma$, $S \subset S'$、かつ $S'' \equiv \{x'' \in \Re^N_+ | \exists x' \in S' : x' = x'' + \varphi(S)\} \in \Sigma$ ならば、

$$\varphi(S') = \varphi(S) + \varphi(S'')$$

を満たすことである。

強単調性・分解可能性の特徴付け定理

Definition (一定比率分配 Proportional Solution)

解 φ が一定比率分配であるとは $\exists p \in R^N_{++}, \forall S \in \Sigma,$

$$\varphi(S) = \max\{\lambda | \lambda p \in S\} p$$

Theorem (Kalai [1])

通常の条件を満たす交渉問題と交渉解 φ について、以下の３条件は同値である:

- φ が一定比率分配である
- φ が強単調性を満たす
- φ が分解可能である

包括性を仮定しないと、一定比率分配がパレート効率的とは限らない [5]。

[1] Ehud Kalai.
Proportional solutions to bargaining situations: interpersonal utility comparisons.
Econometrica, 45(7):1623--1630, 1977.

[2] Abhinay Muthoo.
Bargaining Theory with Applications.
Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

[3] John Nash.
The bargaining problem.
Econometrica, 18(2):155--162, April 1950.

[4] John Nash.
Two-person cooperative games.
Econometrica, 21(1):128--140, April 1953.

[5] A.E. Roth.
Proportional solutions to the bargaining problem.
Econometrica, 47(3):775--778, 1979.

[6] Ariel Rubinstein.
Perfect equilibrium in a bargaining model.
Econometrica, 50(1):97--110, 1982.