Introduction &
意思決定分析と情報の価値
-- 合理的思考の技術 Lecture 1 --

社会理工学研究科　価値システム専攻
助教　小林憲正
http://www.valdes.titech.ac.jp/~nkoba/

April 8, 2013

コンテンツ：

- 合理的選択 rational choice
  の科学論・学ぶ目的
  （特に論理学と比較して）
- 決定の木 decision tree
- 情報の価値 value of information

Introduction
合理的選択 Rational Choice

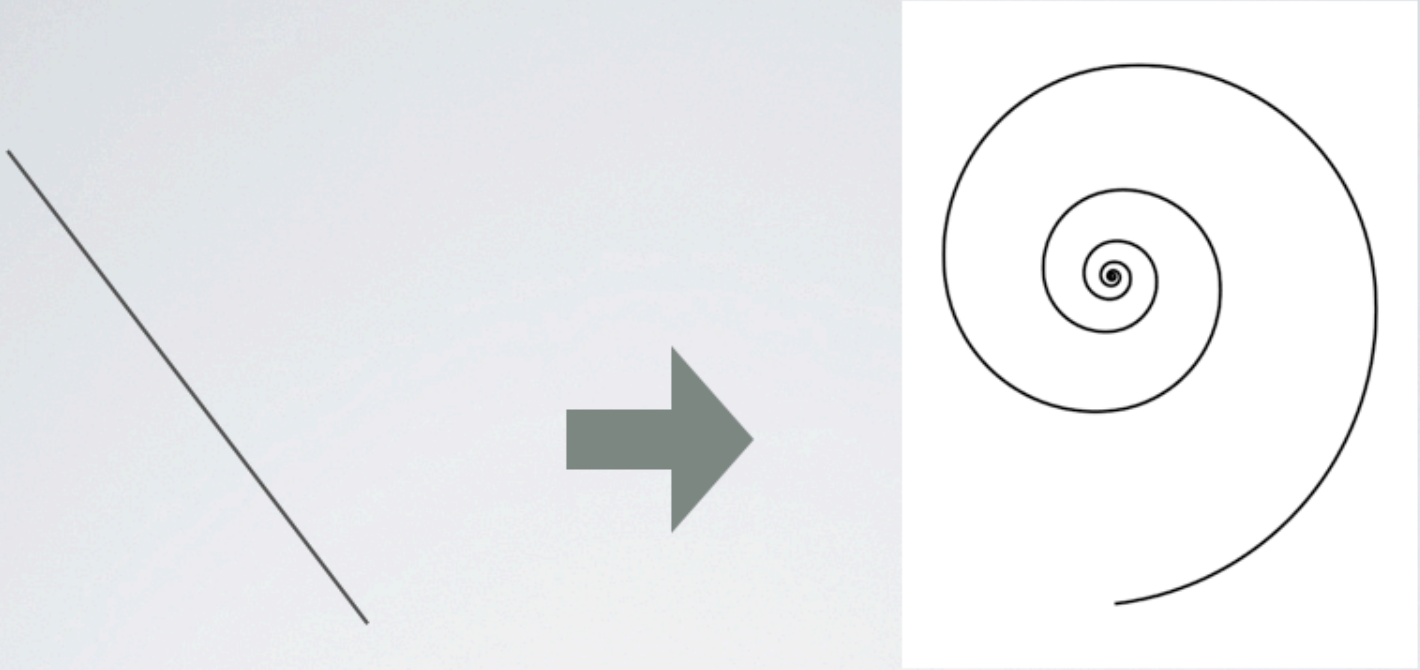
合理的思考の基礎理論 –
合理的選択 Rational Choice

- 選択肢の集合 A
- 選択肢の評価値 u

意思決定問題

$$\max_{a \in A} u(a)$$

最大の評価値の選択肢を選ぶ
= 効用最大化 utility maximization



Fly in the constant angle to the Moon

The same navigation heuristics applied to a Flame

ILLUSTRATION OF THE MOTIVATION

Why do moths fly into flames?

効用最大化の注意すべき実例 – 飛んで火に入る夏の虫

合理的選択のリサーチ・プログラム

様々な複雑な環境下で合理的選択をどのように行うかを探る

- 不確実性
- リスク態度
- 他者
- 多属性
- 長期 vs 短期

（広義の）合理的選択と（広義の）論理学 1
-- 学ぶ目的 --

- より合理的に思考したい（社会工学的）
  - 意思決定分析
  - インフルエンス・ダイアグラム
- 人々が合理的に行動すると仮定して、そのメカニズムを理解し、応用したい（社会科学的）
  - ゲーム理論
  - コミュニケーション
  - 協力関係

  など
- 実際にはそれほど合理的でない人々の心を探るためのベンチマーク（理念型 ideal model 的） cf) 理想気体の状態方程式と現実の気体
  - 行動経済学
  - 感情と合理性

合理的選択 vs 論理学 2
-- 基礎論と具体性 --

- 論理的思考を行うには p --> q という推論などにおいて、適切に前提 p を選ぶことが肝要
- 同様に、結局は合理的選択を行うには u の中身に関する知識が不可欠

合理的選択 vs 論理学 3
-- 形式的モデルと現実 --

- 合理的選択と論理学は、それぞれ合理性と論理性を形式的 formally に扱うという意味で似ている。
- しかし、述語論理を厳密に適用できるように、日常生活の対象を表現することが必ずしも容易でないので、論理学を習得することが現実世界で日常用語的な意味で論理的 logical であることにどの程度役立つか定かでない。同様に、合理的選択は必ずしもわかりやすく適用できるというわけでもない。

--> 本講義では以下の両方について考える

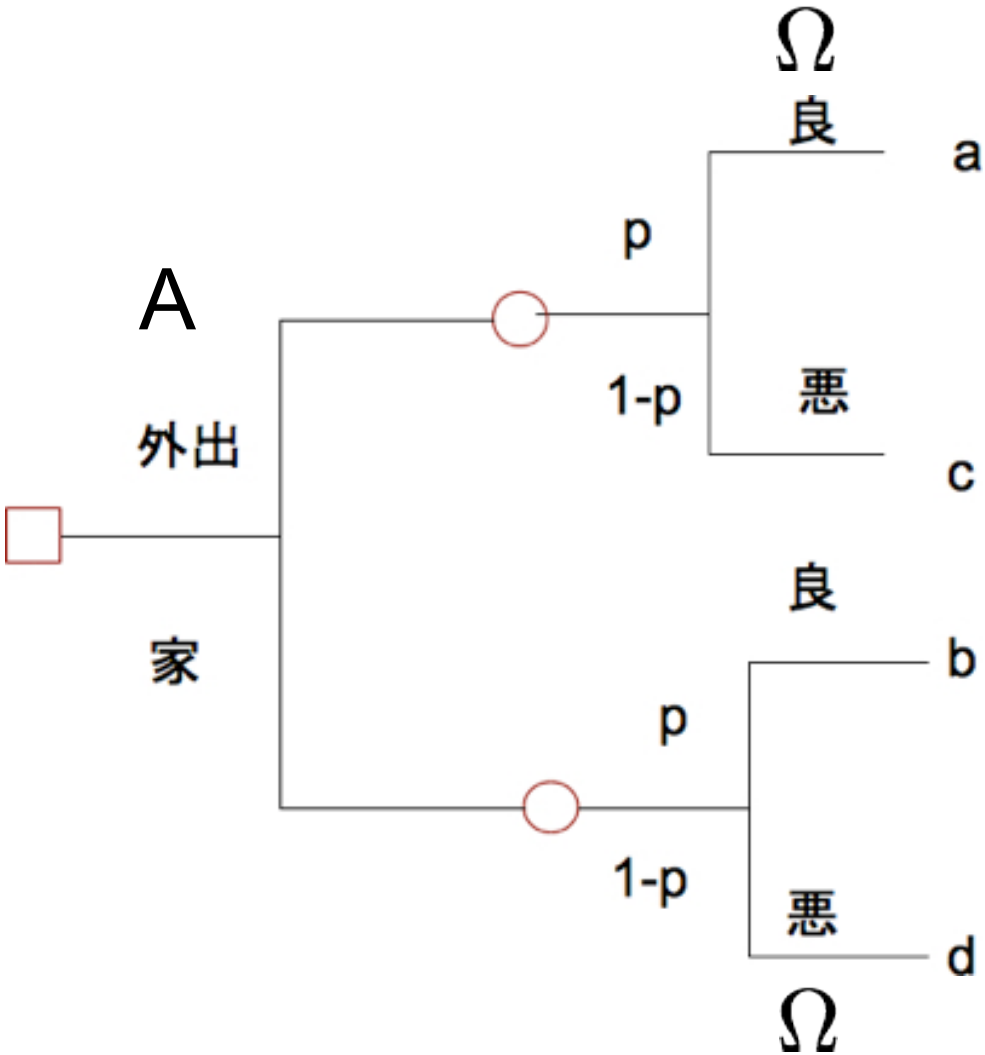
- 与えられた問題を解く能力（モデルの扱い）
- 現実に対処する能力（モデルと現実のインターフェース）

意思決定分析 Decision Analysis

意思決定分析のプロトタイプ
状態　と　効用表現

- 決定の機会と不確実性による状態変化がちょうどひとつずつあるような問題状況は、意思決定の最も基本的な場合（プロトタイプ）
- 決定ノードで選択された選択肢 $a \in A$
  不確実性ノードで実現した状態 state を $\omega \in \Omega$
  とすれば、各終端ノードにおける効用は $u(a, \omega)$ と表現可能
- 各選択肢 $a \in A$ の期待効用は $\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(a, \omega)$

例）　天気と外出



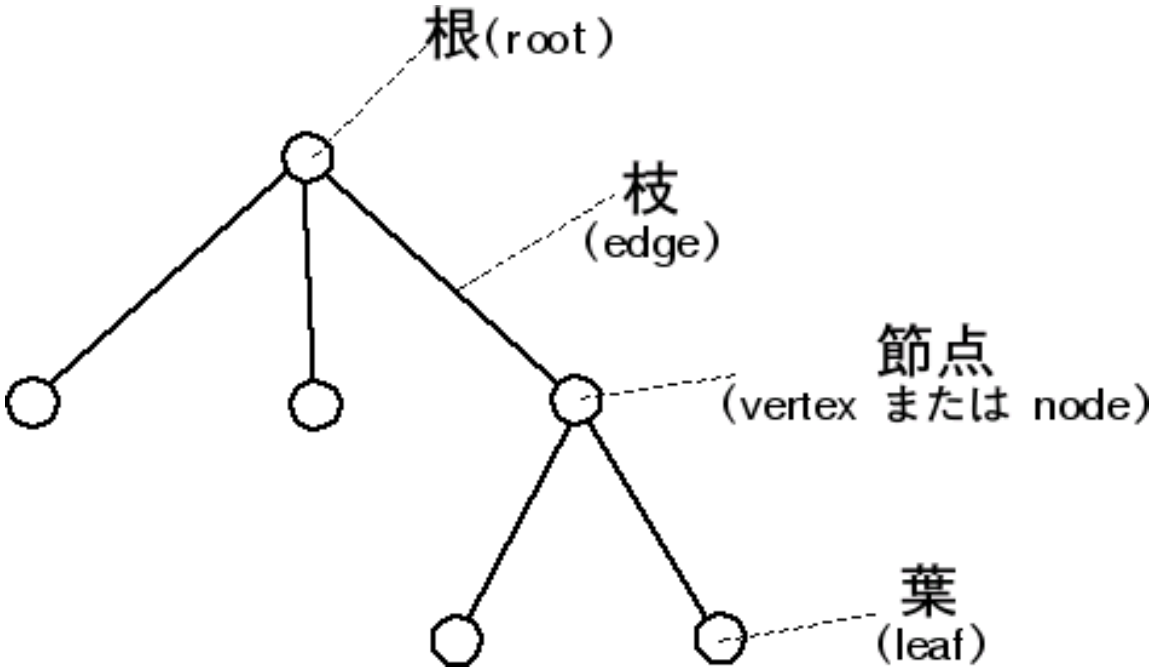
一人意思決定の表現
-- 決定の木 Decision Tree --

一般には、多数のノードが連なる大きな意思決定問題を考えることができる：

- 決定ノード decision node □
- 不確実性ノード chance node ○　確率分布
- 根 root　　現在の決定ノード
- 終端ノード（葉）　効用（評価値） utility

決定の木

- （根つき）木構造で、その上に定義された半順序関係が、因果関係の順序を表すもの



時間

Wikipedia 木_(数学)

不確実性 Uncertainty I

利用できる知識を総動員して確率分布を求める

- 科学モデルなどにより、完全に正しい予測ができる場合は、確率分布は予測シナリオに１がふられ、それ以外のシナリオには０がふられる

- 量子力学の状態関数のような、より高度な不確実性の数理表現が自然な場合もあるかもしれないが、現状、意思決定の文献に出てくる不確実性表現は、ほぼ、単純な確率分布（ファジー fuzzy やショケ積分 Choquet integral などを使った表現を扱う場合もあるが、本講義では触れない）

不確実性 II
主観確率 Subjective Probability (Savage, 1971)

- 無数の実験などによって、頻度が確立できないときに、不確実性を扱う一つの立場として、主観確率の考え方がある。関数 p が、確率の公理を満たす範囲で任意に意思決定主体が主観的評価を下して良い。

$$(\forall \omega \in \Omega) p(\omega) \geq 0, \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) = 1$$

- ただし、好みと確率が整合的でなければならない

例）　専門家の安全性に関する言説の信憑性の評価

「絶対」安全とかいうけど本当？

期待効用 Expected Utility

- 不確実性ノードについては、
  それぞれの枝の効用がわかっているとき、
  その期待値をノードの効用とする
- この効用の期待値のことを期待効用という

決定ノードと
効用最大化 maximization

- 各決定ノードでは、効用が最大の選択肢を選ぶ
- 決定ノードで得られる効用は、この効用最大化によって得られた効用とする

決定の木を解く一般的なアルゴリズム 後ろ向き帰納法 backward induction

- 終端ノードから出発
- 以下のように、直前のノードで折りたたみ、効用を指定する
（再帰的手続き recursive procedure）：
  - 不確実性ノードについては、期待効用で置き換え
  - 決定ノードについては、効用最大値で置き換え
- プロセスの終点は、決定の木の根
（＝現時点での決定ノード）

- 囲碁・将棋の「読み」は、この作業を指す
- 大きな意思決定問題では計算量が爆発してしまう（「読み」だけで囲碁や将棋をプレーすることは不可能）

cf) 意思決定状況　と　歴史

決定の木における一つの経路 path のことを
　履歴（歴史） history と呼ぶ

↓

過去を正しく反省するためには：

- 実際に起こった出来事のみを眺める　×
- 実際には選択されなかった仮想的未来（反実仮想） counterfactual についても考える　○

豆知識：

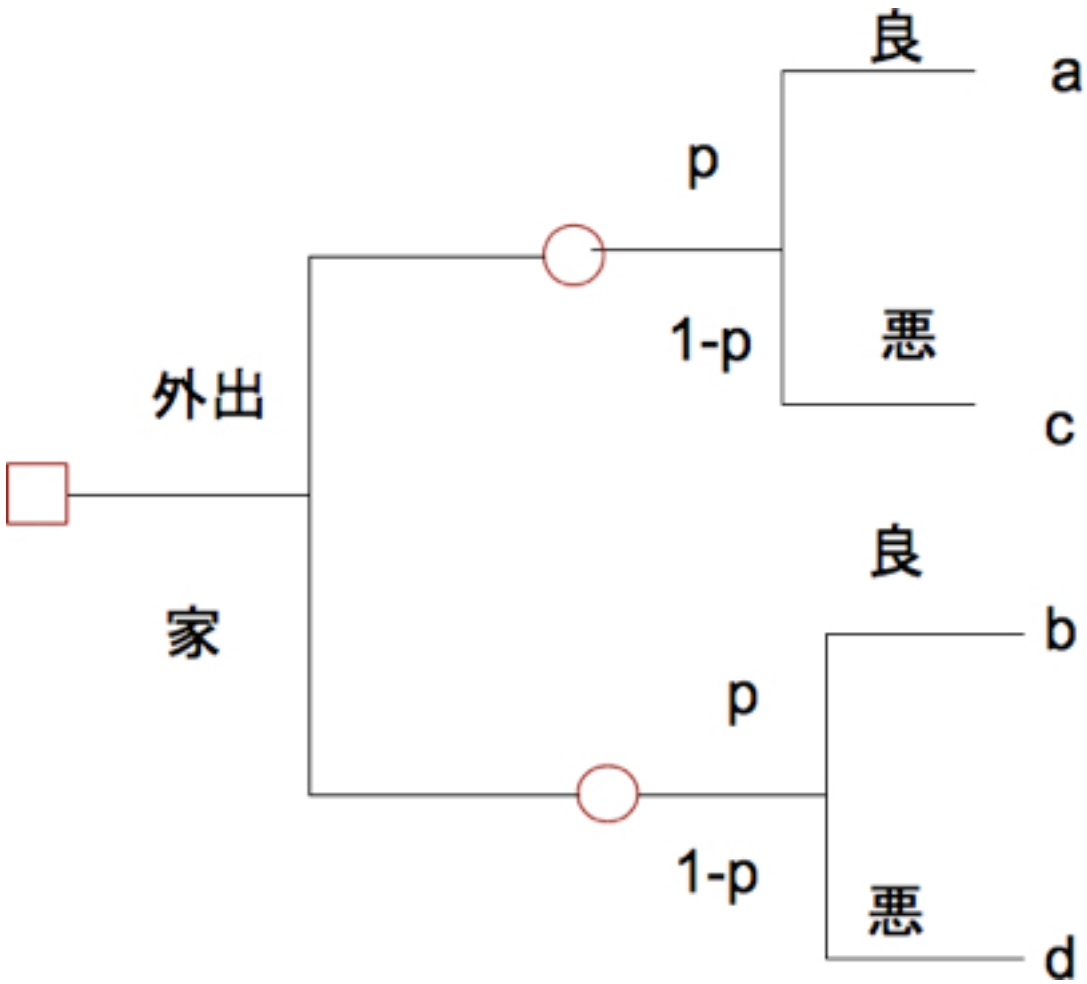
- 英語 history
- ドイツ語 Geschchte

の歴史の訳語の赤字部分は、物語を意味する。（つまり、ドイツ語は歴史＝物語）

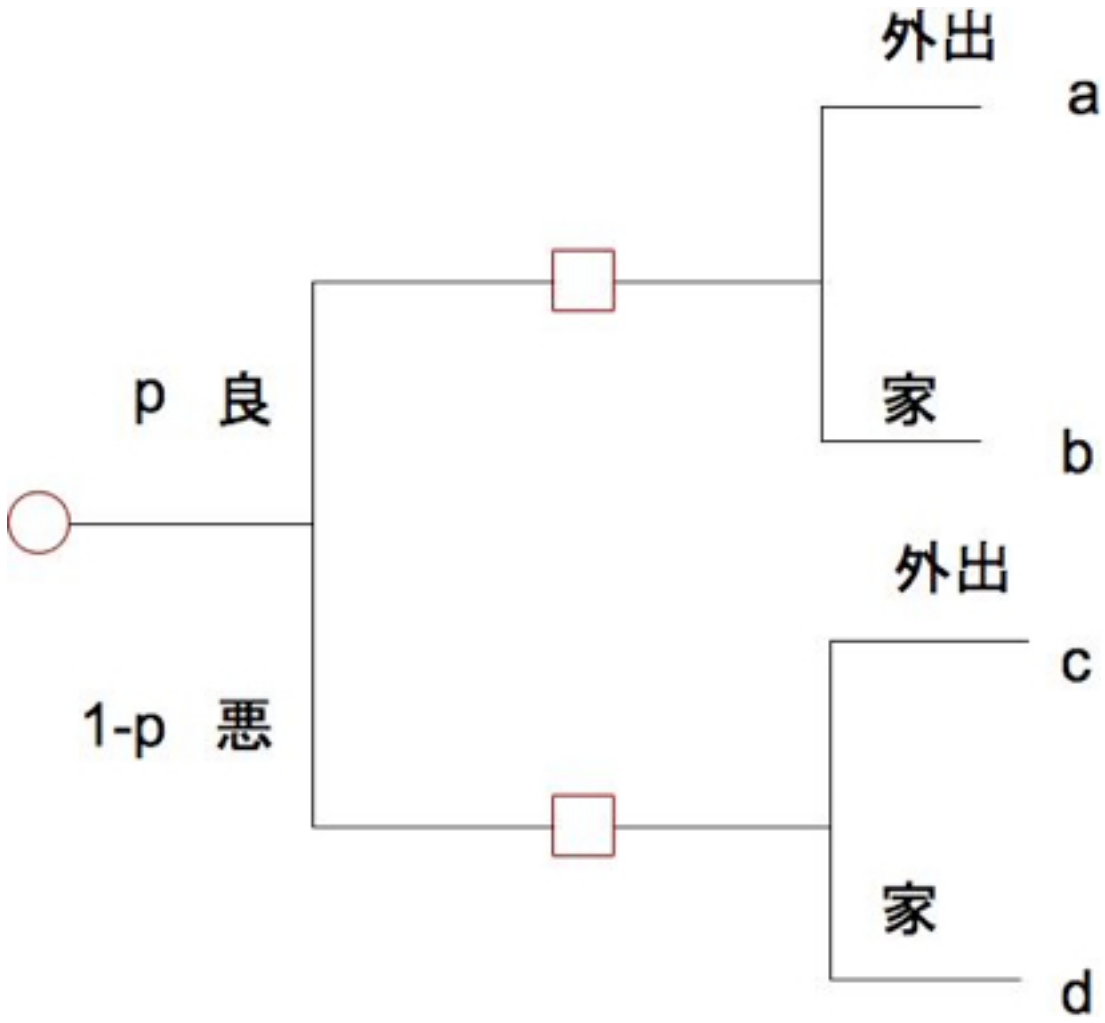
後ろ向き帰納法と埋没費用 sunk cost

- 意思決定分析は未来指向
- 現在から未来に関する情報のみを使って意思決定する。
- つまり、過去に投資したコストそれ自体は、意思決定分析とは無関係。こうしたコストを埋没費用（サンクコスト）という。
- 過去にした意思決定に縛られて現在の意思決定をしてしまう誤りをサンクコストの誤謬 sunk cost fallacy といい、意思決定の心理学で最もよく知られた誤謬の一つである。
- Q. サンクコストの実例を考えてみよう！
- Q. サンクコストの誤謬の反例（？）：
  - 我々は、なぜ過去の出来事を記憶するのだろうか？
  - 歴史を学ぶことの実用性は？

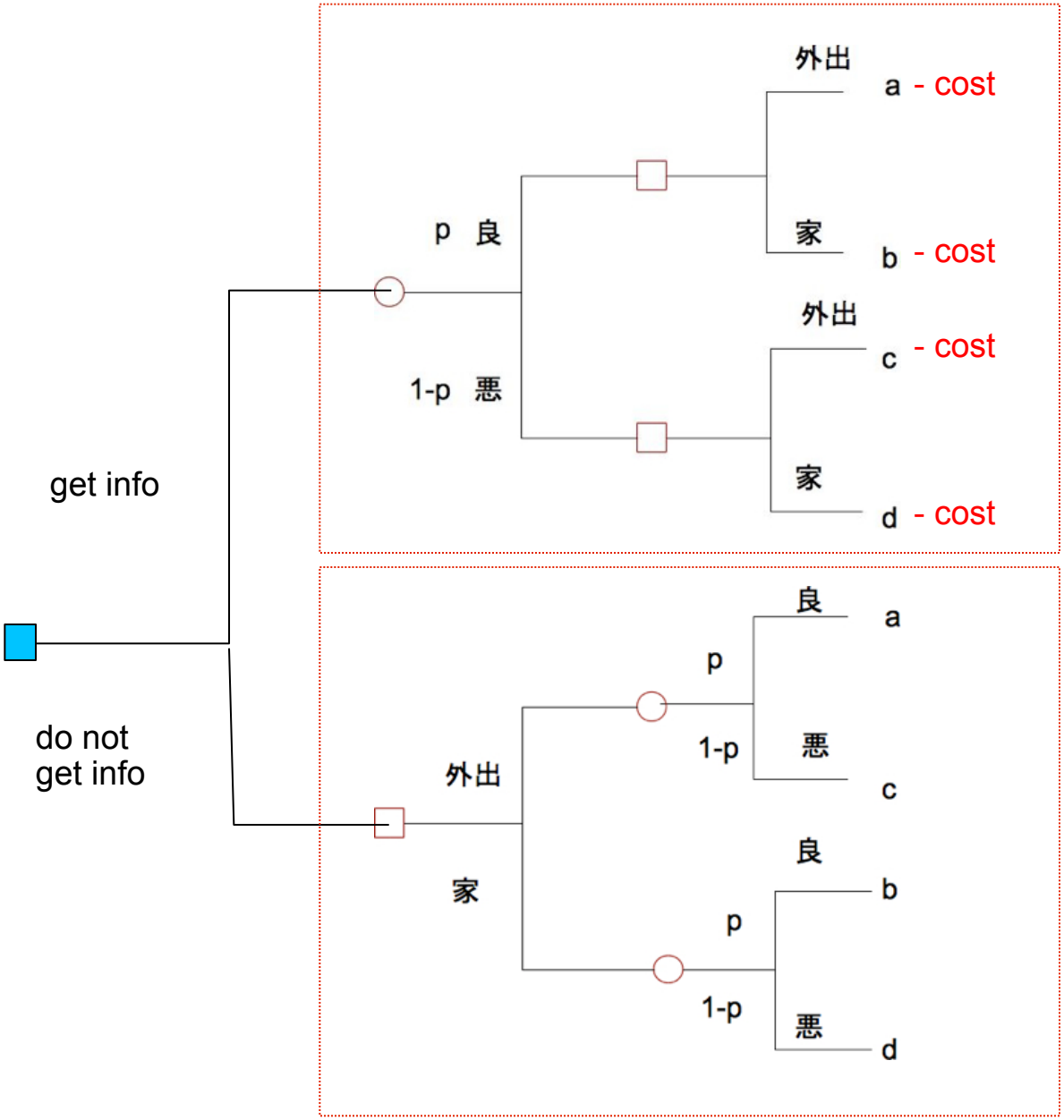
情報を得る前に意思決定



情報を得た後に意思決定



情報をゲットするかどうかの意思決定



EVPI （次ページ参照）
と cost の
大小比較で
情報をゲットするか否か
の
意思決定を行う

完全情報の価値の期待値
expected value of perfect information (EVPI)

得られた情報の予測精度が完璧であるとき、これを完全情報という

例）　天気予報における降水「確率」は不完全情報

$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \max_{a \in A} u(a, \omega) - \max_{a \in A} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(a, \omega)$$

＊　max と Σ の順序に注意！

簡単に数学的な証明ができるが、EVPI は常にゼロ以上
＝　知は力なり！！

以下、情報の価値の比較静学分析を行って、情報の価値の性質を調べてみよう！

参考資料

- Clemen, R. T. (1996). Making Hard Decisions – An Introduction to Decision Analysis (2nd Ed), Duxbury Press
- http://ja.wikipedia.org/wiki/木_(数学)