

現代経済の諸問題

VI アローの不可能性定理

山邑紘史

(mamura1623 at yahoo.co.jp)

選好集計ルール

投票者

投票者の選好
をインプット

選好集計ルール

選択肢間の比較

比較結果を
アウトプット

選択肢

スキーと温泉のどちらが
望ましいかを知りたい



ski



hot spring



ocean

sPh



sIh



hPs



投票のパラドクス

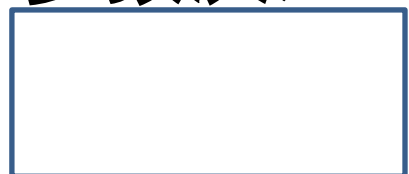
- 多数決ルール, R_M

各選択肢 $x, y \in A$ に対して

$$xR_M y \Leftrightarrow \# \{i \in N : x \succ_i y\} \geq \# \{i \in N : y \succ_i x\}$$

- 投票のパラドクス(集計ルール)

多数決ルールに基づいて選好を集計すると,

をみたさない集計結果が発生しうる

- • • 集計結果が完備性・推移性をみたすことを要求すると, 何が生じるのか?

社会厚生関数

- 選好集計ルール R の内, 完備性・推移性をみたすものを



と呼ぶ。

- 完備性
 - 任意の $x, y \in A$ について, xRy もしくは yRx の少なくとも一方がなりたつ。
- 推移性
 - 任意の $x, y, z \in A$ について, xRy かつ yRz ならば, xRz がなりたつ。

社会厚生関数 R が有すべき性質

1. 定義域の非限定性 (UD: Unrestricted Domain)

・・・あらゆる状況において、選択肢間の望ましさを比較することができる。

社会厚生関数 R が有すべき性質

2. パレート原理 (PP: Pareto Principle)

・・・投票者全員の選好が一致した際には、必ずその選好は集計結果に反映される。

社会厚生関数 R が有すべき性質

3. 無関連対象からの独立性 (IIA: Independence of Irrelevant Alternatives):

- ・・・2選択肢 x, y 間の社会的評価は、各投票者の x, y 間の選好のみに応じて決定される。

社会厚生関数 R が有すべき性質

4. 非独裁制 (ND: Non Dictatorship)

・・・ある投票者の一存が常に集計結果に反映されることはない。

アローの不可能性定理

$A \geq 3$ のとき, 「定義域の非限定性」「パレート原理」「無関連対象からの独立性」「非独裁制」の4条件をみたす社会厚生関数は存在しない。

アローの不可能性定理の証明

- 簡単化のため,
 - 2投票者
 - 3選択肢
 - 厳密な選好を仮定する。
 - 選択肢の数が3個のとき, 厳密な選好は6通り存在する。
- ⇒ $6 \times 6 = 36$ 通りの選好組に対する集計結果を考えればよい。