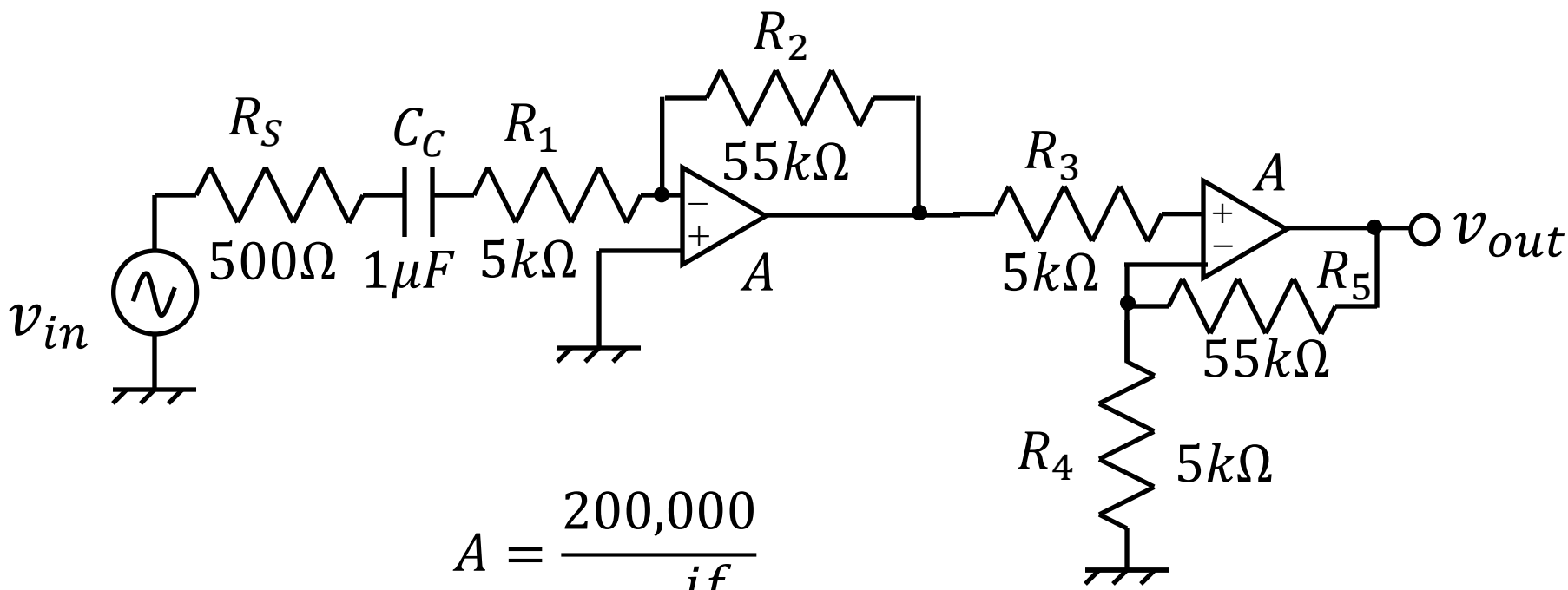
3.モデリングと演算増幅器

- モデリング：電子回路で重要な概念
- 演算増幅器：理想に近い増幅素子

演算増幅器回路



$$A = \frac{200{,}000}{1 + \frac{jf}{10}}$$

中域利得、低域遮断周波数、高域遮断周波数は?

モデリング

- 線形回路は抵抗、キャパシタ、インダクタ、独立電源、制御電源でモデル化できる
- 非線形素子は動作領域を限ることで近似すれば文字の式で計算が可能となる

(数値計算に比べて)
文字の式の意味

モデリング(2)

- モデリング：複雑な回路やシステムを単純な素子を用いて表現すること

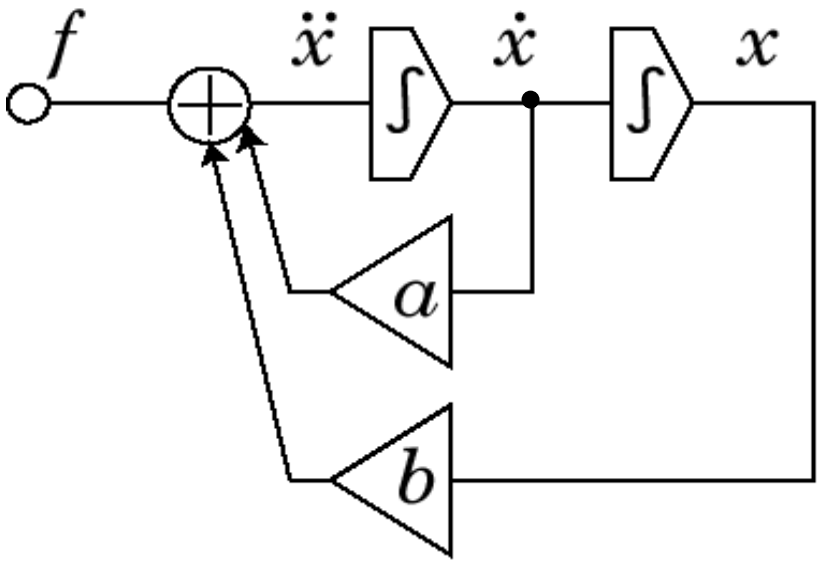
  近似が必要

- モデリングの必要性
  - □素子を□素子に置き換え単純化する
  - 既知の素子を利用することにより理解を深める
- モデリングの階層
  - トランジスタ、ダイオード等のモデリング
  - 増幅器等のまとまった回路ブロックのモデリング
  - より大きなシステムのモデリング

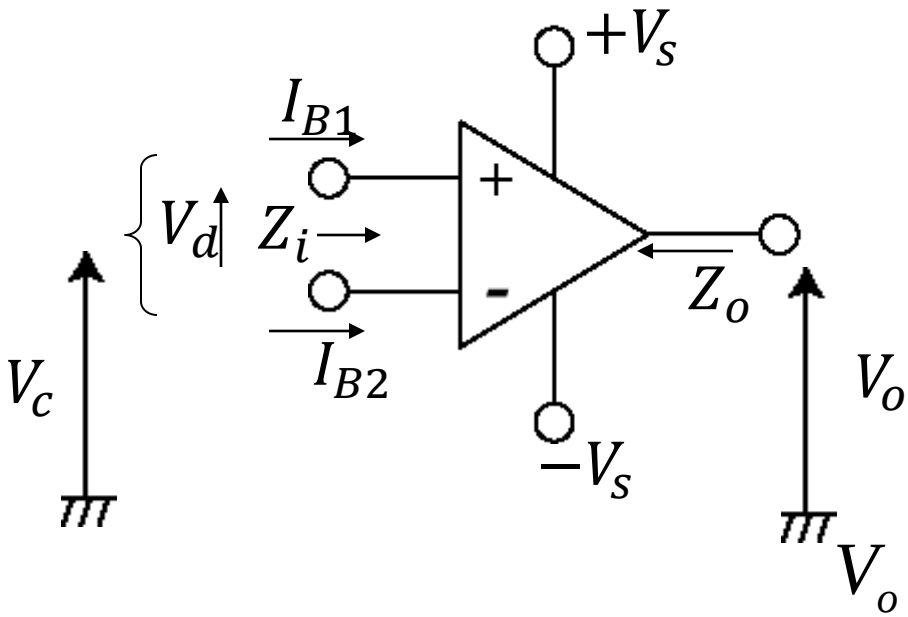
演算増幅器
Operational Amplifier

演算 ……[　　]コンピュータにおける
微積分、加減算、定数倍 etc

例: $\ddot{x} - a\dot{x} - bx = f$

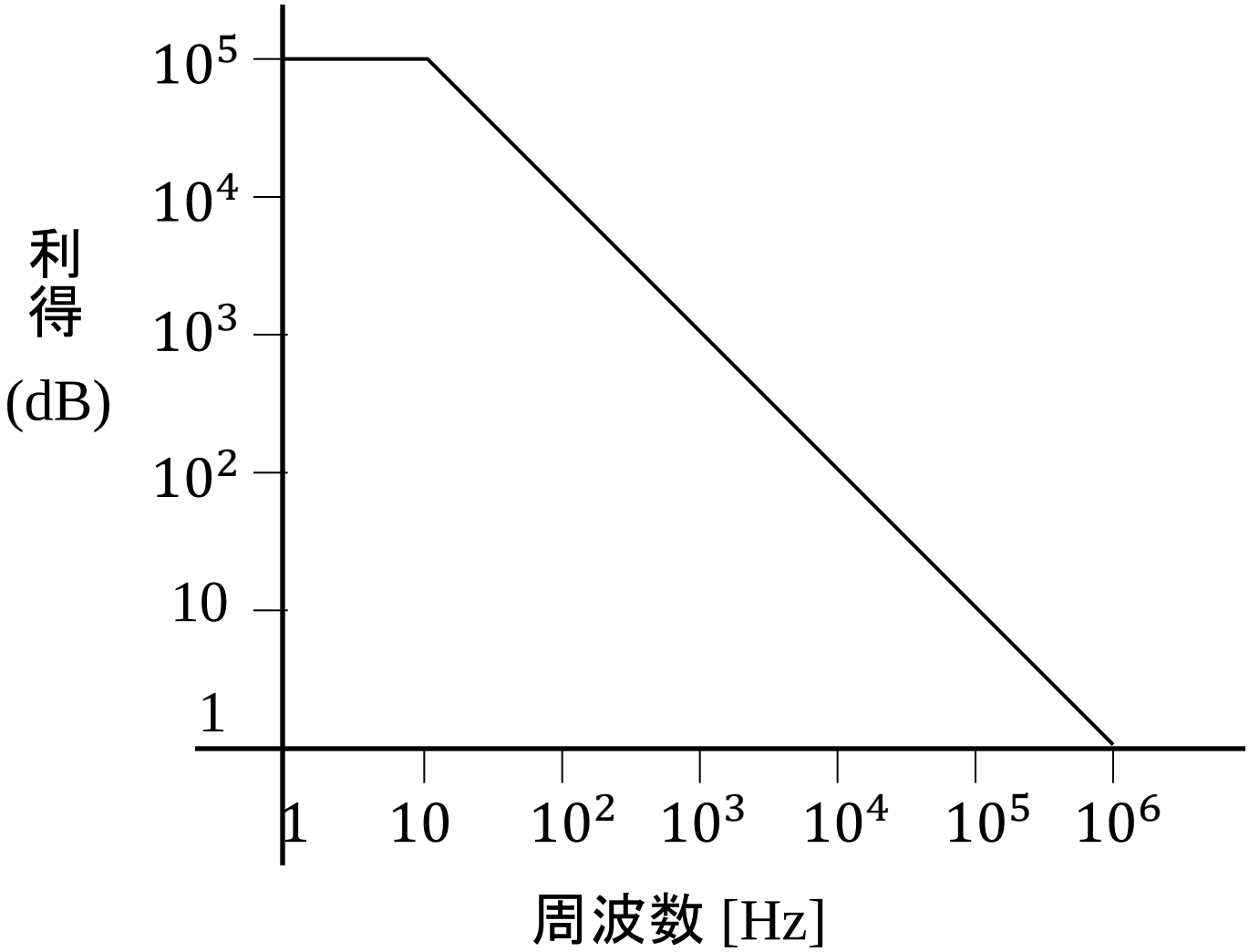


演算増幅器の標準形式

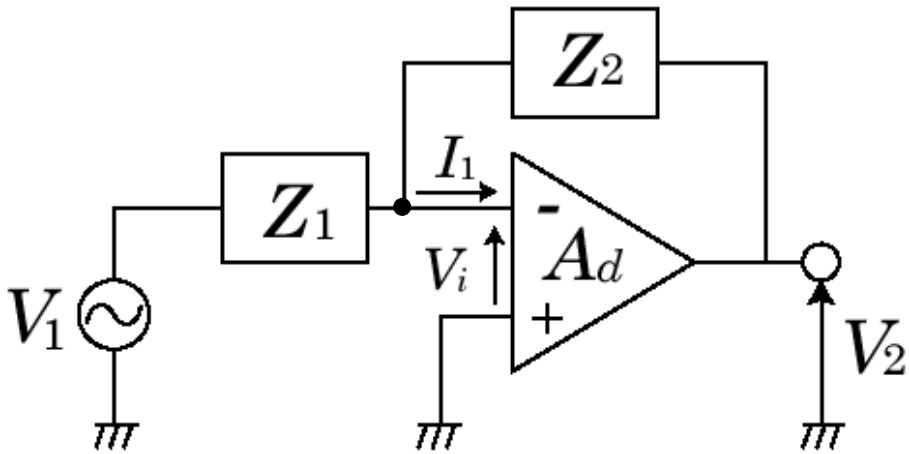


$$V_o = A_d\left(V_d + V_{off}\right) + A_c V_c$$

演算増幅器の周波数特性の例



演算増幅器を用いる基本増幅回路



$$\begin{cases} V_2 = -A_d V_i \\ V_i = \dfrac{Z_2 V_1 + Z_1 V_2}{Z_1 + Z_2} \end{cases}$$

$$G = \frac{V_2}{V_1} = \frac{-\dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2} A_d}{1 + \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2} A_d}$$

$A_d \to \infty$ のとき $G \to -\dfrac{Z_2}{Z_1}$

理想演算増幅器のモデル

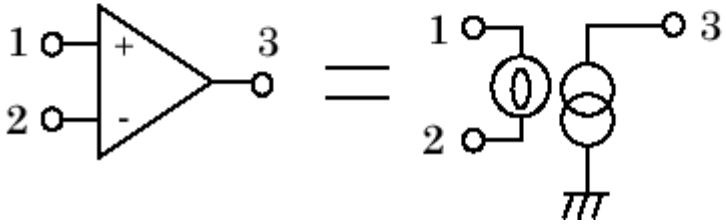
$A_d \to \infty$のとき　　V_2:有限

$$V_i = -\frac{V_2}{A_d} \to 0$$

入力インピーダンスが[redacted]としても

$$V_i = 0, \qquad I_i = 0$$

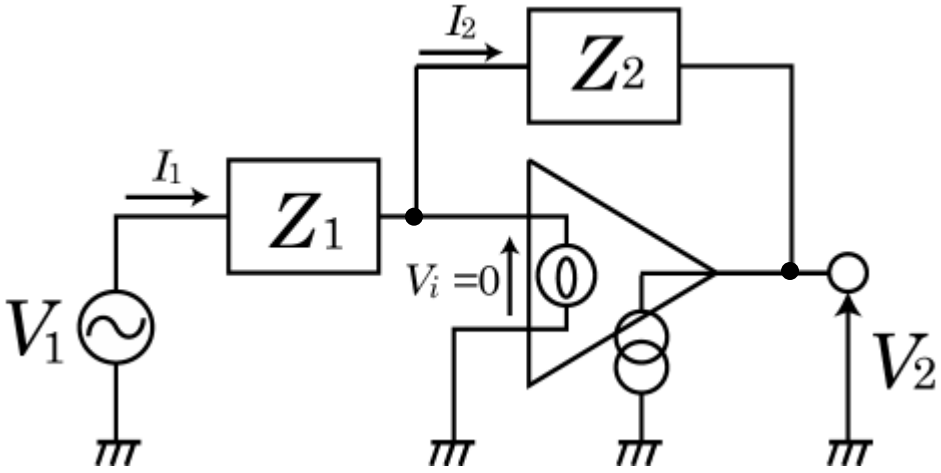
入力端子間はナレータ(電圧も電流も0の素子)



制約が強過ぎる→回路方程式が解をもたない

対となる素子:ノレータ(電圧も電流も外部依存)

ナレータ・ノレータモデルを用いる逆相増幅回路の解析



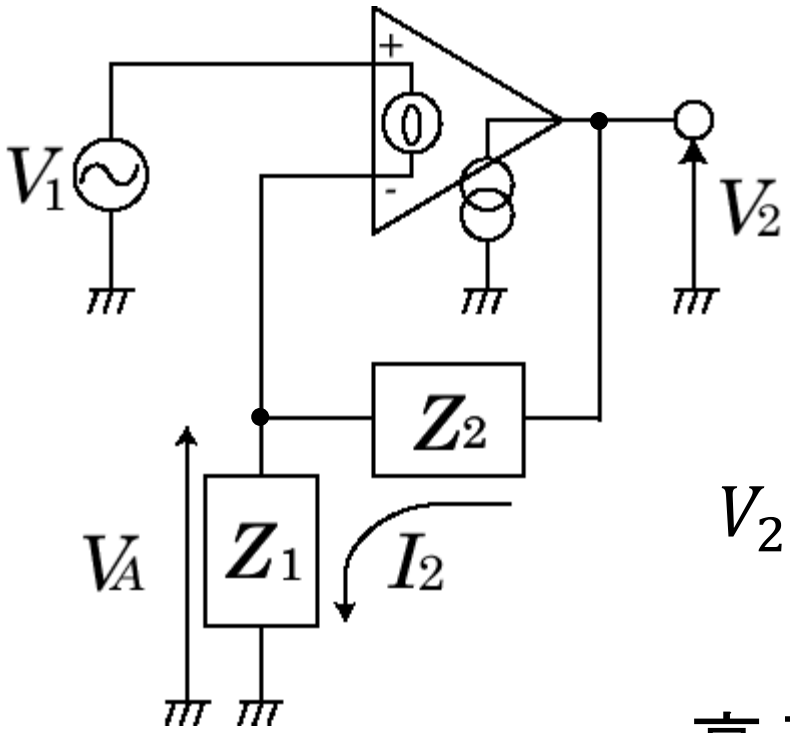
$$I_1 = I_2 = \frac{V_1}{Z_1}$$

$$V_2 = -Z_2 I_2 = -\frac{Z_2}{Z_1} V_1$$

電圧源V_1から見た入力インピーダンス: Z_1

出力インピーダンス: 0

正相増幅回路



$$V_A = V_1$$

$$I_2 = \frac{V_A}{Z_1}$$

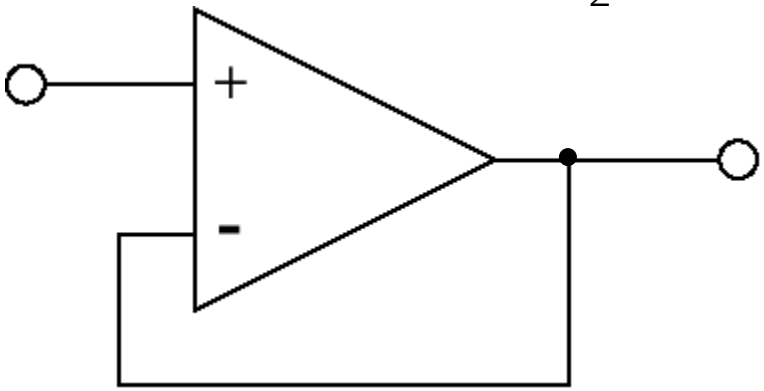
$$V_2 = (Z_1 + Z_2)I_2 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)V_1$$

高入力インピーダンス

電圧フォロワ

正相増幅回路で　$Z_1 = \infty$

$Z_2 = 0$



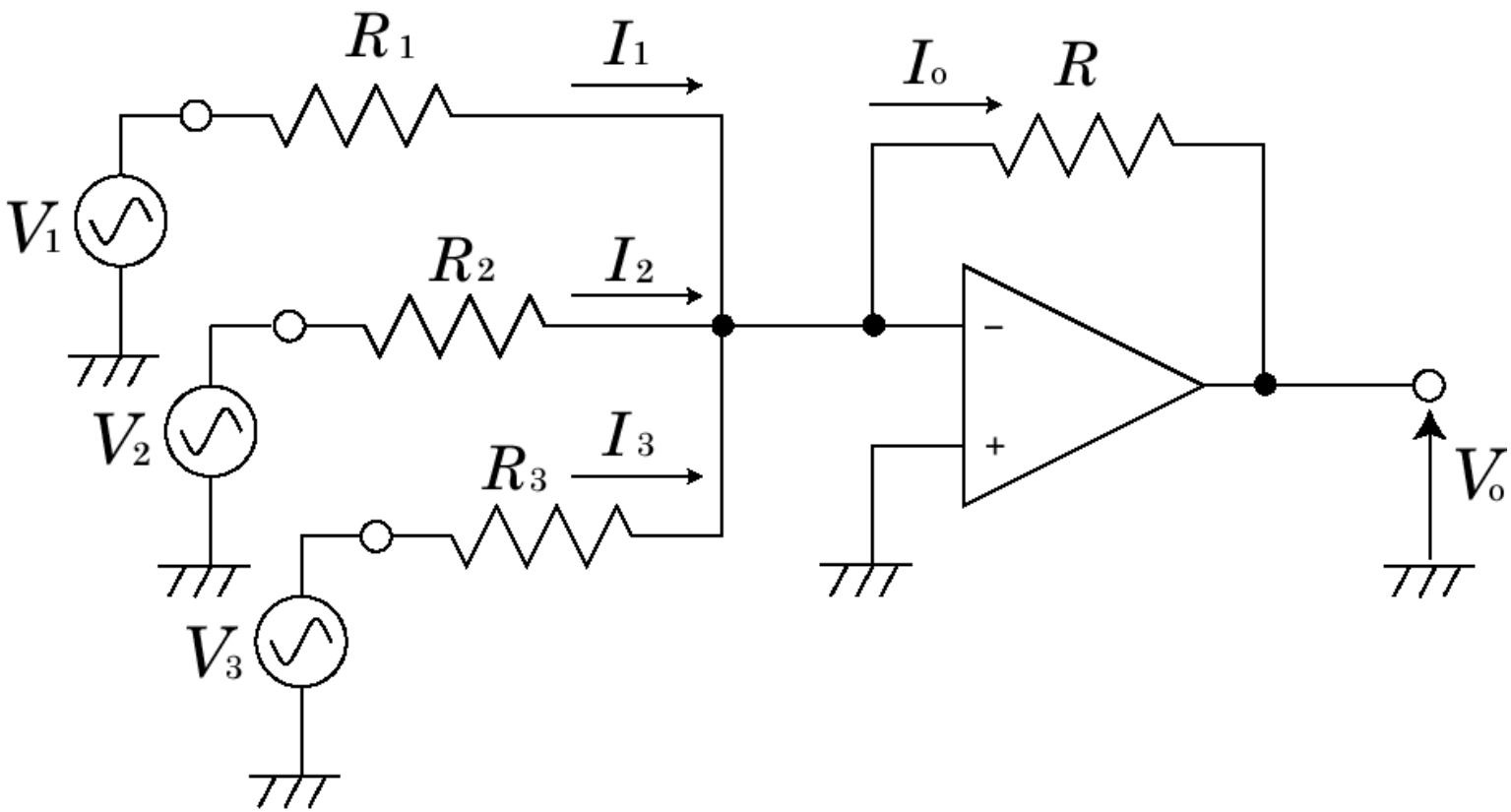
利得：1

□入力インピーダンス

□出力インピーダンス

バッファ(緩衝増幅器)として用いる

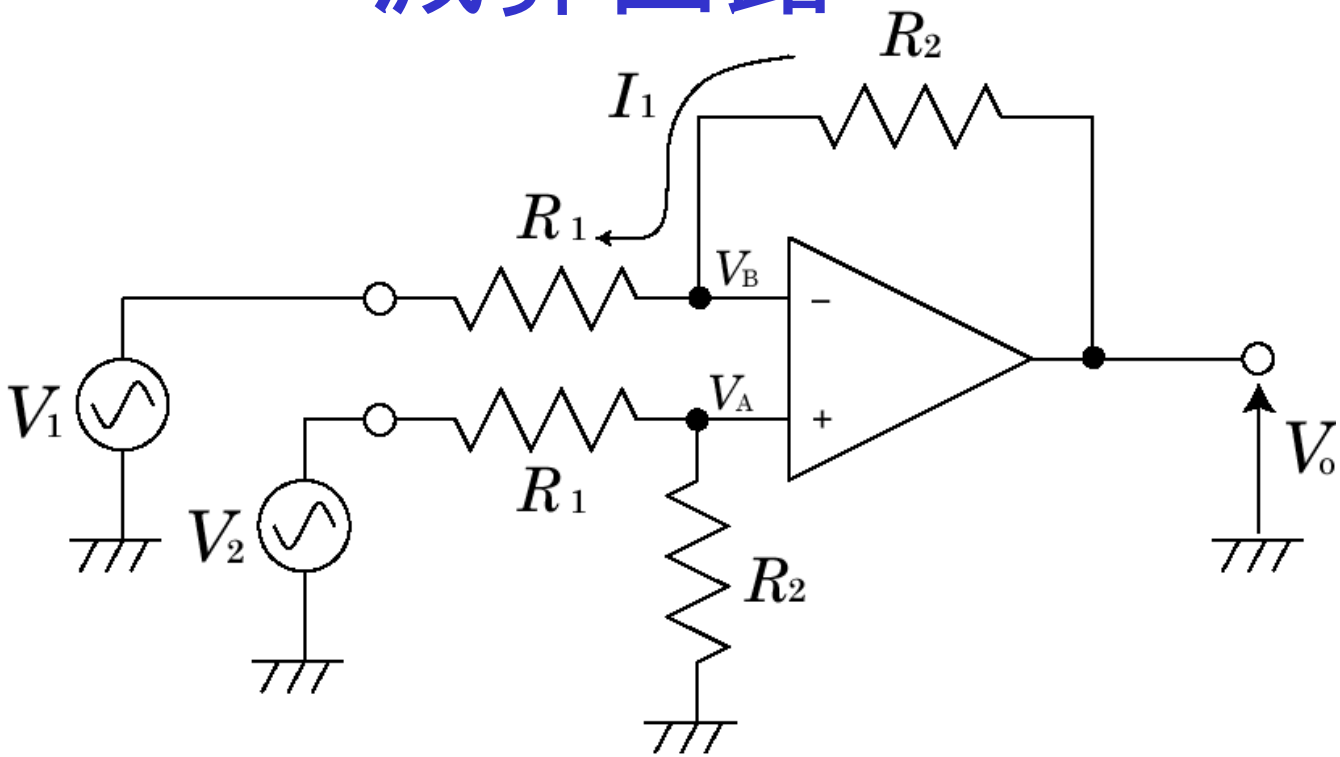
加算回路



$$I_o = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

$$V_o = -RI_o = -\left(\frac{R}{R_1}V_1 + \frac{R}{R_2}V_2 + \frac{R}{R_3}V_3\right)$$ 重みつき加算

減算回路

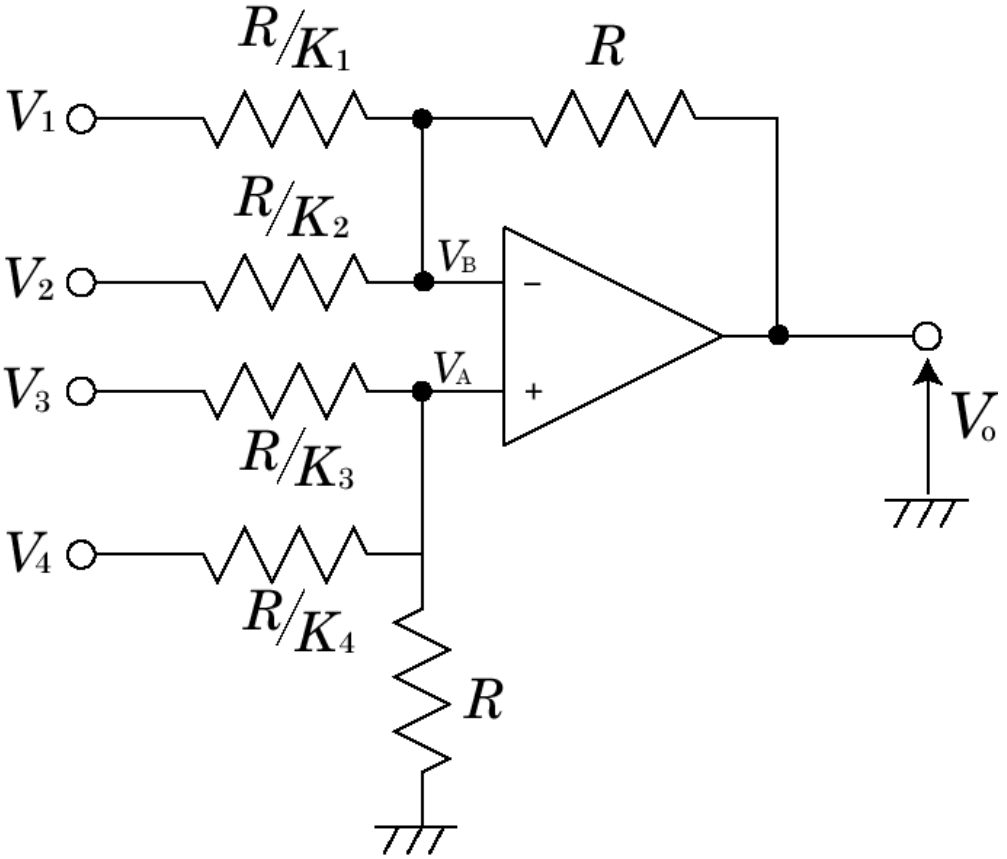


$$V_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_2$$

$$V_A = V_B \text{ より } I_1 = \frac{V_B - V_1}{R_1}$$

$$V_o = V_B + R_2 I_1 = \frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1)$$

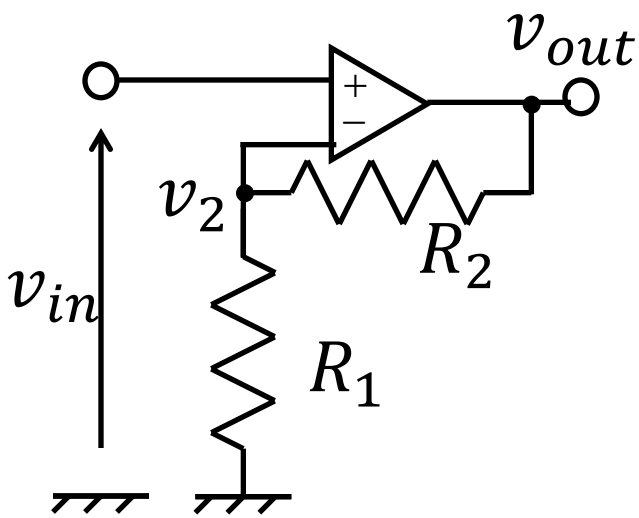
多入力加減算回路



$K_1 + K_2 = K_3 + K_4$のとき

$$V_o = K_3V_3 + K_4V_4 - (K_1V_1 + K_2V_2)$$

正相増幅器の周波数特性



$$\begin{cases} v_{out} = A(v_{in} - v_2) \\ v_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_{out} \end{cases}$$

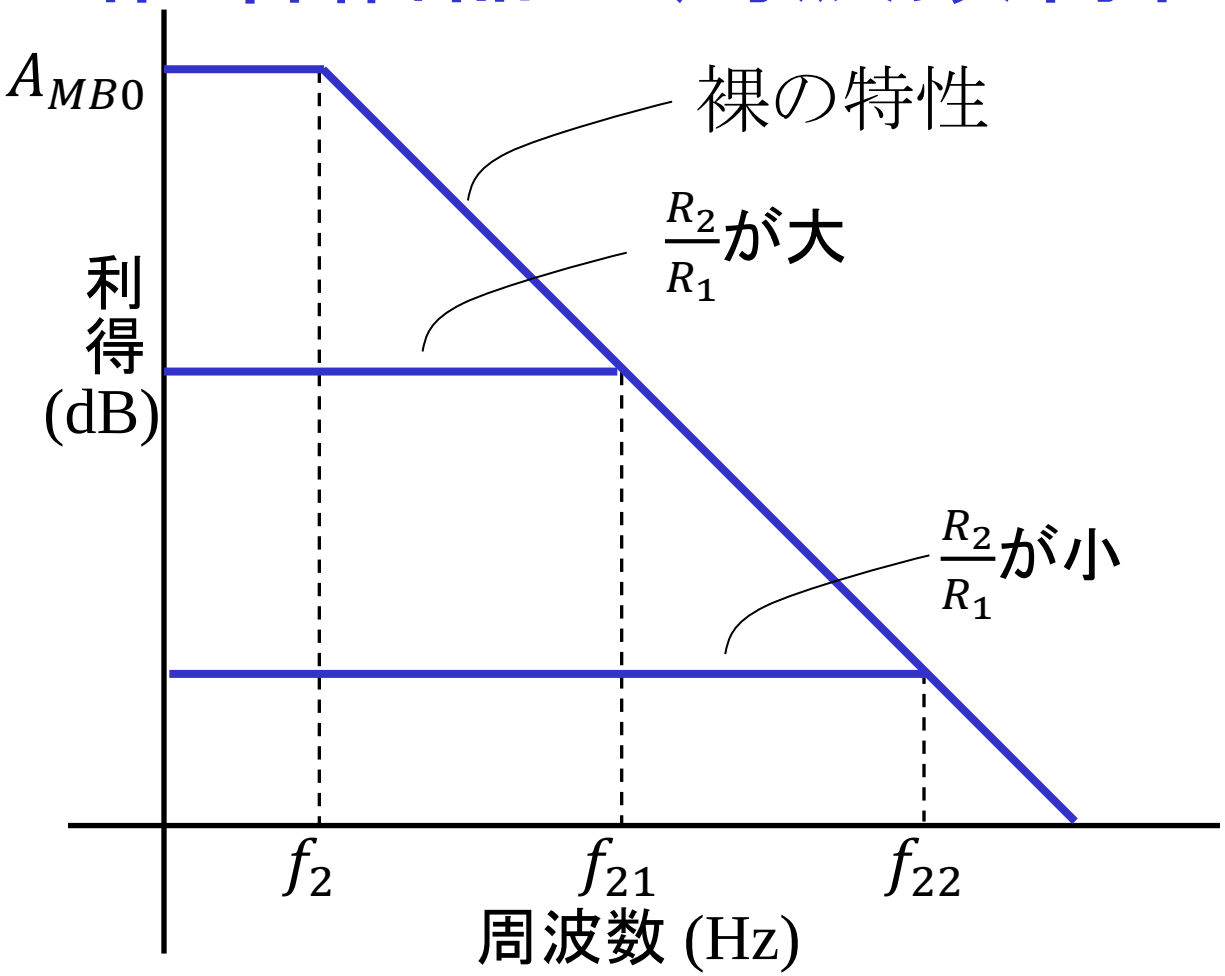
$$v_{out} = \frac{A}{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}} v_{in}$$

$$A = \frac{A_{MB0}}{1 + \dfrac{jf}{f_2}}$$

$$A_v = \frac{A_{MB0}}{1 + A_{MB0}\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}} \frac{1}{1 + \dfrac{jf}{f_2}} = \frac{A_{MBni}}{1 + \dfrac{jf}{f_{2ni}}}$$

$$f_{2ni} = f_2\left(1 + A_{MB0}\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

正相増幅器の周波数特性(2)

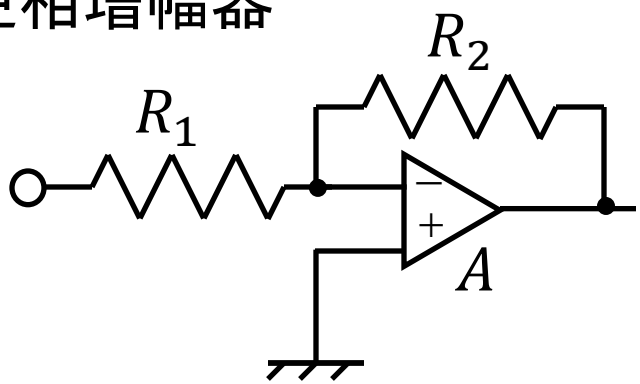


$$GBW_{ni} = A_{MBni} f_{2ni} = \frac{A_{MB0}}{1 + A_{MB0}\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}} f_2 \left(1 + A_{MB0}\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

$$= A_{MB0} f_2 = GBW_0$$

入力抵抗

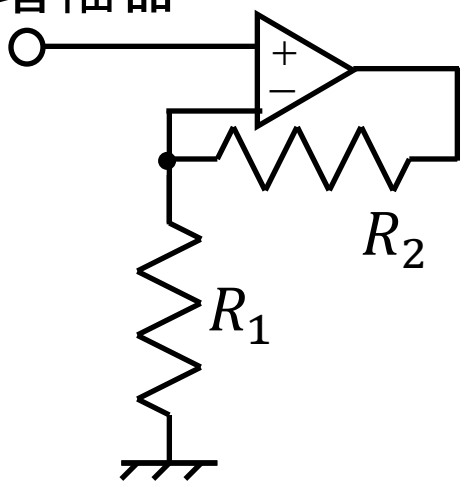
•逆相増幅器



□効果を考慮して

$$R_{in} = R_1 + \frac{R_2}{1+A} \approx R_1$$

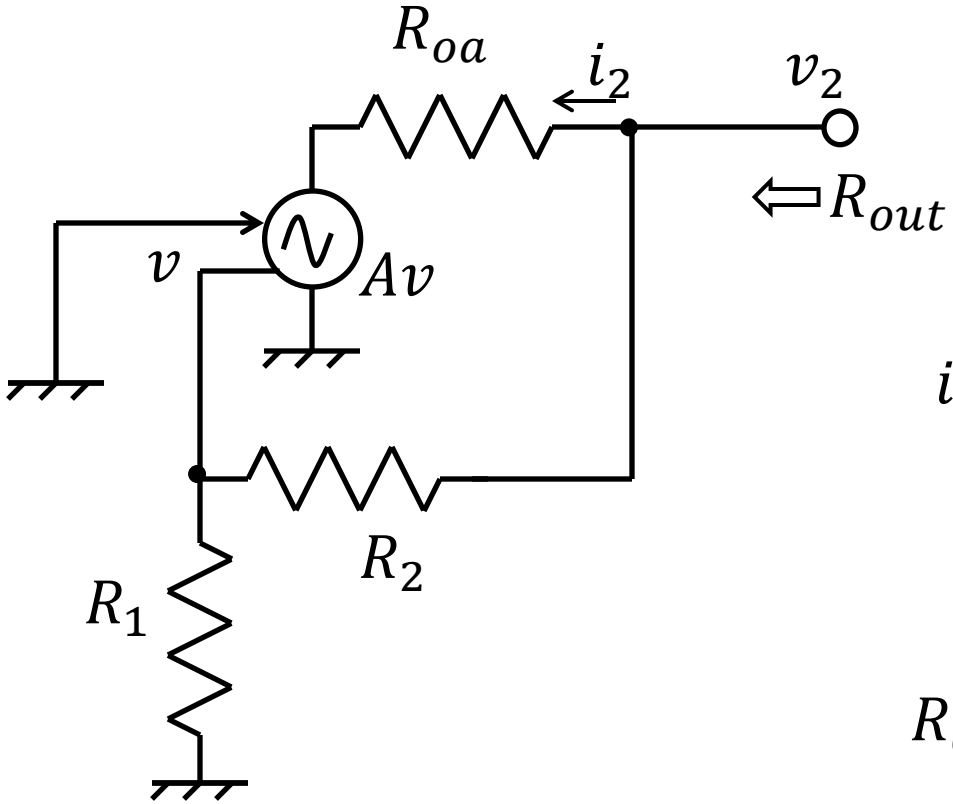
•正相増幅器



BJTで数MΩ
MOSで数百～数千MΩ

□の効果によりさらに大きくなる

出力抵抗



$$v = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} v_2$$

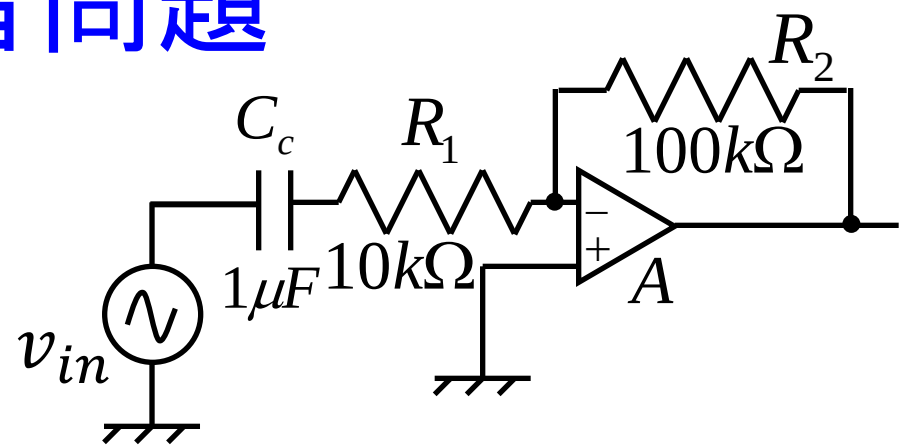
$$i_2 = \frac{v_2 - Av}{R_{oa}} = \frac{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}}{R_{oa}} v_2$$

$$R = \frac{v_2}{i_2} = \frac{R_{oa}}{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

R_{out}はRに$R_1 + R_2$が並列

$$R_{out} \cong \frac{R_{oa}}{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

練習問題



$$A = \frac{100{,}000}{1 + \frac{jf}{100}}$$

中域利得: $-\frac{R_2}{R_1} = -10$

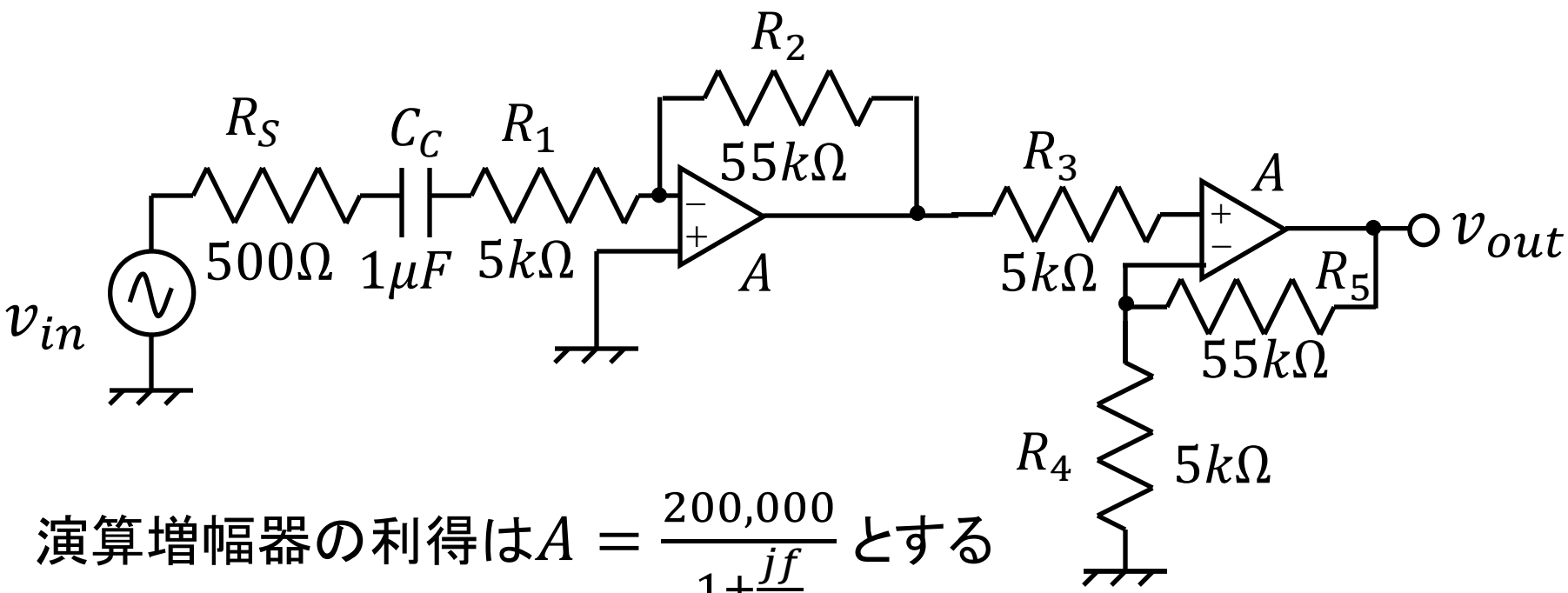
低域遮断周波数: $f_1 = \frac{1}{2\pi C_c R_1} = \frac{1}{2\pi 10^{-2}} = 16Hz$

高域遮断周波数: $f_2 = f_c\left(1 + \frac{R_1}{R_1+R_2}A_0\right) = 909kHz$

$$\because \frac{-\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{A_0}{1+\frac{jf}{f_c}}}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}\frac{A_0}{1+\frac{jf}{f_c}}} = -\frac{R_2 A_0}{R_1 A_0 + R_1 + R_2}\frac{1}{1 + j\frac{f}{f_c}\frac{R_1+R_2}{R_1 A_0 + R_1 + R_2}}$$

より $f_h = f_c\left(1 + \frac{R_1}{R_1+R_2}A_0\right)$

宿題3



演算増幅器の利得は$A = \frac{200{,}000}{1+\frac{jf}{10}}$とする

1. 中域利得を求めよ
2. 低域遮断周波数を求めよ
3. 高域遮断周波数を求めよ