

## デジタル信号処理 (VII)

学術国際情報センター  
山口雅浩

E-mail: [yamaguchi.m.aa@m.titech.ac.jp](mailto:yamaguchi.m.aa@m.titech.ac.jp)  
Web: <http://guchi.gsic.titech.ac.jp>

1

## 6. 離散時間信号とシステム

- 6. 1 離散時間信号
- 6. 2 離散たたみ込み演算
- 6. 3 離散時間システム
- 6. 4 離散時間信号のフーリエ変換
  - 離散時間フーリエ変換
  - 離散時間フーリエ変換の性質
- 6. 5 離散時間システムの周波数特性

3

## 6. 5 離散時間システムの周波数特性

- インパルス応答が  $h(n)$  で与えられるシステムに、角周波数  $\Omega$  ( $\Omega = \omega T$ ) の複素指数関数信号

$$x(n) = e^{j\Omega n} = \cos \Omega n + j \sin \Omega n$$

を入力した場合、その出力は、

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(k-n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{j\Omega(n-k)} = e^{j\Omega n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-j\Omega k}$$

となる。

- $h(n)$  の離散時間フーリエ変換  $H(\Omega)$  は

$$H(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-j\Omega k}$$

なので、

$$y(n) = H(\Omega) e^{j\Omega n}$$

4

$$y(n) = H(\Omega) e^{j\Omega n}$$

$H(\Omega)$  は角周波数  $\Omega$  の入力に対する係数

= (線形シフト不变) 離散時間システムの周波数特性  
(周波数伝達関数)

$$H(\Omega) = A(\Omega) e^{-j\theta(\Omega)}$$

$A(\Omega)$  振幅特性

$\theta(\Omega)$  位相特性

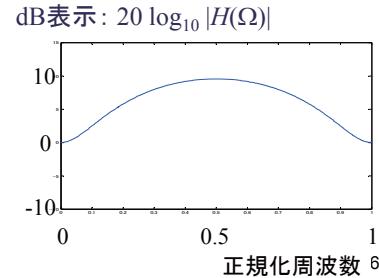
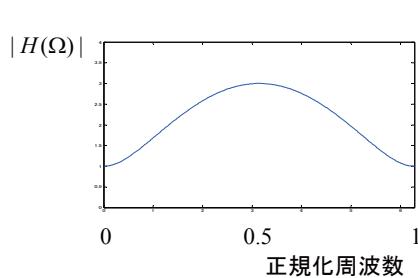
$$y(n) = A(\Omega) e^{j\{\Omega n + \theta(\Omega)\}}$$

振幅が  $A(\Omega)$  倍となり、位相が  $\theta(\Omega)$  だけずれる

5

## 正規化周波数特性の表示

- $T_s$  : サンプリング周期
- $f_s = 1 / T_s$  : サンプリング周波数
- $\Omega = \omega T_s$  : 正規化角周波数
- $f_N = \Omega / 2\pi = f/f_s$  : 正規化周波数  
→ サンプリング周期を気にする必要が無い。  
(サンプリング周期で割れば実際の周波数)



### 例題2

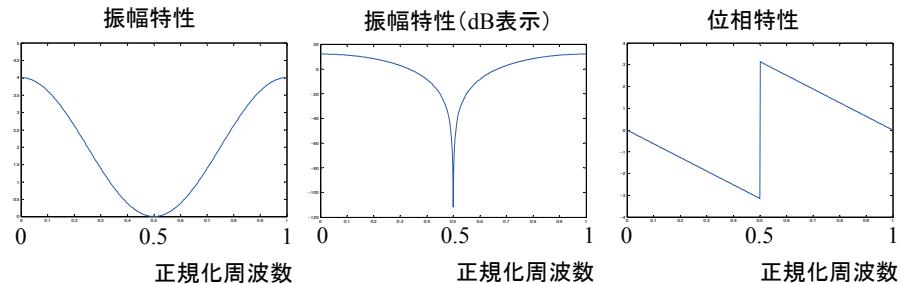
インパルス応答が  $h(n) = \{1, 2, 1\}$  で与えられる線形時不变離散時間システムの周波数伝達特性、振幅特性、位相特性を求めよ

$$\begin{aligned} H(\Omega) &= 1 + 2e^{-j\Omega} + e^{-2j\Omega} = (e^{j\Omega} + 2 + e^{-j\Omega})e^{-j\Omega} \\ &= 2(1 + \cos \Omega)e^{-j\Omega} \end{aligned}$$

振幅特性  $|H(\Omega)| = 2(1 + \cos \Omega)$

位相特性  $\theta(\Omega) = \arg\{2(1 + \cos \Omega)e^{-j\Omega}\} = \arg\{e^{-j\Omega}\} = -\Omega$

直線位相特性



### 例題1

インパルス応答が  $h(n) = \{-1, 2\}$  で与えられる線形時不变離散時間システムの周波数伝達特性、振幅特性、位相特性を求めよ

$$H(\Omega) = DTFT\{h(n)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) \cdot e^{-j\Omega k} = h(0) + h(1)e^{-j\Omega} = -1 + 2e^{-j\Omega}$$

$$|H(\Omega)|^2 = 1 + 4 - 2(e^{-j\Omega} + e^{j\Omega}) = 5 - 4\cos \Omega$$

振幅特性  $|H(\Omega)| = \sqrt{5 - 4\cos \Omega}$

$$\text{位相特性 } \theta(\Omega) = \tan^{-1} \frac{\text{Im}\{H(\Omega)\}}{\text{Re}\{H(\Omega)\}} = -\tan^{-1} \frac{2\sin \Omega}{-1 + 2\cos \Omega}$$

