

デジタル電子回路

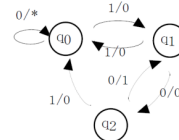
第14回

出力や次の遷移先が未定義だと？（両立性）

出力状態が未定義でも、その出力をみないということは出来る。
(例えば入力列の長さが決まってい、入力中の出力は見ない)

出力が未定義でも良い。

Q	δ		ω	
	x		0	1
q0		q0	q1	* 0
q1		q2	q0	0 0
q2		q1	q0	1 0



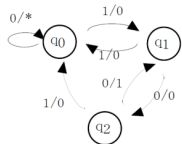
0か1か出力が確定していないのは？
 $q_0 \rightarrow 0$ が入ったとき。

1を確実に出力するのは
 $q_2 \rightarrow 0$ が入った時

それ以外は0を出力する。

でも、出力状態で仕分ける等価性では、この状態を合わせることは出来ない。

出力や次の遷移先が未定義だと？（両立性）



0か1か出力が確定していないのは？
 $q_0 \rightarrow 0$ が入ったとき。

1を確実に出力するのは
 $q_2 \rightarrow 0$ が入った時

それ以外は0を出力する。

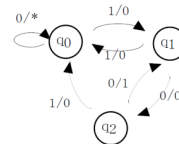
入力と出力だけ見て、初期状態を見分けようとする

0を入力して1が出たら q_2 か q_0 にいる。
0を入力して0が出たら q_0 か q_1 にいる。
1を入力したらどの状態でも0が出る

どの状態にいるか見分けられない

Q	δ		ω	
	x		0	1
q0		q0	q1	* 0
q1		q2	q0	0 0
q2		q1	q0	1 0

出力や次の遷移先が未定義だと？（両立性）



入力と出力だけ見て、初期状態を見分けようとする

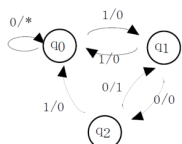
q_0, q_1, q_2 に011001を入力すると

q_0 は $q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_1$ と推移して *00**0を出力
 q_1 は $q_2 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_1$ と推移して 000**0を出力
 q_2 は $q_1 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_1$ と推移して 100**0を出力

q_0, q_1, q_2 に011001を入力しても、初期状態が q_1 ではないこと、 q_2 ではないことは0を入れた出力で見分けられるが、 q_0 ではないことをはまだわからない。

Q	δ		ω	
	x		0	1
q0		q0	q1	* 0
q1		q2	q0	0 0
q2		q1	q0	1 0

出力や次の遷移先が未定義だと？（両立性）



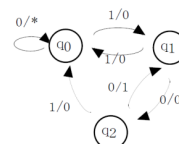
1	2 0		
2	1 0		
	0	1	

入力で初期状態が見分けられるか、確認
 q_1 と q_2 は出力が違うので明らかに違う。

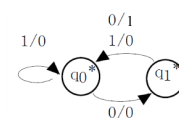
*をする。
 q_0 と q_1 では出力では見分けられない。
入力0で q_0 と q_2 に、入力1で q_0 と q_1 に移るので、その遷移先を書く
 q_0 と q_2 も出力では見分けられない。
入力0でも1でも q_0 と q_1 に移るので、その遷移先を書く
で、 q_0 と q_2 、 q_0 と q_1 の組み合わせから出力では見分けられる q_1 と q_2 に行くときはない。見分けられない。

Q	δ		ω	
	x		0	1
q0		q0	q1	* 0
q1		q2	q0	0 0
q2		q1	q0	1 0

出力や次の遷移先が未定義だと？（両立性）



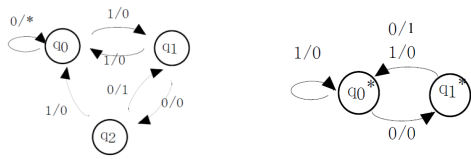
見分けられないなら、2状態にできないか？



$\{q_0, q_1\}$ から q_0 *を、 $\{q_0, q_2\}$ から q_1 *を作ってみよう。

Q	δ		ω	
	x		0	1
q0		q0	q1	* 0
q1		q2	q0	0 0
q2		q1	q0	1 0

出力や次の遷移先が未定義だと？(両立性)



q_0 と q_0^* , q_1^* に011001を入力すると
 q_0 は $q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow q_1$ と推移して *00**0を出力
 q_0^* は $q_1^* \rightarrow q_0^* \rightarrow q_1^* \rightarrow q_0^* \rightarrow q_0^* \rightarrow q_0^*$ と推移して 000010を出力
 q_1^* は $q_0^* \rightarrow q_0^* \rightarrow q_0^* \rightarrow q_1^* \rightarrow q_0^* \rightarrow q_0^*$ と推移して 100010を出力

実は q_0^* は q_0 と q_1 と、 q_1^* は q_0 と q_2 と、*の部分を除けば、同じ出力をする。

このようなときに、 q_0 と q_1 、 q_0 と q_2 は両立性を持つと呼び、状態を減らせる。

両立性で状態遷移図を組みなおす時の手順

1. 入力した時の出力から見分けられるときは状態を分けなければならない。
見分けられるときは 非両立的であると呼ぶ。

先の例では q_1 と q_2 は非両立的である。

2. 非両立的でないものは、両立的なので、
そこから両立的である状態の集合をつくる。

先の例では、 $\{q_0, q_1\}$ も、 $\{q_0, q_2\}$ も両立的な集合

3. 両立的な集合を新たな状態に対応させ、状態遷移表を作り直す。

先の例では $\{q_0, q_1\}$ から q_0^* を、 $\{q_0, q_2\}$ から q_1^* を
それぞれ新たな状態として、状態遷移図を作った。

入力系列

本来は等価性においても重要な概念
ある連なった入力(入力系列)があるときに、
状態を区別できるかどうか？

また、両立性においては、未定義の出力があるため、
印加できる入力系列という概念がある。

すなわち、
有る状態に、ある入力系列を入力したとき、
最後の入力に対する出力が定義されている場合
(それまでの入力に対しては、状態は定義されなくてもはならないが、出力は
定義されなくても良い)、印加できる入力系列であるという。

非両立性を見分ける手順

1. 入力した時の出力から見分けられるときは、状態同士を非両立的と呼ぶ。

じゃ、状態数増やして方法確認 次の状態遷移表で考えよう。
ここでは遷移先もドントケアにしてみた。(これは本来の設計上は稀である)
先ほど作ったのと同じ表(含意表と呼ぶ)を作る。
まず q_0 と q_1 、 q_0 と q_4 は0を入力する出力が明らかに違うので×にする。

	遷移先			出力	
	0	1	0	1	
q_0	q_5	q_4	0	1	
q_1	q_4	q_5	1	1	
q_2	q_1	q_4	*	1	
q_3	q_1	*	*	*	
q_4	q_0	q_3	1	*	
q_5	*	q_3	*	1	

1	×				
2					
3					
4	×				
5					
	0	1	2	3	4

非両立性を見分ける手順

つぎに、 q_0 と q_2 は、0をいれると q_1 と q_3 に、1をいれると q_4 に推移するので、
それをそれぞれ上段/下段に分けて入れる。
(44は見分けがつかないので、書き入れなくても良い)

	遷移先			出力	
	0	1	0	1	
q_0	q_5	q_4	0	1	
q_1	q_4	q_5	1	1	
q_2	q_1	q_4	*	1	
q_3	q_1	*	*	*	
q_4	q_0	q_3	1	*	
q_5	*	q_3	*	1	

1	×				
2	51	44			
3					
4	×				
5					
	0	1	2	3	4

非両立性を見分ける手順

つぎに、 q_0 と q_3 は、0をいれると q_1 と q_5 になる。1をいれると q_4 がドントケアに推移するので、もう見分けられなくなる。そこで q_1 と q_5 だけ記入する。

	遷移先			出力	
	0	1	0	1	
q_0	q_5	q_4	0	1	
q_1	q_4	q_5	1	1	
q_2	q_1	q_4	*	1	
q_3	q_1	*	*	*	
q_4	q_0	q_3	1	*	
q_5	*	q_3	*	1	

1	×				
2	51	44			
3	51				
4	×				
5					
	0	1	2	3	4

非両立性を見分ける手順

以下同様に記入していく。
 q_3 と q_5 は、0をいれると q_5 にドントケアに推移し、
 1をいれると q_3 がドントケアに推移するので全く見分けられない。
 空白に残す。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

1	⊗					
2	51	41				
	44	54				
3	51	41	11			
4	⊗	40	10			
	53	43	10			
5	43	53	43	33		
	0	1	2	3	4	

非両立性を見分ける手順

さて、非両立的な10,40に推移すれば、両立しないことが判る。
 そこで10に注目すると、42と43が10に推移する。そこでそこも×にして、
 10が終わったので、○をつける。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

1	⊗					
2	51	41				
	44	54				
3	51	41	11			
4	⊗	40	10	⊗		
	53	43	10			
5	43	53	43		33	
	0	1	2	3	4	

非両立性を見分ける手順

40に注目すると、41が40に推移する。そこでそこも×にして、
 40が終わったので、○をつける。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

1	⊗					
2	51	41				
	44	54				
3	51	41	11			
4	⊗	40	10	⊗		
	53	43	10			
5	43	53	43		33	
	0	1	2	3	4	

非両立性を見分ける手順

あらたに41,42,43が非両立的となった。
 そこで41に注目すると、21と31が41に推移する。そこでそこも×にして、
 41が終わったので、○をつける。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

1	⊗					
2	51	41				
	44	54				
3	51	41	11			
4	⊗	40	10	⊗		
	53	43	10			
5	43	53	43		33	
	0	1	2	3	4	

非両立性を見分ける手順

42への推移はない。○をつける。
 43に注目すると、50と52が43に推移する。そこで×にして、43に○をつける。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

1	⊗					
2	51	41				
	44	54				
3	51	41	11			
4	⊗	40	10	⊗		
	53	43	10			
5	43	53	43		33	
	0	1	2	3	4	

非両立性を見分ける手順

新たに非両立的になった21,31,50,52への推移はない。○をつける。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

1	⊗					
2	51	41				
	44	54				
3	51	41	11			
4	⊗	40	10	⊗		
	53	43	10			
5	43	53	43		33	
	0	1	2	3	4	

見分けられら非両立性

×がついた状態対が非両立的である。これを記号に書くときは、

$$q_1 + q_0 \quad q_2 + q_1 \quad q_3 + q_1 \quad q_4 + q_0 \quad q_4 + q_1$$

$$q_4 + q_2 \quad q_4 + q_3 \quad q_5 + q_0 \quad q_5 + q_2$$

以上の9つの状態対が非両立的である。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

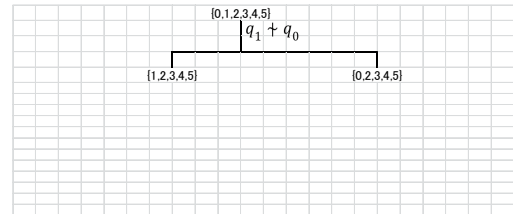
1	⊗				
2	51	⊗			
3	51	⊗	11		
4	⊗	40	10	⊗	
5	⊗	53	⊗		33
	0	1	2	3	4

両立的である状態集合を作る

非両立的でないものは、両立的なので、そこから両立的である集合をつくる。

$$q_1 + q_0 \quad q_2 + q_1 \quad q_3 + q_1 \quad q_4 + q_0 \quad q_4 + q_1$$

$$q_4 + q_2 \quad q_4 + q_3 \quad q_5 + q_0 \quad q_5 + q_2 \quad \text{のうち } q_1 + q_0 \text{ に注目して集合を分ける。}$$

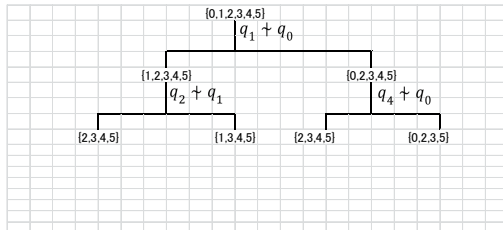


両立的である状態集合を作る

非両立的でないものは、両立的なので、そこから両立的である集合をつくる。

$$q_1 + q_0 \quad q_2 + q_1 \quad q_3 + q_1 \quad q_4 + q_0 \quad q_4 + q_1$$

$$q_4 + q_2 \quad q_4 + q_3 \quad q_5 + q_0 \quad q_5 + q_2$$

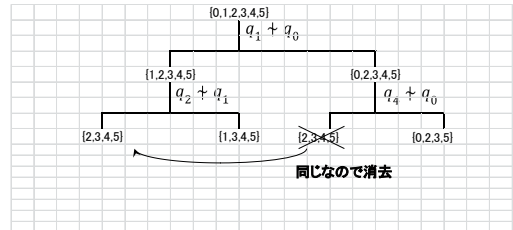


両立的である状態集合を作る

非両立的でないものは、両立的なので、そこから両立的である集合をつくる。

$$q_1 + q_0 \quad q_2 + q_1 \quad q_3 + q_1 \quad q_4 + q_0 \quad q_4 + q_1$$

$$q_4 + q_2 \quad q_4 + q_3 \quad q_5 + q_0 \quad q_5 + q_2$$

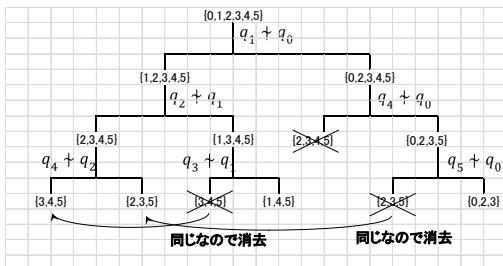


両立的である状態集合を作る

非両立的でないものは、両立的なので、そこから両立的である集合をつくる。

$$q_1 + q_0 \quad q_2 + q_1 \quad q_3 + q_1 \quad q_4 + q_0 \quad q_4 + q_1$$

$$q_4 + q_2 \quad q_4 + q_3 \quad q_5 + q_0 \quad q_5 + q_2$$

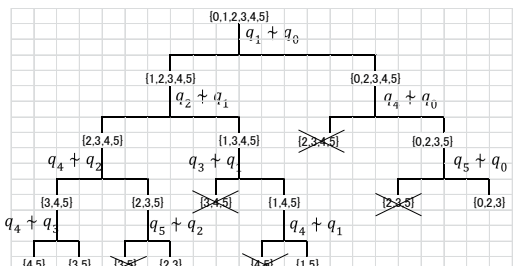


両立的である状態集合を作る

非両立的でないものは、両立的なので、そこから両立的である集合をつくる。

$$q_1 + q_0 \quad q_2 + q_1 \quad q_3 + q_1 \quad q_4 + q_0 \quad q_4 + q_1$$

$$q_4 + q_2 \quad q_4 + q_3 \quad q_5 + q_0 \quad q_5 + q_2$$



状態遷移表を作り直す

極大両立的集合 $C_{m0}=\{q_0,q_2,q_3\}$ 、 $C_{m1}=\{q_1,q_5\}$ 、 $C_{m2}=\{q_3,q_5\}$ 、 $C_{m3}=\{q_4,q_5\}$

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

$C_{m1}=\{q_1,q_5\}$ に注目すると、
0が入力すると遷移先は q_4 だから C_{m3} である。
出力は1または*
1が入力すると遷移先は q_5 と q_3 だから C_{m2} である。
出力は1
そこで状態遷移表に書きこめる。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
$\tilde{q}_0$	$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_3$	0	1
$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_3$	q_2	1	1
$\tilde{q}_2$				
$\tilde{q}_3$				

状態遷移表を作り直す

極大両立的集合 $C_{m0}=\{q_0,q_2,q_3\}$ 、 $C_{m1}=\{q_1,q_5\}$ 、 $C_{m2}=\{q_3,q_5\}$ 、 $C_{m3}=\{q_4,q_5\}$

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

$C_{m2}=\{q_3,q_5\}$ に注目すると、
0が入力すると遷移先は q_1 と*だから
 C_{m1} である。
出力は*
1が入力すると遷移先は q_3 と*だから C_{m0} または
 C_{m2} である。
出力は1または*
状態遷移表に書きこむ。

ここで $\tilde{q}_0V\tilde{q}_2$ という表現はどちらでもよいものである。

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
$\tilde{q}_0$	$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_3$	0	1
$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_3$	q_2	1	1
$\tilde{q}_2$	$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_0V\tilde{q}_2$	*	1
$\tilde{q}_3$				

状態遷移表を作り直す

極大両立的集合 $C_{m0}=\{q_0,q_2,q_3\}$ 、 $C_{m1}=\{q_1,q_5\}$ 、 $C_{m2}=\{q_3,q_5\}$ 、 $C_{m3}=\{q_4,q_5\}$

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
q_0	q_5	q_4	0	1
q_1	q_4	q_5	1	1
q_2	q_1	q_4	*	1
q_3	q_1	*	*	*
q_4	q_0	q_3	1	*
q_5	*	q_3	*	1

$C_{m3}=\{q_4,q_5\}$ に注目すると、
0が入力すると遷移先は q_0 と*だから
 C_{m0} である。
出力は1または*
1が入力すると遷移先は q_3 だから C_{m0} または C_{m2}
である。
出力は1または*
状態遷移表に書きこむ。

これで両立性をもちいて簡単化した状態遷移表
が完成

	遷移先		出力	
	0	1	0	1
$\tilde{q}_0$	$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_3$	0	1
$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_3$	$\tilde{q}_2$	1	1
$\tilde{q}_2$	$\tilde{q}_1$	$\tilde{q}_0V\tilde{q}_2$	*	1
$\tilde{q}_3$	$\tilde{q}_0$	$\tilde{q}_0V\tilde{q}_2$	1	1

両立性で状態遷移図を組みなおすときの手順

1. 各状態間での非両立性を調べ上げる。
2. 非両立性から、極大両立の状態集合を作る。
3. 極大両立の状態集合を新たな状態に対応させ、状態遷移表を作り直す。

ここでの問題点

各極大両立の状態集合で構成した新たな状態は、状態数として最小になるか？

じつは、ならない例もある。

極大両立の状態集合では、各集合にふくまれる状態に重複があるため、
極大両立の状態集合よりも、すこし小さい集合を使うことで、
つかう状態集合の数(=新たな状態数)を減らせる可能性を持つ。

しかし、そのような例を簡単に求める統一的方法は知られておらず、
一回構成してから各状態を一つずつ除去可能かを試すことによって集合を得る。
そこで本講義ではそのような例は扱わないこととする。