

デジタル電子回路

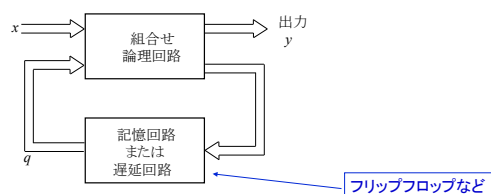
第11回

順序回路

順序回路: 出力が現在の入力、**および過去の入力**によって決定。

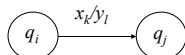
(フリップフロップも順序回路の一例)

同期式順序回路: 回路の状態がクロックパルスに同期して変化。
非同期式順序回路: クロックパルスを用いない。



フリップフロップなど

状態遷移図



回路の初期状態 q_i

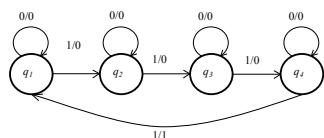
入力 x_k によって y_l を出力し、 q_j に変化する。



回路の初期状態 q_i

入力 x_k によって y_l を出力し、 q_i のまま状態は変化しない。

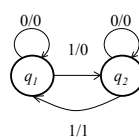
<4進カウンタの状態遷移図>



状態遷移図 自動販売機の例

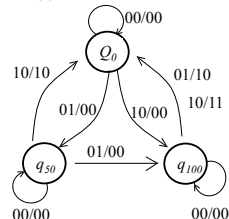
- (1)10円硬貨だけを投入できる。
- (2)20円投入されたら、ガムを出力する。

- (1)初期状態 q_1 と 10円が投入された状態 q_2 を考える。
- (2)初期状態に 10円投入されたら、 q_1 から q_2 へ遷移する。
- (3) 10円が投入されなかったら状態維持
- (4) 状態 q_2 で 10円が投入されたら ガムを出力して、初期状態に戻る



状態遷移図 もうすこし難しい自動販売機

- (1)50円硬貨と100円硬貨が投入できる。
- (2)150円以上投入されたら、ジュースとおつりを出力する。

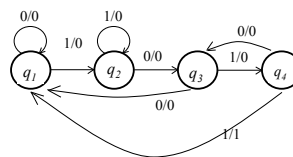


- (1)初期状態 q_0 と 50円が投入された状態 q_{50} 100円が投入された状態 q_{100} を考える。
- (2)初期状態から硬貨が投入されたら 該当する状態へ遷移する。 50円硬貨の入力を01 100円硬貨入力を10としよう。
- (3)硬貨が投入されない(00)なら状態維持 50円の状態に50円投入されたら100円に
- (4) 150円になったら ジュースを出力する。出力記号10
- (5) 投入額が200円の時は50円も出力。 出力記号11

状態遷移図 パターン検出器

二値信号で1011という入力系列が連続してきたらパターン検出を出力する回路

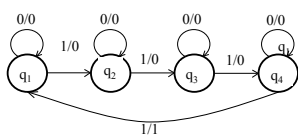
- (1)初期状態 q_1 と 1が入力された状態 q_2 101まで入力された状態 q_3 101まで入力された状態 q_4 を考える。
- (2)状態 q_1 へ1が入力されたら q_2 へ 0が入力されたらそのまま
- (3)状態 q_2 へ0が入力されたら q_3 へ 1が入力したら、1入力済みなので q_2 へ
- (4)状態 q_3 へ1が入力されたら q_4 へ 0が入力されたら、初期状態 q_1 へ
- (5)状態 q_4 へ1が入力されたら出力1を出し初期状態 q_1 へ 0が入力されたら10が入力された状態なので状態 q_3 へ



同期式順序回路の解析

状態遷移図 から 順序回路を作るのが本来の目標だが、
まず、順序回路から、状態遷移図をつくる解析を行う。
途中の仲立ちとして、状態遷移表を作り、次に状態遷移図を作ろう。

状態遷移図
<4進カウンタ>



状態遷移表

現状 q	次状態 q'		出力 y	
	入力 x 0	入力 x 1	入力 x 0	入力 x 1
q ₁	q ₁	q ₂	0	0
q ₂	q ₂	q ₃	0	0
q ₃	q ₃	q ₄	0	0
q ₄	q ₄	q ₁	0	1

順序回路の実現

状態遷移図 から 順序回路を作るとき、どのように状態を覚えるか
がつきの課題

当然フリップフロップを使うが、
一つのフリップフロップは0と1の二つの状態を覚えることができる。

ここで、4つの状態があったとする。
二つの考え方がある。

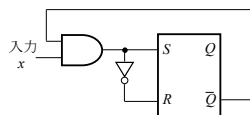
1. 2つのフリップフロップで、00,01,10,11と4つの状態にして覚える。
2. 4つのフリップフロップで、1つのフリップフロップで状態を覚える。

1. の場合、フリップフロップの数が減らせる。今週はこの形で実現する。
2. の場合、回路を考えるのは簡単になる。ワンホットコードと呼ばれる。
来週、この話をする。

非同期式順序回路の不安定状態と誤動作

非同期式順序回路：状態の遷移の過程(過渡状態)で不安定な状態が存在
→ 誤動作の恐れ

発振の可能性



(a) 回路

現状 Q	次状態 Q'	
	入力 0	入力 1
0	0 (1)	0 (0)
1	0 (0)	1 (1)

(b) フロー表

遅延時間の差等で誤動作する場合もある。

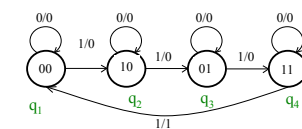
→ 速度などを優先させる場合、非同期式を用いる場合もあるが、
ほとんどの場合、同期式が用いられる。
ここでは同期式のみを扱う。

同期式順序回路の状態遷移表

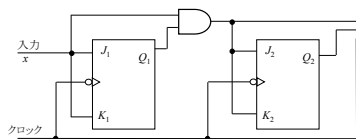
現状 Q ₁ , Q ₂	次状態 Q ₁ ', Q ₂ '				出力 y	
	入力 x 0		入力 x 1		入力 x 0	入力 x 1

q ₁	0	0	q ₁	0	0	1	0	q ₂	0	0
q ₃	0	1	q ₃	0	1	1	1	q ₄	0	0
q ₂	1	0	q ₂	1	0	0	1	q ₃	0	0
q ₄	1	1	q ₄	1	1	0	0	q ₁	0	1

各状態 q_i に2進数を割当てて
ことを**状態割当**という。



同期式順序回路の状態遷移表

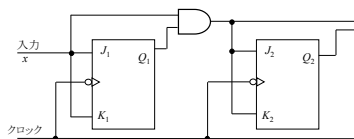


T-FFと一緒に、
入力が1だと反転する

現状 Q ₁ , Q ₂	次状態 Q ₁ ', Q ₂ '				出力 y	
	入力 x 0		入力 x 1		入力 x 0	入力 x 1
0	0	0	1	1		
0	1	0	1	1		
1	0	1	0	0		
1	1	1	0	0		

Q₁' は x=1だと反転する
x=0だと保持

同期式順序回路の状態遷移表



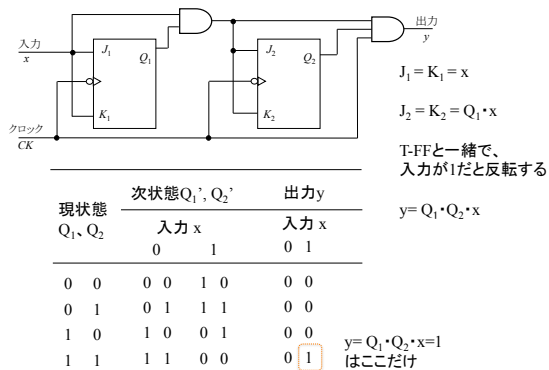
J₁ = K₁ = x
J₂ = K₂ = Q₁ · x

T-FFと一緒に、
入力が1だと反転する

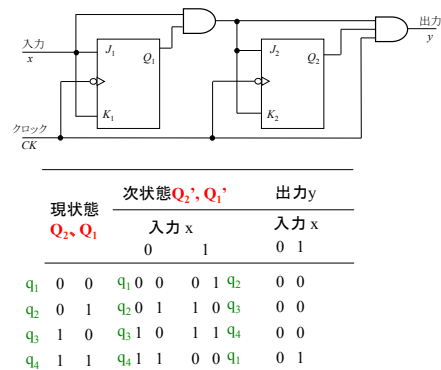
現状 Q ₁ , Q ₂	次状態 Q ₁ ', Q ₂ '				出力 y	
	入力 x 0		入力 x 1		入力 x 0	入力 x 1
0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0

Q₂' は Q₁ · x=1だと反転する
それ以外は保持

同期式順序回路の状態遷移表



同期式順序回路の状態遷移表(2)



状態遷移関数と出力関数

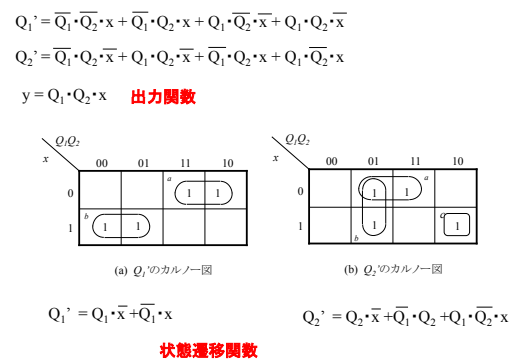
現状態 Q_1, Q_2	次状態 Q_1', Q_2'		出力y	
	入力 x		入力 x	
	0	1	0	1
0 0	0 0	1 0	0	0
0 1	0 1	1 1	0	0
1 0	1 0	0 1	0	0
1 1	1 1	0 0	0	1

$$Q_1' = \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot x + \overline{Q_1} \cdot Q_2 \cdot x + Q_1 \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{x} + Q_1 \cdot Q_2 \cdot \overline{x}$$

$$Q_2' = \overline{Q_1} \cdot Q_2 \cdot \overline{x} + Q_1 \cdot Q_2 \cdot \overline{x} + \overline{Q_1} \cdot Q_2 \cdot x + Q_1 \cdot Q_2 \cdot x$$

$$y = Q_1 \cdot Q_2 \cdot x$$

状態遷移関数と出力関数



順序回路の実現(冗長な状態が無い場合)

記憶回路の特性表とは？
遷移の仕方について、どんな入力が必要かを示した表

D-FFは、入力をそのまま出力するので、おなじ記号

SR-FFは、
0から0にしたい→保持とみて (S,R)=(0,0)またはリセットしたとみて (S,R)=(0,1)
0から1にしたい→セットしたとみて (S,R)=(1,0)
1から0にしたい→リセットしたとみて (S,R)=(0,1)
1から1にしたい→保持とみて (S,R)=(0,0)またはセットしたとみて (S,R)=(1,0)

遷移先	入力				
$Q \rightarrow Q'$	D	SR	J K	T	
0 → 0	0	0 0	0 0		
0 → 1	1	1 0	0 1		
1 → 0	0	0 1	1 0		
1 → 1	1	0 0	1 1		

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合)

JK-FFは、
0から0にしたい→保持とみて (J,K)=(0,0)またはリセットしたとみて (J,K)=(0,1)
0から1にしたい→セットしたとみて (J,K)=(1,0)
または反転したとみて (J,K)=(1,1)
1から0にしたい→リセットしたとみて (J,K)=(0,1)
または反転したとみて (J,K)=(1,1)
1から1にしたい→保持とみて (J,K)=(0,0)またはセットしたとみて (J,K)=(1,0)

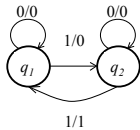
T-FFは、T=0なら保持、T=1なら反転なので

遷移先	入力				
$Q \rightarrow Q'$	D	SR	J K	T	
0 → 0	0	0 0	0 0	0	
0 → 1	1	1 0	0 1	1	
1 → 0	0	0 1	1 0	1	
1 → 1	1	0 0	1 1	0	

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

2進カウンタ

(i) 与えられた条件より、状態遷移図を描く。



(ii) 状態遷移図より、状態遷移表を求める。

現状態 q	次状態q'		出力y	
	入力 x 0 1	入力 x 0 1	出力 y 0 1	出力 y 0 1
q ₁	q ₁	q ₂	0	0
q ₂	q ₂	q ₁	0	1

(iii) 状態遷移表あるいは状態遷移図で、冗長な状態があればこれを簡単化する(冗長な状態はこの例ではない)。

(iv) 安定な状態 q に対して、2進数を割り当てる。状態割当てへ進む。

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

2進カウンタ

状態割当て

q₁ = (0)

q₂ = (1)

状態遷移関数

$$Q' = \bar{Q} \cdot x + Q \cdot \bar{x}$$

(v) 使用する記憶回路の特性表より、それぞれの次状態 q' を得るのに必要な記憶回路の入力状態 u を求める。

現状態 q	次状態q'		出力y	
	入力 x 0 1	入力 x 0 1	出力 y 0 1	出力 y 0 1
q ₁	0	0 1	0	0
q ₂	1	1 0	0	1

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

現状態 q	次状態q'		出力y		遷移先 Q → Q'	入力				
	入力 x 0 1	入力 x 0 1	出力 y 0 1	出力 y 0 1		D	SR	JK	T	
q ₁	0	0 1	0 0	0 0	0 → 0	0	0 φ	0 φ	0	0
					0 → 1	1	1 0	1 φ	1	1
					1 → 0	0	0 1	φ 1	1	1
					1 → 1	1	φ 0	φ 0	0	0
q ₂	1	1 0	0 1	0 1						

制御入力表

: 状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

まずD-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=1に、x=1ならば、Q=0に、なる。

Q	D	S	R	J	K	T
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1				
1	1	0				

$$d = x \cdot q + \bar{x} \cdot \bar{q}$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

現状態 q	次状態q'		出力y		遷移先 Q → Q'	入力				
	入力 x 0 1	入力 x 0 1	出力 y 0 1	出力 y 0 1		D	SR	JK	T	
q ₁	0	0 1	0 0	0 0	0 → 0	0	0 φ	0 φ	0	0
					0 → 1	1	1 0	1 φ	1	1
					1 → 0	0	0 1	φ 1	1	1
					1 → 1	1	φ 0	φ 0	0	0
q ₂	1	1 0	0 1	0 1						

制御入力表

: 状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

SR-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=1に、x=1ならば、Q=0に、なる。

Q	D	S	R	J	K	T
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	φ	0	1	

$$d = x \cdot q + \bar{x} \cdot \bar{q} \quad s = x \cdot q \quad r = x \cdot \bar{q}$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

現状態 q	次状態q'		出力y		遷移先 Q → Q'	入力				
	入力 x 0 1	入力 x 0 1	出力 y 0 1	出力 y 0 1		D	SR	JK	T	
q ₁	0	0 1	0 0	0 0	0 → 0	0	0 φ	0 φ	0	0
					0 → 1	1	1 0	1 φ	1	1
					1 → 0	0	0 1	φ 1	1	1
					1 → 1	1	φ 0	φ 0	0	0
q ₂	1	1 0	0 1	0 1						

制御入力表

: 状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

JK-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=1に、x=1ならば、Q=0に、なる。

Q	D	S	R	J	K	T
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	φ	0
1	1	0	φ	0	1	φ

$$d = x \cdot q + \bar{x} \cdot \bar{q} \quad s = x \cdot q \quad r = x \cdot \bar{q} \quad j = k = x$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

現状態 q	次状態q'		出力y		遷移先 Q → Q'	入力				
	入力 x 0 1	入力 x 0 1	出力 y 0 1	出力 y 0 1		D	SR	JK	T	
q ₁	0	0 1	0 0	0 0	0 → 0	0	0 φ	0 φ	0	0
					0 → 1	1	1 0	1 φ	1	1
					1 → 0	0	0 1	φ 1	1	1
					1 → 1	1	φ 0	φ 0	0	0
q ₂	1	1 0	0 1	0 1						

制御入力表

: 状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

T-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=1に、x=1ならば、Q=0に、なる。

Q	D	S	R	J	K	T
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	φ	0
1	1	0	φ	0	1	φ

$$d = x \cdot q + \bar{x} \cdot \bar{q} \quad s = x \cdot q \quad r = x \cdot \bar{q} \quad j = k = x \quad t = x$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 2進カウンタ

制御入力表より、2進カウンタを作るには、

$$\text{D-FFなら} \quad d = \overline{x \cdot q} + x \cdot \overline{q}$$

これは状態遷移関数と同じである。通常D-FFは状態遷移関数と同じまま

$$\text{SR-FFなら} \quad s = \overline{x \cdot q} \quad r = x \cdot q$$

$$\text{JK-FFなら} \quad j = k = x$$

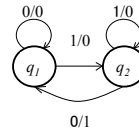
$$\text{T-FFなら} \quad t = x$$

という入力を入れてあげれば良いことが判る。

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 1→0識別回路

つぎに1→0という入力があったら、1を出力する識別回路

(i) 与えられた条件より、状態遷移図を描く。



(ii) 状態遷移図より、状態遷移表を求める。

現状態 q	次状態q'		出力y	
	入力 x 0	入力 x 1	入力 x 0	入力 x 1
q ₁	q ₁	q ₂	0	0
q ₂	q ₁	q ₂	1	0

(iii) 状態遷移表あるいは状態遷移図で、冗長な状態があればこれを簡化する(冗長な状態はこの例ではない)。

(iv) 安定な状態 q₁に対して、2進数を割り当てる。状態割当てへ進む。

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 1→0識別回路

この二状態でも状態割当てで、それほど状態はかわらないが、

q₁ = (0)
q₂ = (1)

状態遷移関数

$$Q' = x$$

(v) 使用する記憶回路の特性表より、それぞれの次状態 q'を得るのに必要な記憶回路の入力状態 u を求める。

現状態 q	次状態q'		出力y	
	入力 x 0	入力 x 1	入力 x 0	入力 x 1
q ₁	0	1	0	0
q ₂	1	1	1	0

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 1→0識別回路

現状態 q	次状態q'		出力y		遷移先					
	入力 x		入力 x		入力					
	0	1	0	1	Q → Q'	D	SR	JK	T	
q ₁	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
			0	1	0	1	0	1	0	0
			1	0	0	0	1	0	1	0
q ₂	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0

制御入力表

:状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

まずD-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=1に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q	D		S		R		J		K		T	
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1										

$$d = x$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 1→0識別回路

現状態 q	次状態q' 出力y				遷移先 入力					
	入力 x		入力 x		Q→Q'	D	SR	JK	T	
	0	1	0	1						
q ₁	0	0	1	0	0	0	0 φ	0 φ	0	
		0	1	0	0	1	1 0	1 φ	1	
		1	0	1	0	0	0 1	0 φ	1	
		1	1	0	1	1	φ 0	φ 0	0	
q ₂	1	0	1	1	0					

制御入力表

:状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

SR-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q	D		S		R		J		K		T	
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$$d = x$$

$$s = x$$

$$r = x$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 1→0識別回路

現状態 q	次状態q' 出力y				遷移先					
	入力 x		入力 x		Q→Q'	D	SR	入力		
	0	1	0	1				J	K	T
q ₁	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
		0	1	0	0	1	0	1	0	1
		1	0	1	1	0	1	0	1	1
q ₂	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0

制御入力表

:状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

JK-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q	D		S		R		J		K		T	
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$$d = x$$

$$s = x, r = x$$

$$j = x, k = x$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合) 1→0識別回路

現状態 q	次状態q'		出力y		遷移先 $\underline{Q} \rightarrow Q'$	入力				
	入力 x		入力 x			D	SR	J K	T	
	0	1	0	1						
q ₁	0	0	1	0	0	0	0 φ	0 φ	0	
					0	1	1 0	1 φ	1	
					1	0	0 1	φ 1	1	
q ₂	1	0	1	1	0	1	φ 0	φ 0	0	
					1				0	

制御入力表

:状態遷移表の次状態を、その状態を発生するフリップフロップの入力状態で表した表をつくる。

T-FF Q=0で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q=1で x=0ならば、Q=0に、x=1ならば、Q=1に、なる。

Q	D		S		R		J		K		T	
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	φ	0	0	1	φ	φ	0	1
1	0	1	0	φ	1	0	φ	φ	1	0	1	0

$$d = x \quad s = x, r = \bar{x} \quad j = x, k = \bar{x} \quad t = x \bullet q + \bar{x} \bullet \bar{q}$$

順序回路の実現(冗長な状態が無い場合)

2進カウンタを作るには、

1→0識別回路を作るには、

$$\begin{aligned} \text{D-FFなら} \quad & d = \bar{x} \bullet \bar{q} + x \bullet q & d = x \\ \text{SR-FFなら} \quad & s = \bar{x} \bullet \bar{q} \quad r = x \bullet q & s = x, r = \bar{x} \\ \text{JK-FFなら} \quad & j = k = x & j = x, k = \bar{x} \\ \text{T-FFなら} \quad & t = x & t = \bar{x} \bullet q + x \bullet \bar{q} \end{aligned}$$

という入力を入れる。

作る回路によって、得手・不得手があるが、
D-FFは状態遷移関数を簡単にする状態割当てで簡単になる。