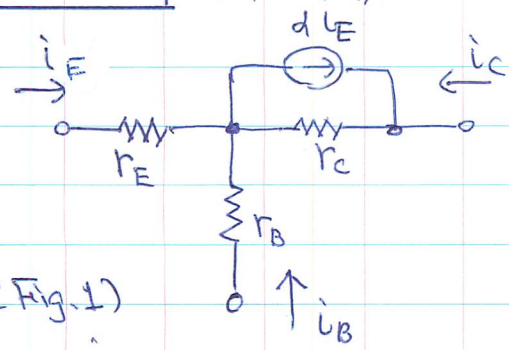
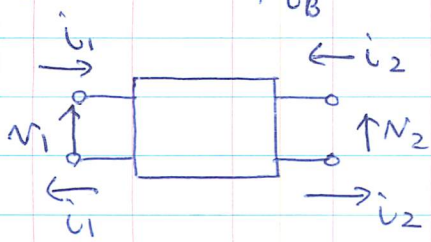
宿題(4) (1)の解答

宿題そのものではないが、やり方は同じ。




(Fig.1)



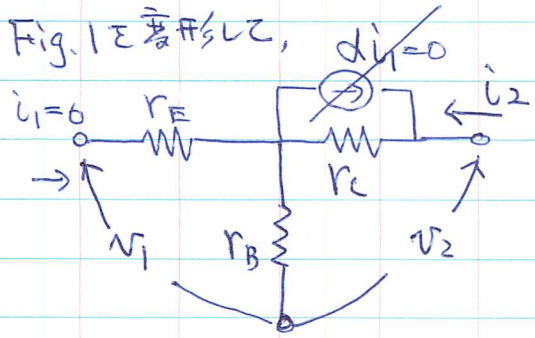

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

(1) $i_1=0$ として

$h_{12}=(v_1/v_2)|_{i_1=0}$ $h_{22}=(i_2/v_2)|_{i_1=0}$

で求める。

Fig.1を書形して、



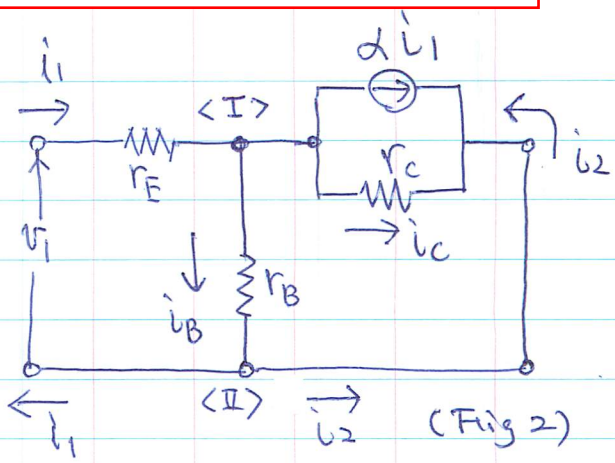

$$v_1=\frac{r_B}{r_B+r_E}v_2 \quad \therefore h_{12}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{r_B}{r_B+r_C} \quad \text{—①}$$

$$i_2=\frac{v_2}{r_B+r_C} \quad \therefore h_{22}=\frac{i_2}{v_2}=\frac{1}{r_B+r_C} \quad \text{—②}$$

(2) $v_2=0$ として

$h_{11}=(v_1/i_1)|_{v_2=0}$, $h_{21}=(i_2/i_1)|_{v_2=0}$

で求める。




(Fig 2)

$$v_1=r_E i_1+r_B i_B \quad \text{—③}$$

$$i_1=i_B+i_C+\alpha i_1 \quad \text{—④}$$

$$i_2=-(i_C+\alpha i_1) \quad \text{—⑤}$$

$$r_B i_B=r_C i_C \quad \text{—⑥}$$

⑥を④に代入して

$$i_1=\frac{r_C}{r_B}i_C+i_C+\alpha i_1$$

$$(1-\alpha)i_1=\frac{r_C+r_B}{r_B}i_C$$

$$i_C=(1-\alpha)\frac{r_B}{r_C+r_B}i_1 \quad \text{—⑦}$$

⑦→⑤に代入して

$$i_2=-\frac{(1-\alpha)r_B}{r_C+r_B}i_1-\alpha i_1$$

$$i_2=-\left[\frac{(1-\alpha)r_B}{r_C+r_B}+\alpha\right]i_1$$

$$i_2=-\left[\frac{r_B-\cancel{\alpha r_B}+\alpha r_C+\cancel{\alpha r_B}}{r_C+r_B}\right]i_1$$

$$\therefore h_{21}=\frac{i_2}{i_1}=-\frac{\alpha r_C+r_B}{r_C+r_B} \quad \text{—⑧}$$

⑧→④に代入

$$r_B i_B=r_C\cdot(1-\alpha)\frac{r_B}{r_C+r_B}i_1 \quad \text{—⑨}$$

⑨→③に代入して

$$v_1=r_E i_1+\frac{(1-\alpha)r_B r_C}{r_C+r_B}i_1$$

$$h_{11}=\frac{v_1}{i_1}=r_E+\frac{(1-\alpha)r_B r_C}{r_C+r_B} \quad \text{—⑩}$$

K.MASU

①②⑧⑩より

$$\left[\begin{array}{ll} h_{11B} = r_E + \dfrac{(1-\alpha)r_B r_C}{r_C + r_B} \quad ① & h_{12B} = \dfrac{r_B}{r_B + r_C} \quad ③ \\ h_{21B} = -\dfrac{r_B + \alpha r_C}{r_B + r_C} \quad ⑧ & h_{22B} = \dfrac{1}{r_B + r_C} \quad ④ \end{array}\right] \quad \text{—⑪}$$

これが近似を入れていない もっとも正しい式

⑧式において $r_C >> r_B$ と近似すると、$h_{21} \fallingdotseq -\alpha$ となり、

宿題の(1)式となる。

---

(2)の解答

③④式より $h_{12} = r_B h_{22} \rightarrow r_B = \dfrac{h_{12}}{h_{22}}$ ⑫

④より $r_C = \dfrac{1}{h_{22}} - r_B = \dfrac{1}{h_{22}} - \dfrac{h_{12}}{h_{22}}$

$\therefore r_C = \dfrac{1-h_{12}}{h_{22}}$ —⑬

⑧に⑫,⑬を代入して

$$h_{21} = -h_{22}\left\{\frac{h_{12}}{h_{22}} + \alpha\left(\frac{1-h_{12}}{h_{22}}\right)\right\}$$

$$h_{21} = -h_{12} - \alpha(1-h_{12})$$

$$h_{21} + h_{12} = -\alpha(1-h_{12})$$

$$\alpha = -\frac{h_{21}+h_{12}}{1-h_{12}} \quad \text{—⑭}$$

⑭より $1-\alpha \fallingdotseq \dfrac{1+h_{21}}{1-h_{12}}$ ⑮

⑮を①に代入して

$$h_{11} = r_e + \frac{1+h_{21}}{1-h_{12}} \cdot h_{12}\frac{1-h_{12}}{h_{22}}$$

$$h_{11} = r_e + \frac{h_{12}}{h_{22}}(1+h_{21})$$

$$r_E = h_{11} - \frac{h_{12}}{h_{22}}(1+h_{21}) \quad \text{—⑯}$$

⑫,⑬⑭,⑯より

$$\left[\begin{array}{ll} r_E = h_{11} - \dfrac{h_{12}}{h_{22}}(1+h_{21}) & r_B = \dfrac{h_{12}}{h_{22}} \\ \alpha = -\dfrac{h_{21}+h_{12}}{1-h_{12}} & r_C = \dfrac{1-h_{12}}{h_{22}} \end{array}\right] \quad ⑰$$

これが近似のない正しい式

③式で $r_B << r_C$ であることに注意すると $h_{12} << 1$, $h_{21}$が1に近い値であるので $\alpha \approx -h_{21}$ となり、宿題の(2)式となる。

---

注 2005/9/2

もし⑧式で $h_{21} = -\alpha$ とすると

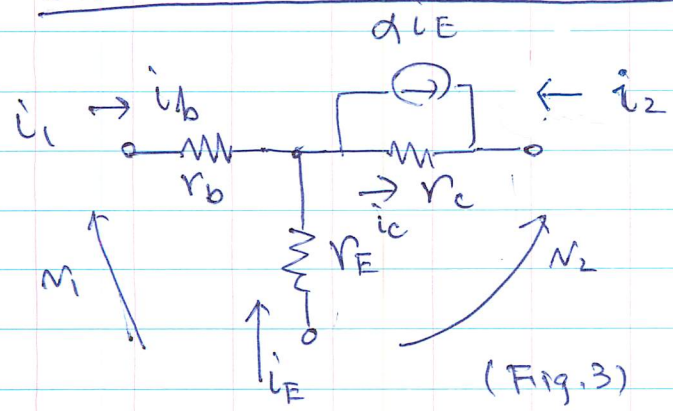
⑰式の

$$r_E = h_{11} - \frac{h_{12}}{h_{22}}(1+h_{21})(1-h_{12})$$

となる。

K. Masu

# (宿題(3)と(4)の解答(その1))




(Fig.3)

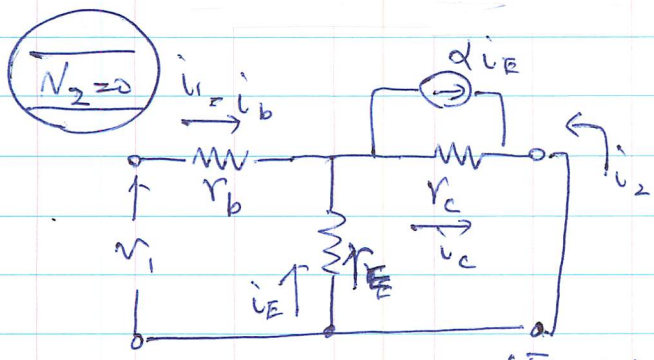
$$i_2 = -\frac{r_e - \alpha r_c}{r_e} i_c$$

$$i_1 = \left\{1 + \frac{r_c}{r_e}(1-\alpha)\right\} i_c$$

$$\frac{i_2}{i_1} = h_{21} = -\frac{+\dfrac{r_e - \alpha r_c}{r_e}}{1 + \dfrac{r_c}{r_e}(1-\alpha)}$$

$$h_{21E} = \frac{\alpha r_c - r_e}{r_e + r_c(1-\alpha)}$$

$$h_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0}$$




(Fig.4)

$$v_1 = r_b i_1 + r_e i_e \quad ①$$

$$i_1 = -i_e + i_c + \alpha i_e \quad ②$$

$$i_2 = -i_c - \alpha i_e \quad ③$$

$$i_e r_e = -r_c i_c \quad ④$$

④を②に代入

$$i_1 = \frac{r_c}{r_e} i_c + i_c + \alpha \frac{r_c}{r_e} i_c$$

$$i_1 = \left\{1 + \frac{r_c}{r_e}(1-\alpha)\right\} i_c$$

④→③

$$i_2 = -i_c + \alpha \frac{r_c}{r_e} i_c$$

$$i_2 = -\left(1 - \alpha\frac{r_c}{r_e}\right) i_c$$

$$i_2 = -\frac{r_e - \alpha r_c}{r_e} i_c$$

②より $i_1 = i_c + (1-\alpha) i_e$

$$i_1 = -\frac{r_e}{r_c} i_e - (1-\alpha) i_e$$

$$i_1 = -\left\{\frac{r_e}{r_c} + (1-\alpha)\right\} i_e$$

$$i_1 = -\left\{\frac{r_e + (1-\alpha) r_c}{r_c}\right\} i_e$$

$$i_e = -\frac{r_c}{r_e + (1-\alpha) r_c} i_1$$

$$v_1 = r_b i_1 + \frac{r_e r_c}{r_e + (1-\alpha) r_c} i_1$$

$$h_{11} = \frac{v_1}{i_1} = r_b + \frac{r_e r_c}{(1-\alpha) r_c + r_e}$$

K. Masu

$i_1=0$ とし $h_{12}=v_1/v_2$, $h_{22}=i_2/v_2$ を

求める

$$i_e=-i_2 \quad \text{—(1)}$$

$$i_e=\alpha i_e+i_c \rightarrow (1-\alpha)i_e=i_c \quad ②$$

$$i_e r_e+r_c i_c=-v_2 \quad ③$$

① → ② $-(1-\alpha)i_2=i_c$

$$-i_2 r_e+r_c i_c=-v_2$$

$$+r_e i_2+r_c\{(1-\alpha)\}i_2=v_2$$

$$v_2=\{(1-\alpha)r_c+r_e\}i_2.$$

$$h_{22}=i_2/v_2=1/r_e+(1-\alpha)r_c$$

$$v_1=-r_e i_e=r_e i_2$$

$$v_1=\left[\frac{r_e}{r_e+(1-\alpha)r_c}\right]v_2$$

$$\therefore h_{12}=v_1/v_2=r_e/r_e+(1-\alpha)r_c.$$

まとめると

$$\begin{bmatrix} h_{11e}=r_b+\dfrac{r_e r_c}{(1-\alpha)r_c+r_e} & h_{12e}=\dfrac{r_e}{r_e+(1-\alpha)r_c} \\ h_{21e}=\dfrac{\alpha r_c-r_e}{r_e+r_c(1-\alpha)} & h_{22}=\dfrac{1}{r_e+r_c(1-\alpha)} \end{bmatrix} \quad \text{—④}$$

$1+h_{21e}=r_c/\{r_e+r_c(1-\alpha)\}$ に注意しつつ変形すると

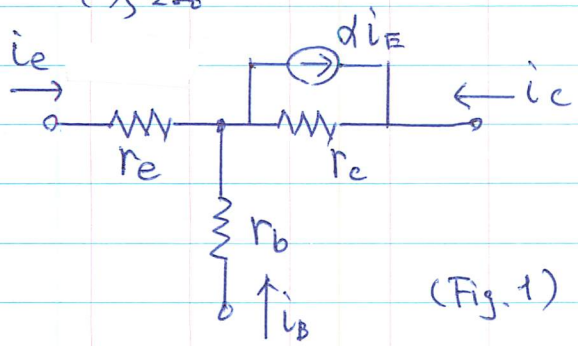
$$\begin{bmatrix} r_e=\dfrac{h_{12e}}{h_{22e}} & r_b=h_{11e}-\dfrac{h_{12e}(1+h_{21e})}{h_{22e}} \\ \alpha=\dfrac{h_{12}+h_{21e}}{1+h_{21e}} & r_c=\dfrac{1+h_{21e}}{h_{22e}} \end{bmatrix} \quad \text{—⑤}$$

となる.

K MASU

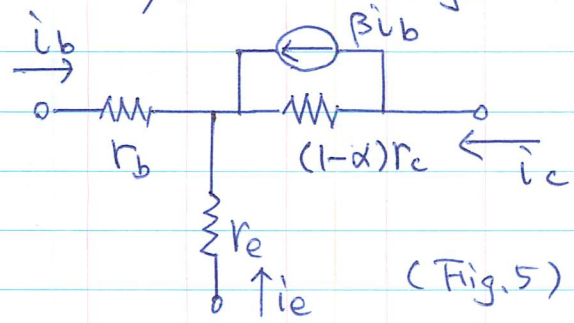
## (問題(3)と(4)の解答 (その2))

ベース接地回路として Fig.1 を考える。




(Fig.1)

エミッタ接地として、Fig.5を考える。




(Fig.5)

Fig.5の導出は第 頁を参照のこと。

Fig1とFig.5を見比べると、
第2頁の⑪式において

$r_e \to r_b$
$r_b \to r_e$
$\alpha \to -\beta$
$r_c \to (1-\alpha)r_c$ と置換すると

エミッタ接地におけるhパラメータ
($h_{11e}, h_{12e}, h_{21e}, h_{22e}$)を求めることができる。

変形において $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$ より

$1+\beta = \dfrac{1}{1-\alpha}$ に注意すると、

$$h_{11e} = r_b + \frac{(1+\beta)r_e(1-\alpha)r_c}{(1-\alpha)r_c + r_e}$$

$$= r_b + \frac{r_e r_c}{(1-\alpha)r_c + r_e} \quad \text{—①}$$

$$h_{12e} = \frac{r_e}{r_e + (1-\alpha)r_c} \quad \text{—②}$$

$$h_{21e} = -\frac{r_e - \beta(1-\alpha)r_c}{r_e + (1-\alpha)r_c}$$

$$= \frac{\alpha r_c - r_e}{r_e + (1-\alpha)r_c} \quad \text{—③}$$

$$h_{22e} = \frac{1}{r_e + (1-\alpha)r_c} \quad \text{—④}$$

上記①〜④式は第4頁の④式と同じ。//

第4頁④式から第4頁⑤式へ変形しても良いし、第2頁⑰式に左記の置換を施しても良い。

第2頁⑰式に左記の置換を施してみると、

$$r_b = h_{11e} - \frac{h_{12e}(1+h_{21e})}{h_{22e}} \quad \text{—⑤}$$

$$r_e = \frac{h_{12e}}{h_{22e}} \quad \text{—⑥}$$

$$-\beta = -\frac{h_{21e}+h_{12e}}{1-h_{12e}}$$

$\alpha = \dfrac{\beta}{1+\beta}$ より

$$\alpha = \frac{\dfrac{h_{21e}+h_{12e}}{1-h_{12e}}}{1+\dfrac{h_{21e}+h_{12e}}{1-h_{12e}}} = \frac{h_{21e}+h_{12e}}{1-\cancel{h_{12e}}+h_{21e}+\cancel{h_{12e}}}$$

$$= \frac{h_{21e}+h_{12e}}{1+h_{21e}} \quad \text{—⑦}$$

K.MASU

$$(1-\alpha)r_c = \frac{1-h_{12e}}{h_{22e}} \quad \text{—— ⑧}$$

⑦より

$$1-\alpha = 1 - \frac{h_{21e}+h_{12e}}{1+h_{21e}}$$

$$= \frac{1+\cancel{h_{21e}}-\cancel{h_{21e}}-h_{12e}}{1+h_{21e}}$$

$$= \frac{1-h_{12e}}{1+h_{21e}} \quad \text{—— ⑨}$$

⑨を⑧に代入して

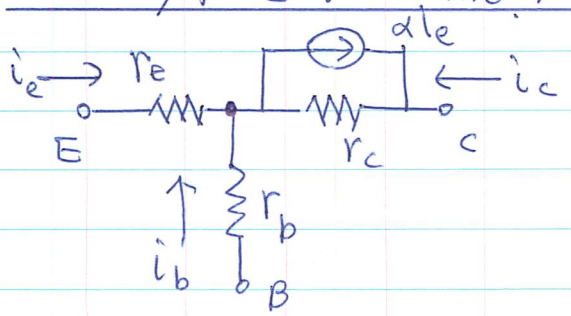
$$r_c = \frac{\cancel{1-h_{12e}}}{h_{22}} \frac{1+h_{21e}}{\cancel{1-h_{12e}}}$$

$$= \frac{1+h_{21e}}{h_{22}} \quad \text{—— ⑩}$$

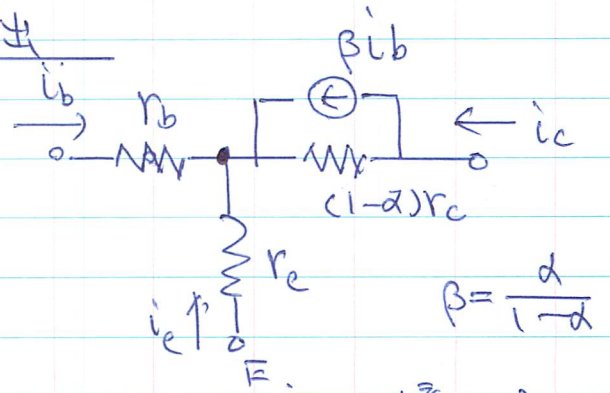
⑤、⑥⑦⑩式は、第4頁の⑤式と同じ//.

KMA

## エミッタ接地等価回路の導出




図B（ベース接地）

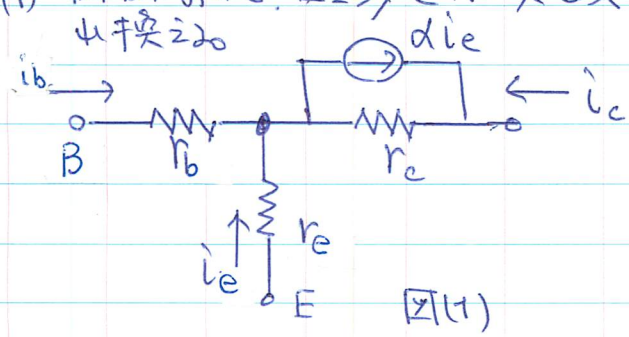



$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$

図E（エミッタ接地）

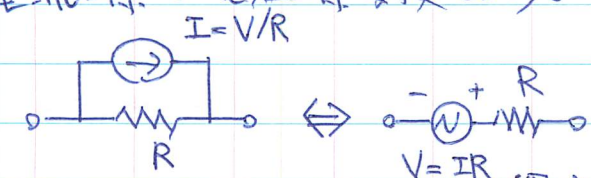
## 図Bから図Eの導出

(1) 図Bにおいて、エミッタとベースを入れ換える。



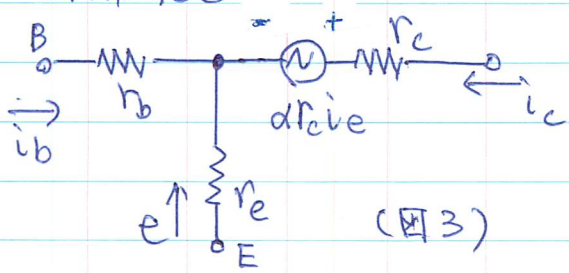

図(1)

(2) 電流源→電圧源変換を行う。



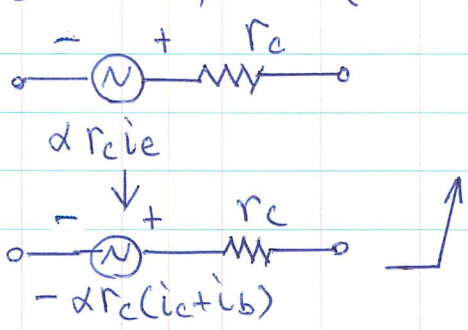

(図2)

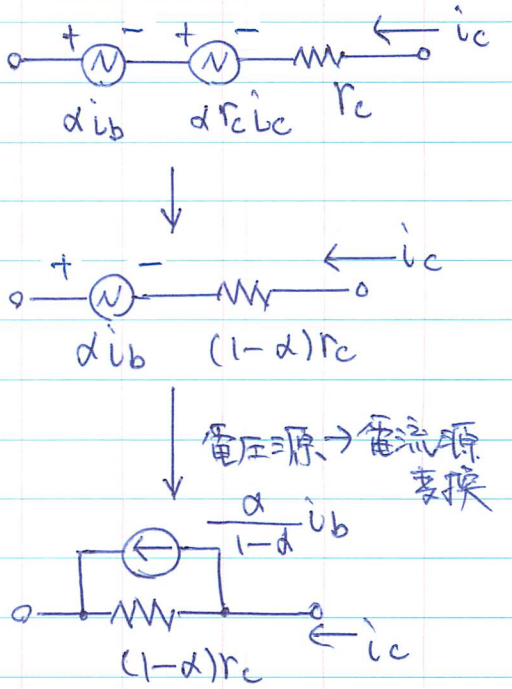
を利用すると



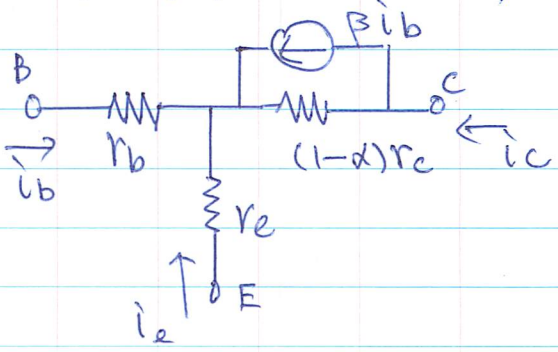

(図3)

(3) $i_b + i_e + i_c = 0$ より $i_e = -(i_c + i_b)$




(4) (3)の変換を利用すると、




となり、図Eの様になる。

以上.

K.MASU.

(5) $r_e = h_{11} - \dfrac{h_{12}(1+h_{21})}{h_{22}} = 25 - \dfrac{2\times10^{-4}(1-0.98)(1-2\times10^{-4})}{0.4\times10^{-6}}$

$(1-h_{22})$

$= 25 - 10 = 15\ (\Omega)$ //

$r_b = \dfrac{h_{12}}{h_{22}} = \dfrac{2\times10^{-4}}{0.4\times10^{-6}} = 500\ (\Omega)$

$\alpha = -h_{21B} = 0.98$

$r_c = \dfrac{1-h_{12}}{h_{22}} = \dfrac{1-2\times10^{-4}}{0.4\times10^{-6}} = 2.5\times10^{6}\ (\Omega)$

$2.5\ (M\Omega)$

・エミッタ接地の $h_{11e}$ パラメータ.

$h_{11e} = r_b + \dfrac{r_e r_c}{(1-\alpha)r_c + r_e} = 500 + \dfrac{15\times2.5\times10^{6}}{0.02\times2.5\times10^{6}+15}$

$5\times10^{4}$

$= 500 + 750$

$= 1250 \rightarrow 1.25\ (k\Omega)$

$h_{12e} = \dfrac{r_e}{(1-\alpha)r_c + r_e} = \dfrac{15}{5\times10^{4}} = 3\times10^{-4}$

$h_{21} = \dfrac{\alpha r_c - r_e}{(1-\alpha)r_c + r_e} = \dfrac{0.98\times2.5\times10^{6} - 15}{5\times10^{4}} = 49$

$h_{22} = \dfrac{1}{(1-\alpha)r_c + r_e} = \dfrac{1}{5\times10^{4}} = 2\times10^{-5}\ (\mho)$

K.MASU.