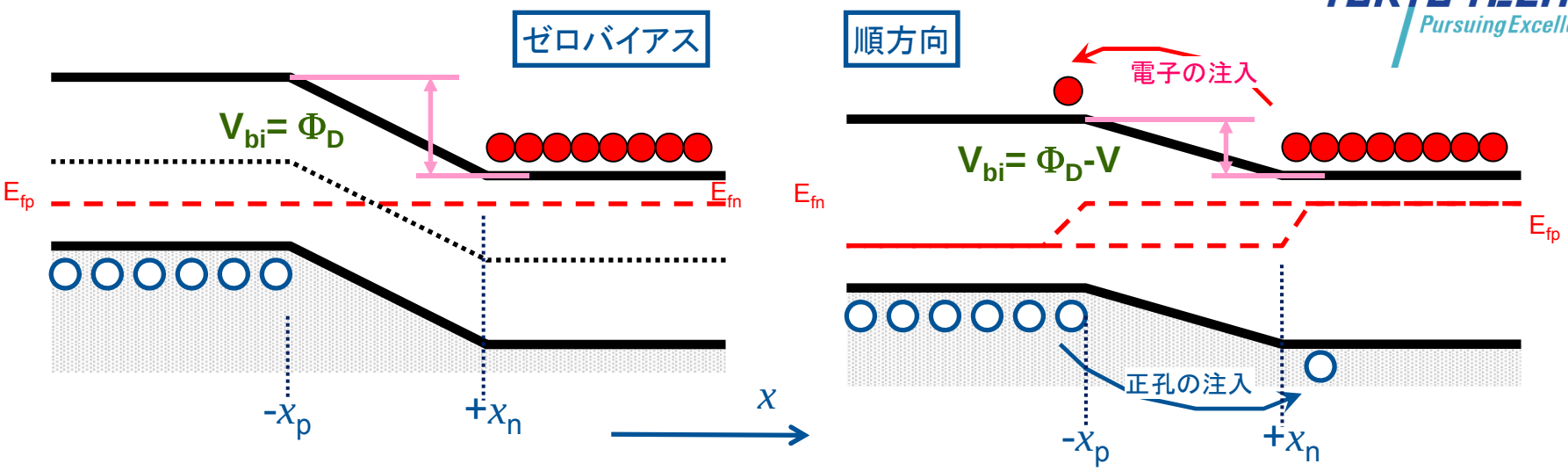
Boltzmann relation crossing depletion region



P型	N型	P型	N型
多数キャリア： p_{po}	多数キャリア： n_{no}	多数キャリア： p_{po}	多数キャリア： n_{no}
多数キャリア： n_{po}	多数キャリア： p_{no}	多数キャリア： n_{po}	多数キャリア： p_{no}

$$n_{po} = n_{no} \exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right) \quad for \;\; x \le -x_p$$

$$p_{no} = p_{po} \exp\left(-\frac{q\Phi_{bi}}{kT}\right) \quad for \;\; x \ge +x_n$$

$$n_p\left(x=-x_p\right) = n_{no} \exp\left(-\frac{q\left(\Phi_{bi}-V\right)}{kT}\right)$$

$$= n_{po} \exp\left(+\frac{qV}{kT}\right)$$

$$p_n\left(x=+x_n\right) = p_{po} \exp\left(-\frac{q\left(\Phi_{bi}-V\right)}{kT}\right)$$

$$= p_{no} \exp\left(+\frac{qV}{kT}\right)$$

pn接合仮定（2）

pn接合　電流ー電圧特性（導出）　①

手順

1. p型中の少数キャリア（電子）連続の方程式を解いて、電子電流　$J_n(x)$を求める。
2. n型中の少数キャリア（正孔）連続の方程式を解いて、電子電流　$J_p(x)$ を求める。
3. 全電流 $J_T = J_n(x = -x_p) + J_p(x = +x_n)$ を求める。

pn接合　電流ー電圧特性（導出）②

TOKYO TECH Pursuing Excellence

1. p型中性領域（$x \leq x_p$）少数キャリア（電子）の連続の方程式

$$\frac{\partial n_p(x)}{\partial t} = g - \frac{n_p(x) - n_o}{\tau_e} + \mu_e \frac{d}{dx}\left(n_p(x)E(x)\right) + D_e \cdot \frac{d^2 n_p(x)}{dx^2}$$

2. 定常状態であるので $\frac{\partial n(x)}{\partial t} = 0$、キャリアの生成はないので $g = 0$、中性領域には電界は存在しないので $E = 0$。

$$D_e \cdot \frac{d^2}{dx^2}\left(n_p(x) - n_{po}\right) - \frac{n_p(x) - n_{po}}{\tau_e} = 0 \quad for\ x \leq x_p$$

3. 同様に、n形中性領域では、

$$D_h \cdot \frac{d^2}{dx^2}\left(p_n(x) - p_{no}\right) - \frac{p_n(x) - p_{no}}{\tau_h} = 0 \quad for\ x \geq x_n$$

pn接合　電流ー電圧特性（導出）　③

4.　一般解は、

$$n_p(x) - n_{po} = A_1 \cdot \exp\left(+\frac{x}{L_e}\right) + A_2 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_e}\right), \ where\ L_e = \sqrt{D_e \tau_e}$$

$$p_n(x) - p_{no} = A_3 \cdot \exp\left(+\frac{x}{L_h}\right) + A_4 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_h}\right), \ where\ L_h = \sqrt{D_h \tau_h}$$

L_e、L_hは拡散長（Diffusion length）

5.　次の境界条件のもとで、係数A_1～A_4を求める。

$$n_p(x) - n_{po} = 0 \quad at\ x = -\infty,$$

$$n_p(x) - n_{po} = n_{po}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right\} \quad at\ x = -x_p$$

$$p_n(x) - p_{no} = p_{no}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1\right\} \quad at\ x = +x_n$$

$$p_n(x) - p_{no} = 0 \quad at\ x = -\infty$$

pn接合　電流ー電圧特性（導出）④

TOKYO TECH Pursuing Excellence

5.　p型領域における電子電流、n形領域における正孔電流を求める。中性領域には電界はかかっていないので、拡散電流成分のみを求める。

$$J_{\mathrm{e}} = \mathrm{e}\mu_e nE + eD_e \cdot \frac{dn}{dx} = eD_e \cdot \frac{dn}{dx} = +\frac{qD_e n_{po}}{L_e} = n_{po}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\exp\left(+\frac{x+x_p}{L_e}\right)$$

$$J_{\mathrm{h}} = \mathrm{e}\mu_h pE - eD_h \cdot \frac{dp}{dx} = eD_h \cdot \frac{dp}{dx} = +\frac{qD_h p_{no}}{L_h} = p_{no}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}\exp\left(-\frac{x-x_n}{L_e}\right)$$

6.　全電流 J_T は、

$$J_{total} = J_{\mathrm{e}}\left(x=-x_p\right) + J_{\mathrm{h}}\left(x=+x_n\right) = q\left(\frac{D_e n_{po}}{L_e}+\frac{D_h p_{no}}{L_h}\right)\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\} = J_{\mathrm{o}}\left\{\exp\left(\frac{qV}{kT}\right)-1\right\}$$

（注1）全電流は、電子電流と正孔電流の和。空乏層で電流は変化しない（仮定全（4））ので、x=-x_p の電子電流ととx=+x_nの正孔電流の和をとる。

pn接合　電流ー電圧特性（導出）⑤

7.　J_o：逆方向飽和電流 saturation current

$$J_o = q\left(\frac{D_e n_{po}}{L_e} + \frac{D_h p_{no}}{L_h}\right)$$

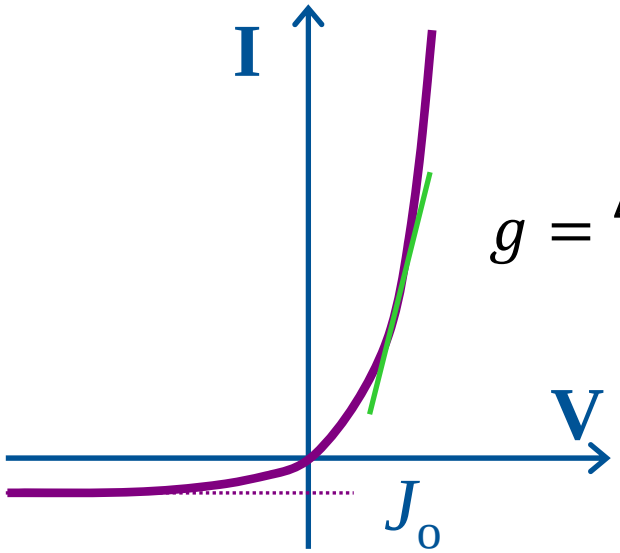
8.　電流比

$$\gamma = \frac{\text{電子電流}}{\text{正孔電流}} = \frac{D_e}{D_h}\frac{L_h}{L_e}\frac{n_{po}}{p_{no}} = \left(\frac{D_e}{D_h}\frac{L_h}{L_e}\right)\frac{N_d}{N_a}$$

9.　小信号に対するコンダクタンス　$g = \frac{\Delta J}{\Delta V} \approx \frac{q}{kT}J$

10. n^+p接合では、流れる電流のほとんどは電子電流である。

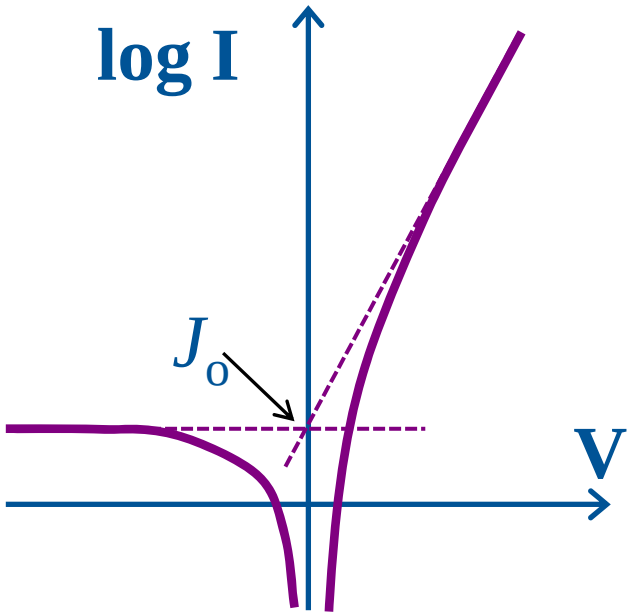
pn接合　電流ー電圧特性



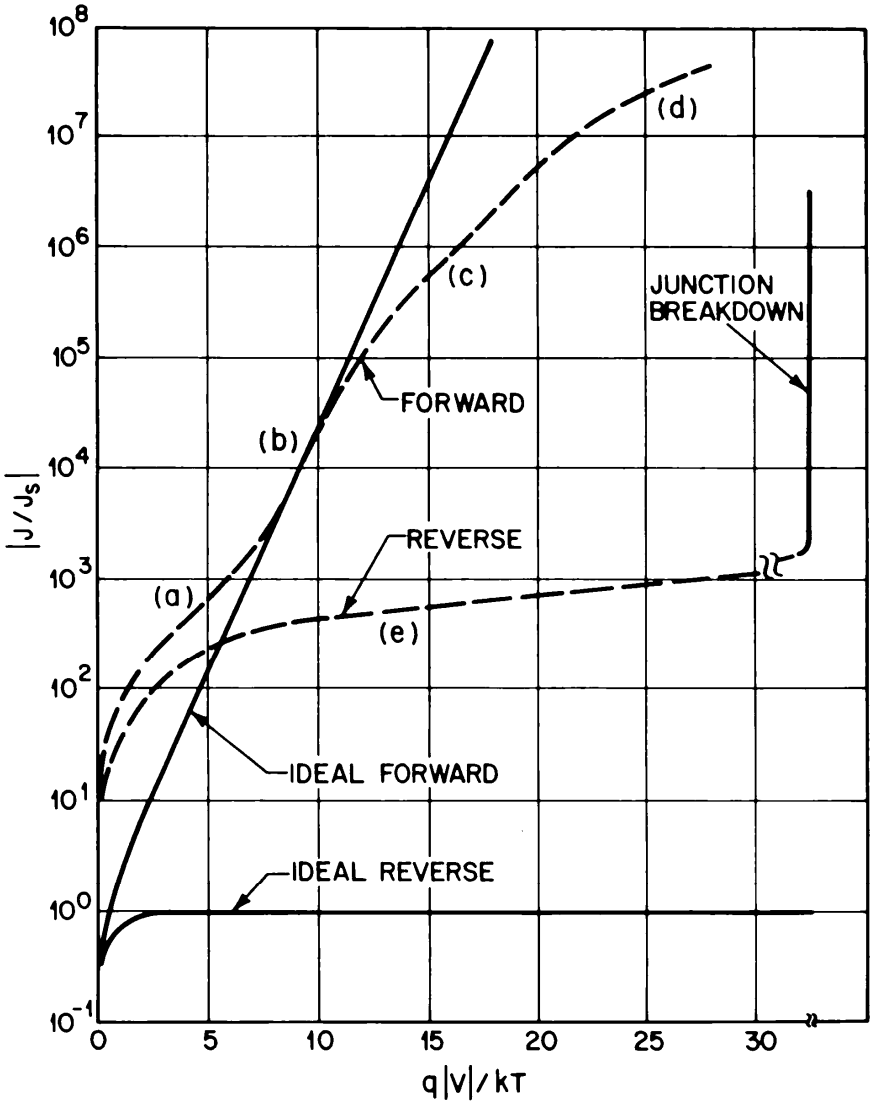
$$g = \Delta J / \Delta V$$

$$J = J_o \exp\left\{ \left(\frac{qV}{n\,kT} \right) - 1 \right\}$$

$$n = 1 - 2$$



1. 拡散電流のみ支配的なとき、n=1 （理想pn接合）
2. 生成再結合電流が支配的なとき、n=2
3. 一般に、 1<n<2
4. Si pn接合では、n=1.05程度



a. 生成再結合、generation and recombination current

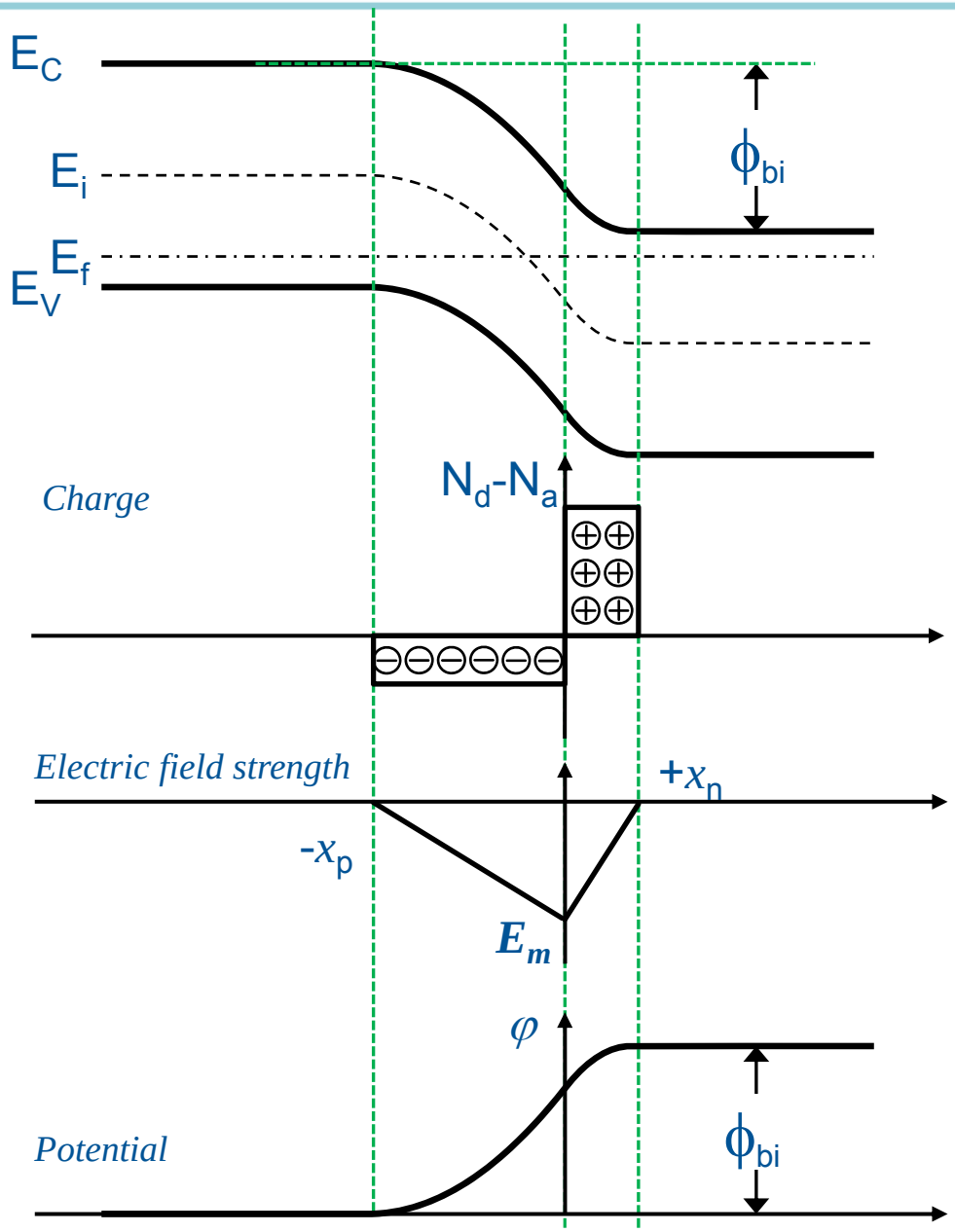
b. 拡散電流 diffusion current

c. 高注入領域 High injection region

d. 直流領域 series region

e. 逆方向生成再結合領域 reverse current due to generation-recombination and surface effect

空乏層領域での電位変化



- 空乏近似
  - 空乏層には、イオン化アクセプタとイオン化ドナーしか存在しない。
- ポアソンの方程式を解く。

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = +\frac{qN_a}{\varepsilon} \qquad for\ -x_p \le x \le 0$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = -\frac{qN_d}{\varepsilon} \qquad for\ 0 \le x \le x_n$$

- 空乏層領域のポテンシャル分布は、二次関数。
- Built-in電圧Φ_{bi}と空乏層厚さの関係を導くことができる。

$$\phi_{bi} = \frac{q\,N_a N_d}{2\varepsilon(N_a + N_d)}\left(x_n + x_p\right)^2$$

$$N_d x_n = N_a x_p = Q_D/q$$

空乏層領域での電位変化

TOKYO TECH Pursuing Excellence

Poissonの方程式　(A1)

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = +\frac{qN_a}{\varepsilon} \qquad for\ -x_p \le x \le 0$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d\,x^2} = -\frac{qN_d}{\varepsilon} \qquad for\ 0 \le x \le x_n$$

境界条件(A2)

$$x = -x_p : \quad \frac{d\varphi_p(x)}{dx} = 0$$

$$x = 0 : \quad \begin{cases} \dfrac{d\varphi_p(x)}{dx} = \dfrac{d\varphi_n(x)}{dx} \\ \varphi_p(x) = \varphi_n(x) \end{cases}$$

$$x = +x_n : \quad \frac{d\varphi_n(x)}{dx} = 0$$

解(3)

$$for\ -x_p \le x \le 0 : \quad \begin{cases} E = -\dfrac{d\varphi_p(x)}{dx} = -\dfrac{q\,N_a}{\varepsilon}(x + x_p) \\ \varphi_p(x) = +\dfrac{q\,N_a}{2\varepsilon}(x + x_p)^2 - \dfrac{q\,N_a}{2\varepsilon}{x_p}^2 \end{cases}$$

$$for\ 0 \le x \le x_n : \quad \begin{cases} E == -\dfrac{d\varphi_n(x)}{dx} = +\dfrac{q\,N_n}{\varepsilon}(x - x_n) \\ \varphi_p(x) = -\dfrac{q\,N_d}{2\varepsilon}(x - x_n)^2 - \dfrac{q\,N_d}{2\varepsilon}{x_n}^2 \end{cases}$$

空乏層領域での電位変化

- Poissonの式を境界条件の下で解くだけなので、そんなに難しくない。

(A5)

$$\emptyset_{bi} = \varphi(x = +x_n) - \varphi(x = -x_p) x = \frac{q\,N_a}{2\varepsilon}\,{x_p}^2 + \frac{q\,N_d}{2\varepsilon}\,{x_n}^2$$

- $N_d x_n = N_a x_p = Q_D/q$ の関係から、
- $\mathrm{W} = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon(N_a+N_d)}{q\,N_a N_d}\,\emptyset_{bi}}$ は容易に求めることが可能。

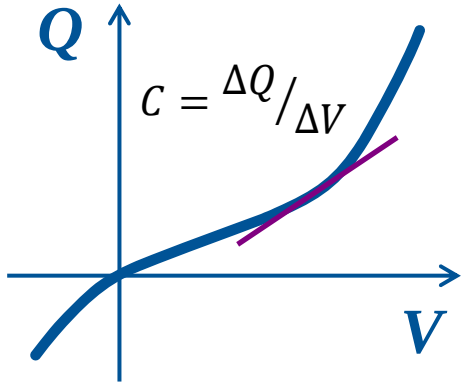
(A6)

宿題

1. 式(A1）を、境界条件(A2)の元で解き、式(A3)を示し、Built-in電圧が式(A5)になることを示せ。
2. 空乏層幅Wが式(A6)で表されることを示せ。

pn接合の容量

- 2つある。
  - 接合容量 junction capacitance
  - 拡散容量 diffusion capacitance
- 容量の定義
  - 直流的 $Q = CV$
  - 交流的 $\mathrm{C} = \frac{dQ}{dV}$

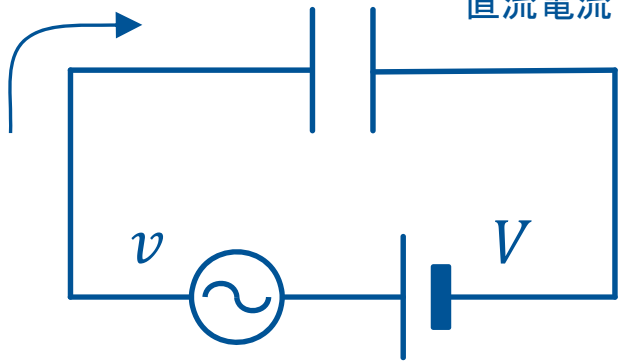


交流小信号電流

$i = j\omega C\, v$

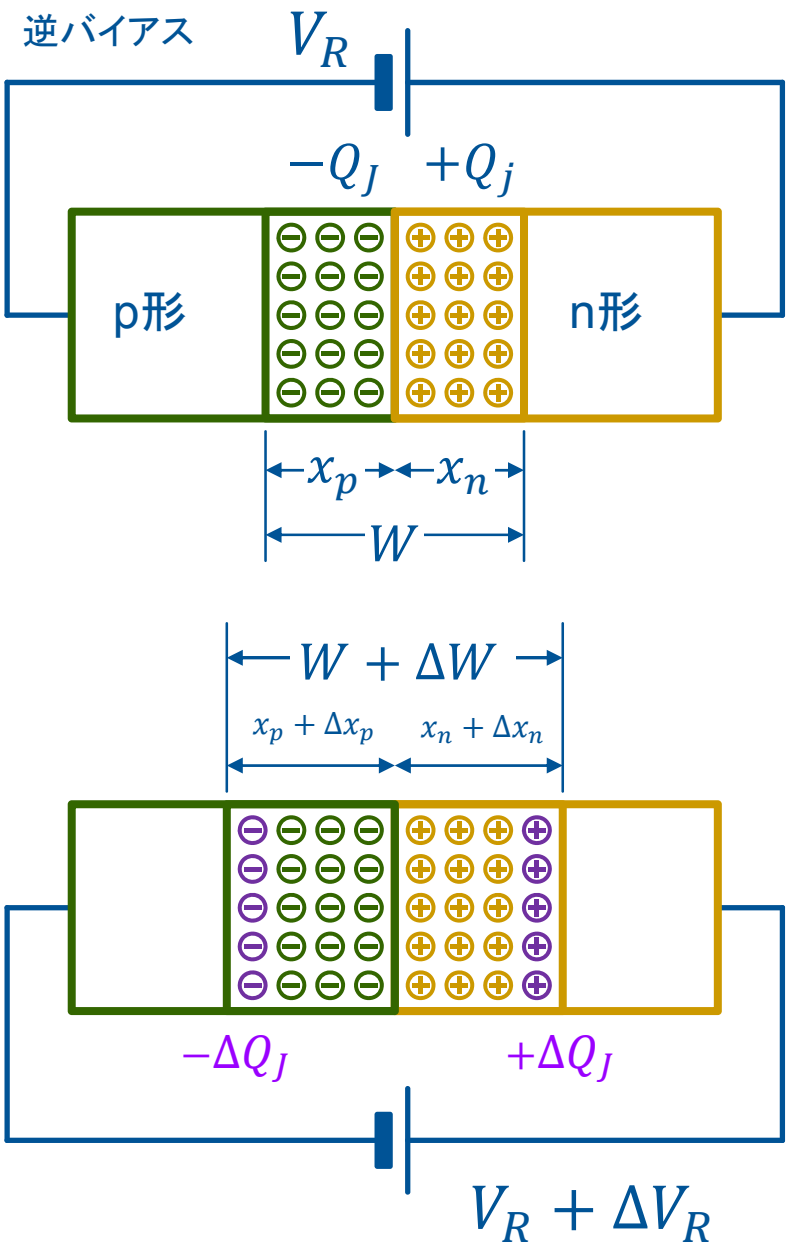
$I_{DC} = 0$

直流電流



交流小信号電圧　　直流バイアス

接合容量 junction capacitance （1）

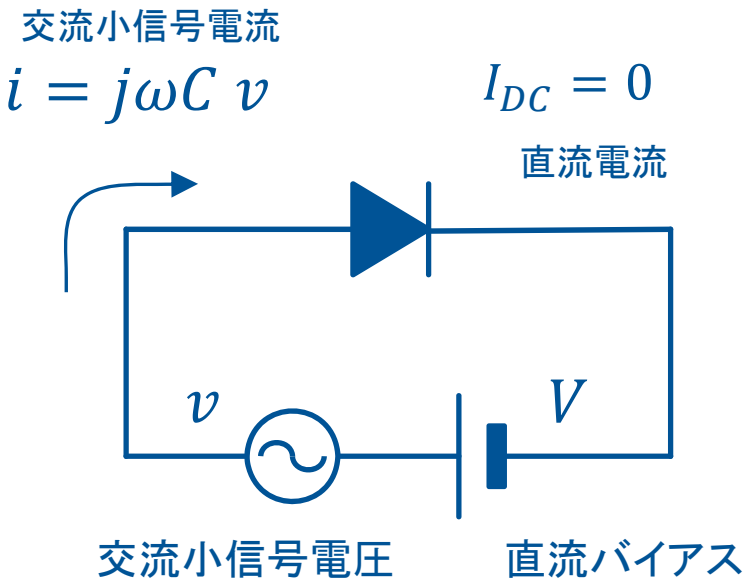


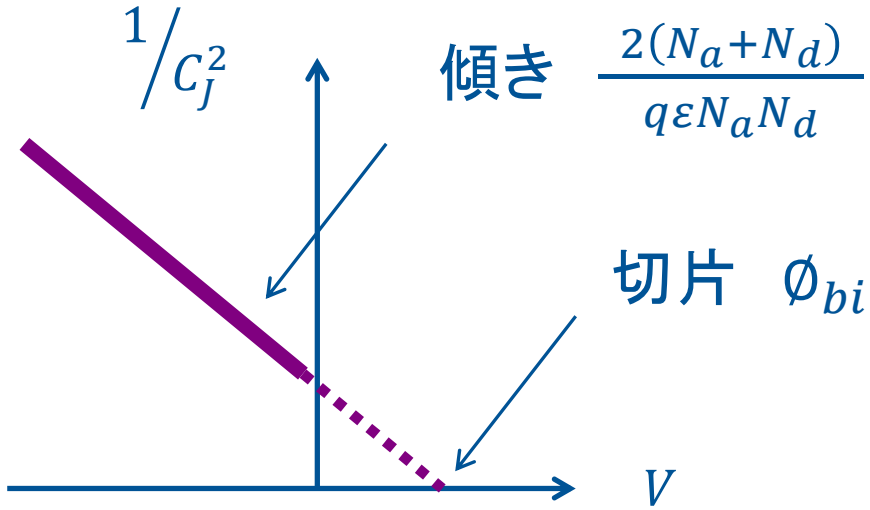
- pn接合に印加される電圧が変化すると空乏層のイオン化不純物量が変化することにより生じる容量
- $Q_J \equiv \sqrt{\frac{2q\varepsilon N_a N_d}{(N_a+N_d)}(\phi_{bi} - V)}$ より、

$$C_J \equiv \left|\frac{dQ_J}{dV}\right| = \sqrt{\frac{q\varepsilon N_a N_d}{2(N_a+N_d)}}\frac{1}{\sqrt{\phi_{bi}-V}} \qquad \boxed{V = V_R}$$

- ${}^{1}/_{C_J^2} = \frac{2(N_a+N_d)}{q\varepsilon N_a N_d}(\phi_{bi} - V)$ であるので、$1/C_D^2$ はバイアス電圧に比例する。

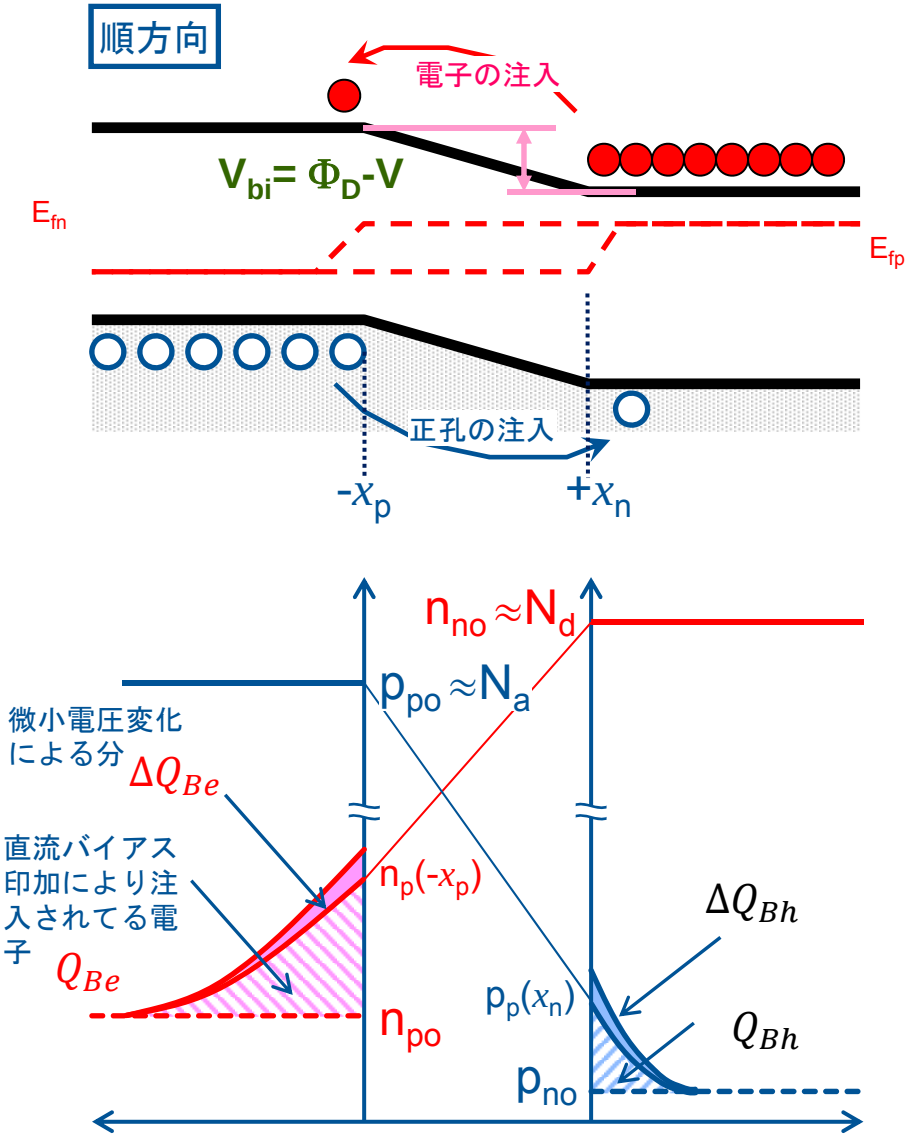
接合容量 junction capacitance （2）





- 接合容量を測定して、$1/C_D^2 - V$ プロットする
- 切片からBuilt-in電圧 ϕ_{bi}がわかる。N+p接合であれば、傾きからp形半導体のドーピング量がわかる。

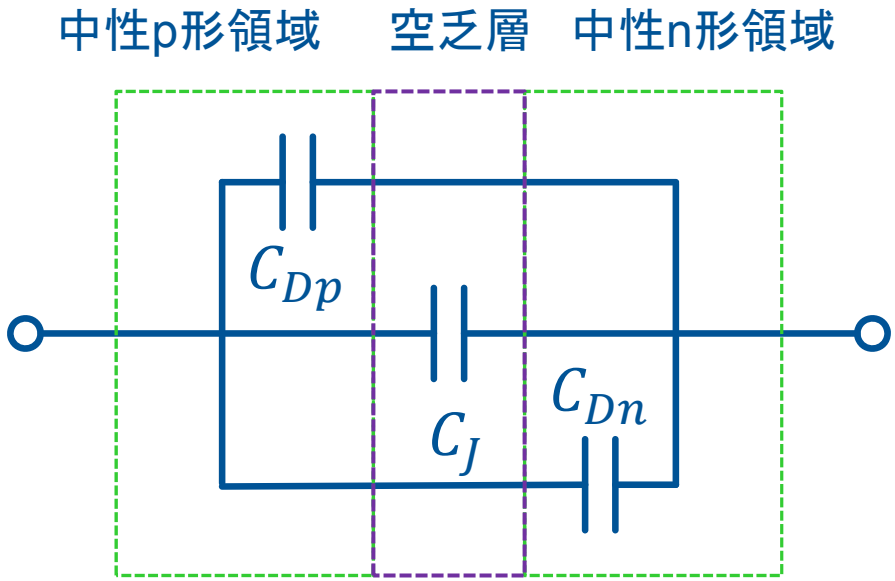
拡散容量 diffusion capacitance

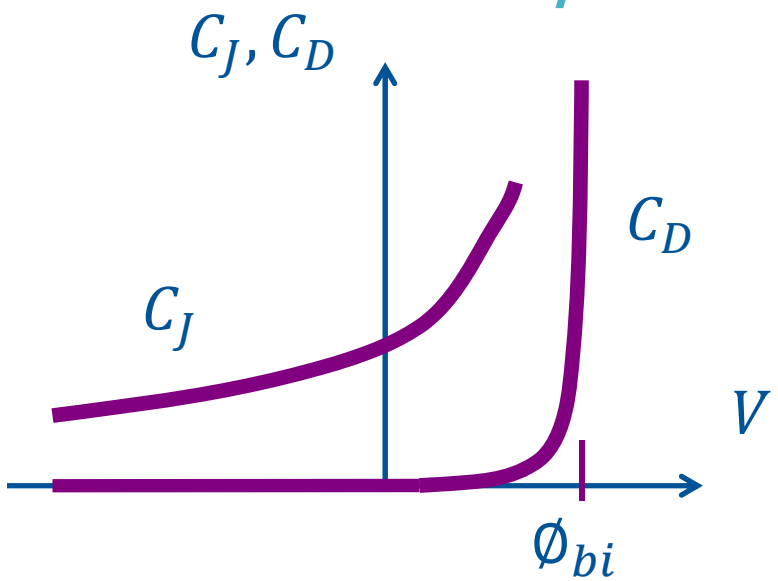


- 順方向バイアス印加時には、n形領域に正孔が注入され、過剰正孔Q_{Bh}が存在する。同様にp形領域にはQ_{Be}が存在する。
- バイアス電圧が変化したときの電荷変化に起因する容量が、拡散容量である。

$$C_{Dn} = \frac{\partial Q_{Bh}}{\partial V} = \frac{q}{kT} q \frac{D_p}{L_p} p_{no} L_p \cdot exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$$
$$= \frac{q\tau_p}{kT} J_p(x = +x_n)$$
$$C_{Dp} = \frac{\partial Q_{Be}}{\partial V} = \frac{q}{kT} q \frac{D_n}{L_n} n_{po} L_n \cdot exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$$
$$= \frac{q\tau_n}{kT} J_n(x = -x_p)$$

pn接合における容量





$$C = C_J + C_D = C_J + (C_{Dp} + C_{Dn})$$

- 拡散容量は、順方向バイアス時に急増する。
- n^+p接合の場合、$C_D = C_{Dp} + C_{Dn} \approx C_{Dp}$