

第3回 ラグランジュ方程式

無機材料工学科
准教授 安田公一

1. はじめに

前回の講義でラグランジュ方程式の導出過程を説明したので、今回の講義では、その具体的な使い方を示すことにする。なお、ラグランジュ方程式の導出の仕方には、変分法を用いたものもあるので、興味のある学生は成書で調べてみるとよい。科学における最も典型的な考え方を学こともできよう。

2. 2重振り子問題

図1の二重振り子の運動方程式を求めたい。2つの質点の質量を m_1 , m_2 , 振り子の腕の長さを ℓ_1 , ℓ_2 , 鉛直線からの角度を θ_1 , θ_2 とする。振り子の支点を座標の原点とし、鉛直下方を x 軸、水平方向を y 軸とする。

(解答例) 質点 m_1 のデカルト座標を (x_1, y_1) とすると, (ℓ_1, θ_1) との関係は,

$$\begin{cases} x_1 = \ell_1 \cos \theta_1 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = \ell_1 \sin \theta_1 & (2) \end{cases}$$

となる。質点 m_2 のデカルト座標を (x_2, y_2) とすると, (ℓ_1, θ_1) との関係は,

$$\begin{cases} x_2 = \ell_1 \cos \theta_1 + \ell_2 \cos \theta_2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 = \ell_1 \sin \theta_1 + \ell_2 \sin \theta_2 & (4) \end{cases}$$

となる。

(以下省略)

<演習1>

(以下省略)

3. 機械・電気連成問題

実は、ラグランジュ方程式は力学だけでなく、電気回路についても適用できる。物理量間の対応関係は、以下の通りである。これを用いると、電気回路でモーターを回し、ファンで風を送るといった電機制御問題（連成問題）を解くことができる。

(以下省略)

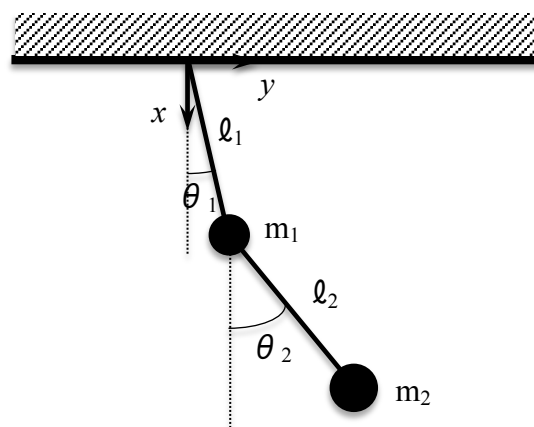


図1 2重振り子問題