

東京工業大学大学院 経営工学専攻

2012/6/22

年金数理第10回

財政計算

講師： 渡部善平((株)IICパートナーズ)

第10回の目的

- 財政計算の意義について理解する
- 実際に財政計算を行う

財政計算の意義

財政計算の目的 1

収支相等の関係を維持するために掛金を修正し、年金財政を軌道修正する

給付現価＝収入現価（年金資産がゼロのとき）

給付現価＋給付の元利合計＝収入現価＋収入の元利合計

給付現価－収入現価＝収入の元利合計－給付の元利合計

責任準備金＝年金資産（積立金）

→ 給付現価＝年金資産＋収入現価

収入現価＝給付現価－年金資産

財政計算の目的 2

収支相等の関係を維持するために掛金を修正し、年金財政を軌道修正する

現状の掛金のままでは収支相等の関係が成立しなくなる要因

- ・ 計算基礎について予定と実績が異なる

予定利率・予定死亡率・予定脱退率・予定昇給率・予定新規加入(年齢)員数

- ・ 給付算定式が変わる

財政計算の基本的な考え方 1

過去の実績が予定と異なったために掛金の修正が必要となった場合

理論的には過去まで計算基礎率を遡及して修正して修正することも考えられる

= 計算基準時点を過去に引き戻して計算しなおし、その結果で修正後の掛金を将来修正すると同時に、過去分を別途調整する

実務的にはこれをしない(もっとうまい方法がある)

財政計算の基本的な考え方 2

$$\text{給付現価} > \text{年金資産} + \text{収入現価 (旧)}$$



$$\text{給付現価} = \text{年金資産} + \text{収入現価 (新)}$$

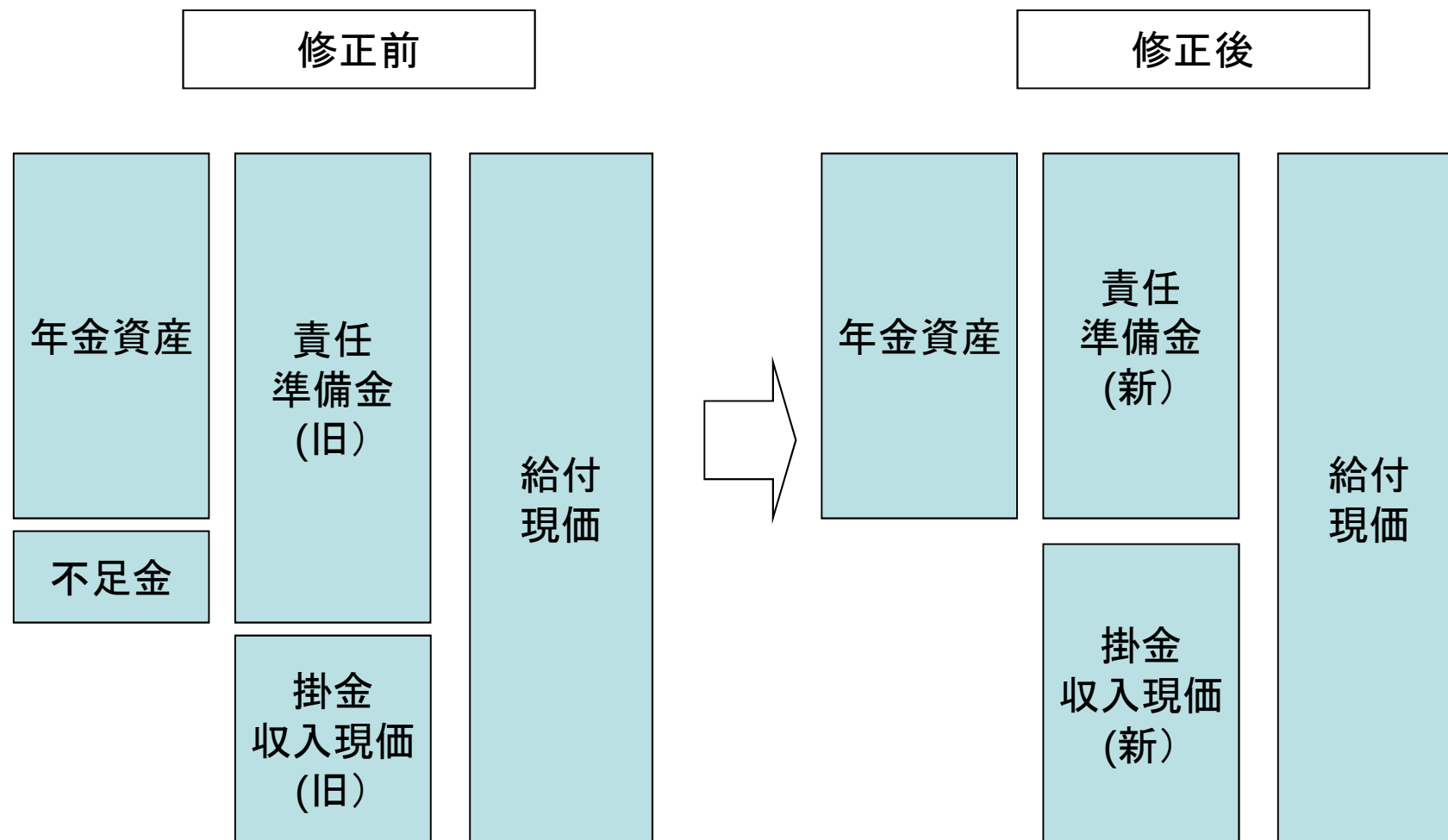
にすればよい！

ここで不足金＝給付現価－収入現価(旧)－年金資産

とすると

収入現価(新)＝給付現価－年金資産＝収入現価(旧)＋不足金

財政計算の基本的な考え方 3



財政計算各種

準備：給与比例の給付および掛金

- 給付額＝給与×給付率（勤続年数別）
 - 掛金額＝給与×掛金率
- 給付現価も、掛金収入現価も給与の予想に依存する
- 特に、掛金率を給与の一定割合としている場合は、

$$\begin{aligned}\text{掛金収入現価} &= \text{掛金額の現価} = (\text{給与} \times \text{掛金率}) \text{の現価} \\ &= (\text{給与の現価}) \times \text{掛金率}\end{aligned}$$

とかける。給与の現価→給与現価

- もし、掛金率が1であれば、給与現価は、掛金率が1の場合の掛金収入現価となる
- 掛金が給与に比例せず、一人当たりの額が一定として定められる場合は、人数を給与総額とみて、給与現価を計算することが可能。この場合は、人数現価に同じ。

給与現価の例

前提：給与年始に全額支給

1年目：1,000,000円

2年目：1,100,000円

3年目：1,200,000円

予定利率：2% 掛金率：8%

年度	給与		掛金		給与現価 × 掛金率
	年始	給与現価	年始	掛金収入現価	
1	1,000,000	1,000,000	80,000	80,000	
2	1,100,000	1,078,431	88,000	86,275	
3	1,200,000	1,153,403	96,000	92,272	
合計		3,231,834		258,547	258,547

演習：① 給与現価につき上記を検証せよ。

② 掛金収入現価につき上記を検証せよ

③ 掛金収入現価が給与現価 × 掛金率に等しいことを確かめよ

設例

制度内容 : 給付は給与に勤続年数別の支給率をかける方式

制度発足前の過去勤務期間 : 給付に反映させる

財政方式 : 加入年齢方式

単位 : 百万円

制度時点の収支相等

標準掛金
収入現価
600

特別掛金
収入現価
400

給付
現価
1,000

将来勤務分
600

過去勤務分
PSL 400

加入員(社員数) : 500

総給与月額 : 100(一人当たり20万円)

標準掛金 : 給与に対して毎月5.0%

総給与現価 : 12,000 (次ページに説明)

予定利率 : 2.5%

過去勤務債務償却期間 : 20年

$$\begin{aligned}\text{特別掛金率} &= \frac{PSL}{\text{総給与月額} \times 20\text{年確定年金現価率}} \\ &= \frac{400,000,000\text{円}}{100,000 \times 189.59} = 2.11\%\end{aligned}$$

PSL: past service liability

まだ定常状態に達していないので、特別掛金が必要な状態

詳細次ページ

過去勤務債務と特別掛金

制度発足時前の勤続期間も含め、給付額を決定している場合には、標準掛金のみの積立だけでは不十分(最初に一定額の資産を持つか、特別掛金の積立が必要)イメージ: 単位積み立て方式・加入年齢方式

過去勤務部分に関する収支相等の関係式(毎月給与の一定率倍積立てて、20年間で不足額を埋める(=償却する)ことを考える

$$\underbrace{(\text{特別掛金率} \times \text{総給与月額})}_{\downarrow} \times \underbrace{20\text{年確定年金現価率(月額ベース)}}_{\downarrow} = \text{過去勤務債務(過去勤務分に関する積立不足額)PSL}$$

1ヶ月あたりの特別掛金月額

1ヶ月あたり金額1を払う場合の
20年間の現価



特別掛金率 =

演習

$$20\text{年確定年金現価率} = 1 + v^{1/12} + (v^{1/12})^2 + \dots + (v^{1/12})^{20 \times 12 - 1} = \frac{1 - (v^{1/12})^{12 \times 20}}{1 - v^{1/12}}$$

不足金を解消する財政計算 1

単位 : 百万円

設立から10年経過したと仮定する(予定通りだった場合)

加入員(社員数) : 500

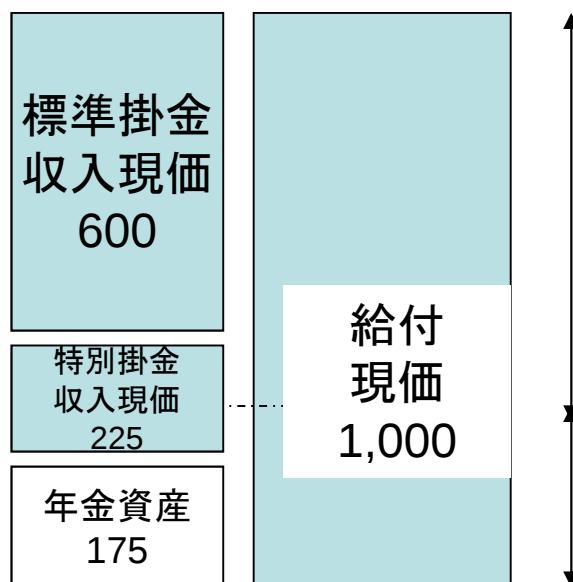
総給与月額 : 100(一人当たり20万円)

標準掛金 : 給与に対して毎月5.0%

総給与現価 : 12,000

予定利率 : 2.5%

残余過去勤務債務償却期間 : 10年



標準掛金収入現価

= 標準掛金率 × 総給与現価

= 5.0% × 12,000 = 600

特別掛金収入現価

= 特別掛金率 × 総給与月額 × 10年確定年金現価率

= 2.11% × 100 × 106.44 = 225

予定通りであれば年金資産および各現価は上記のようにバランスし、掛金を変える必要はない

不足金を解消する財政計算 2

退職少なかった
昇給大きかった

設立から10年経過したと仮定する(予定と実績が乖離した場合)

加入員(社員数) : 520

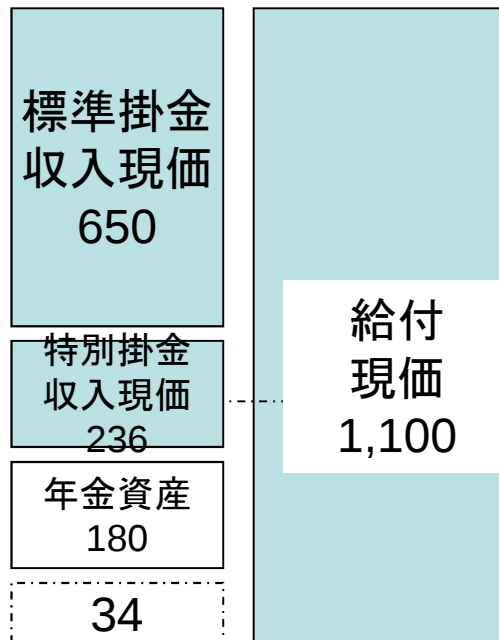
総給与月額 : 105(一人当たり20.2万円)

標準掛金 : 給与に対して毎月5.0%

給与現価 : 13,000

予定利率 : 2.5%

残余過去勤務債務償却期間 : 10年



標準掛金収入現価

= 標準掛金率 × 総給与現価

= 5.0% × 13,000 = 650

特別掛金収入現価

= 特別掛金率 × 総給与月額 × 10年確定年金現価率

= 2.11% × 105 × 106.44 = 236

年金資産は多少実績より多く180であったとする

不足金を解消する財政計算 3

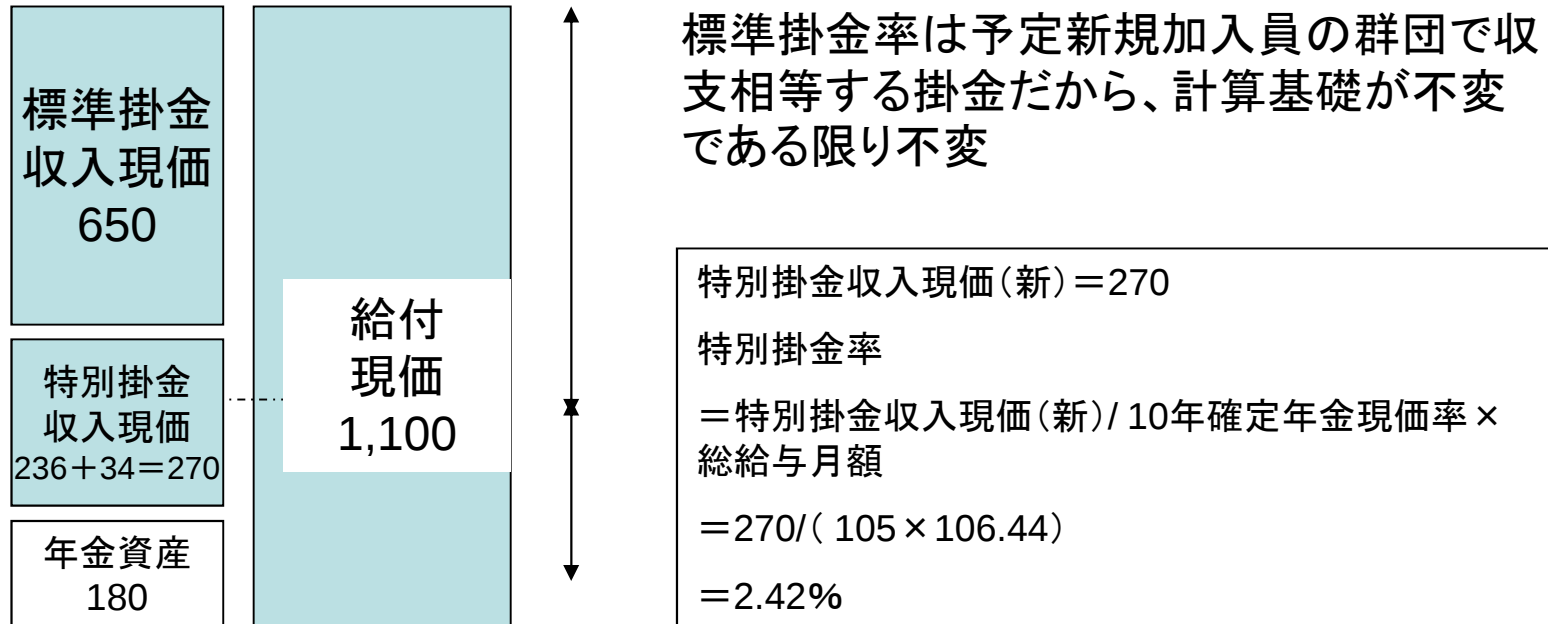
設立から10年経過したと仮定する(予定と実績が乖離した場合)

ここで仮定する基本スタンス : すでに生じてしまった不足金を将来の掛金の調整
(上昇)で解消

計算基準時点以降の計算基礎は変えない。

不足金を解消する財政計算 4

設立から10年経過したと仮定する



標準掛金率 : 5.0% → 5.0%

特別掛金率 : 2.11% → 2.42%

不足金を解消する財政計算 5

設立から10年経過したと仮定する(予定と実績が乖離した場合)

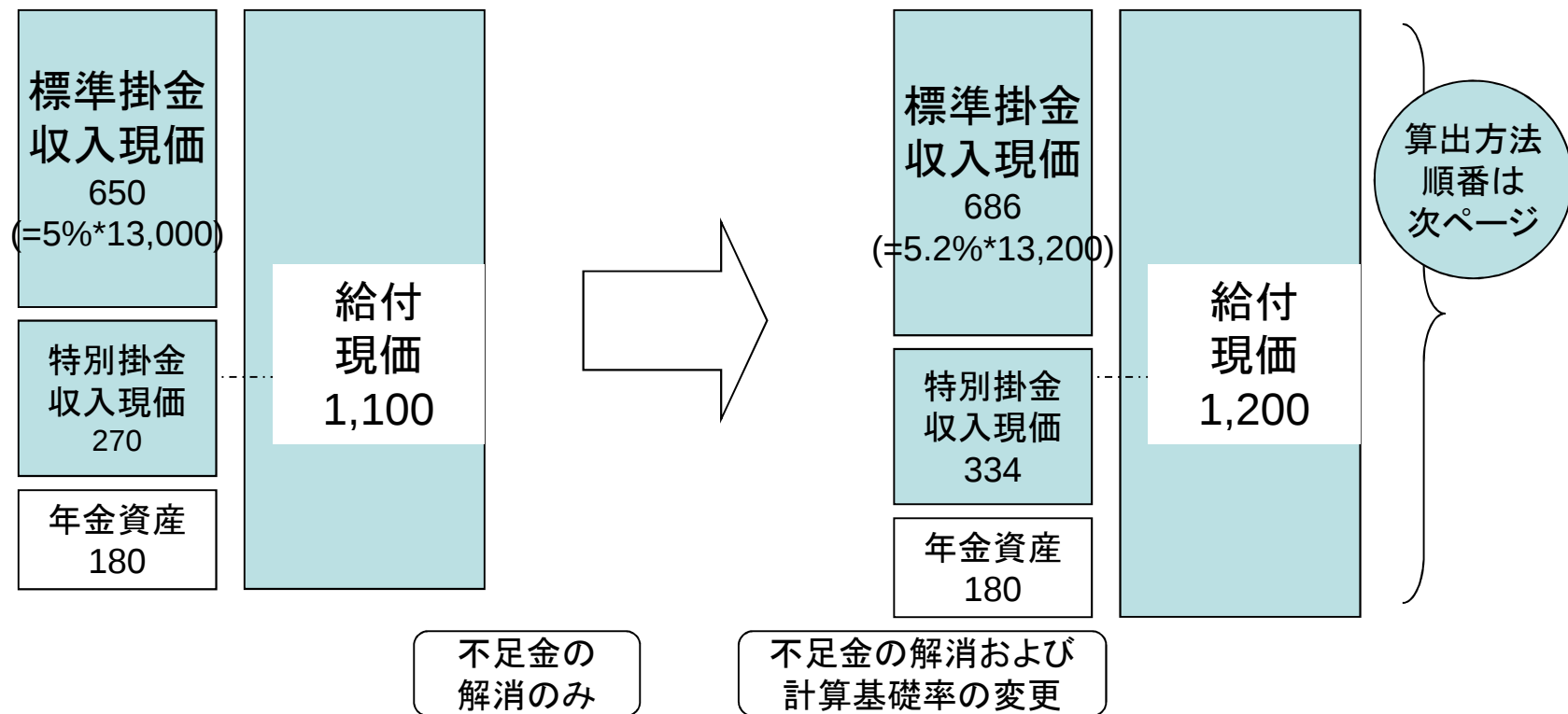
$$\text{特別掛金率(新)} = \text{特別掛金率(旧)} + \frac{\text{不足金}}{\text{総給与月額} \times \text{残余償却年数} \times \text{確定年金現価率}}$$

$$2.42\% = 2.11\% + \frac{34}{105 \times 106.44}$$

$$= 2.11\% + 0.31\%$$

財政再計算 1

不足金の解消とともに計算基礎率を見直し(前述の基本スタンスと異なることに注意)



標準掛金率 : 5.0% → 5.0% → 変更

特別掛金率 : 2.11% → 2.42% → さらに変更

財政再計算 2

脱退率を低くした
昇給を高くした

不足金の解消とともに、計算基礎率を見直し

計算基礎率を見直し : 予定利率/予定死亡率/予定脱退率/予定昇給率/
予定新規加入年齢

標準掛金率計算 :
5.0% → 5.2%

給与現価計算 : 13,000 → 13,200
給付現価計算 : 1,100 → 1,200

標準掛金収入現価計算 : $5.2\% \times 13,200 = 686$

(新)過去勤務債務計算 : $1200 - 686 - 180 = 334$ (=特別掛金収入現価)

特別掛金率計算 :

$334 / (10\text{年確定年金現価率} \times \text{総給与月額}) = 334 / (105 \times 106.44) = 2.99\%$

財政再計算 3

脱退率を低くした
昇給を高くした

不足金の解消とともに、計算基礎率を見直し

標準掛金率計算：

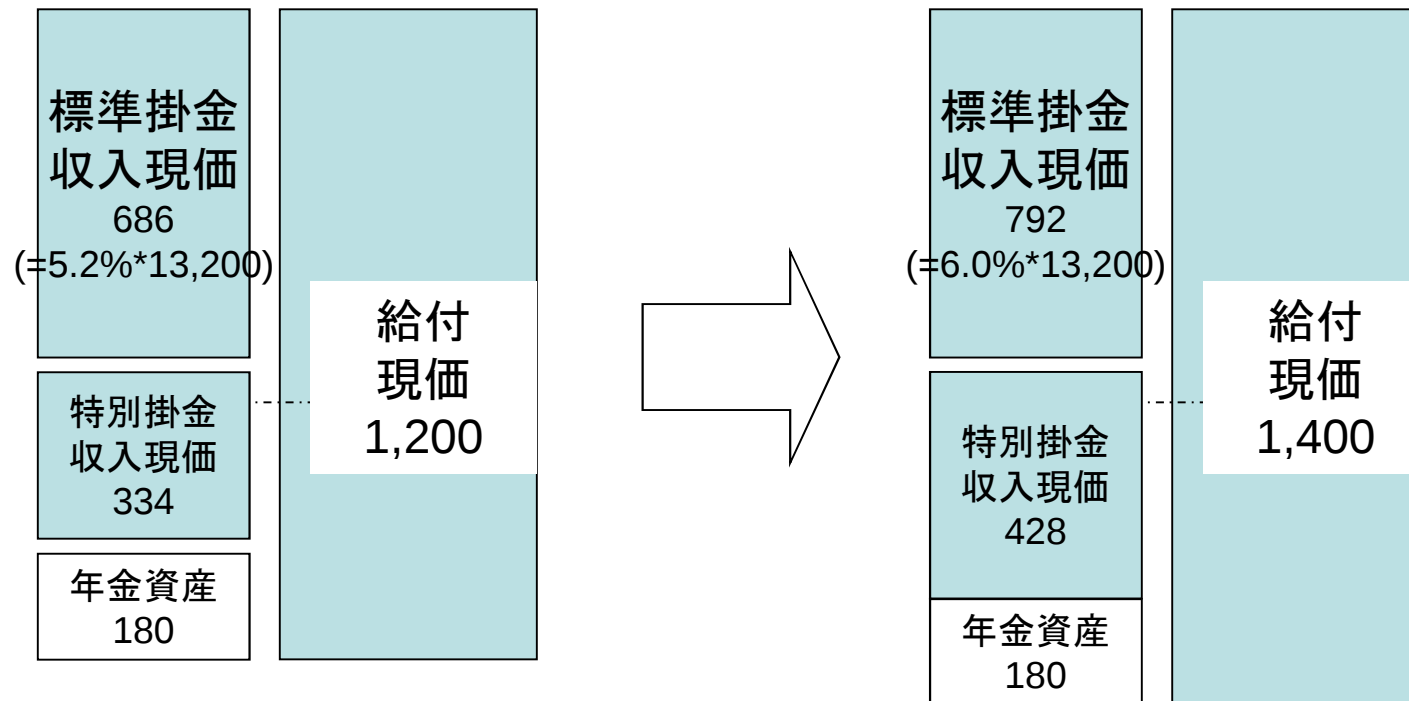
5.0% → 5.2%

$$\text{標準掛金率} = \frac{\text{予定新規加入員給付現価}}{\text{予定新規加入員給与現価}}$$

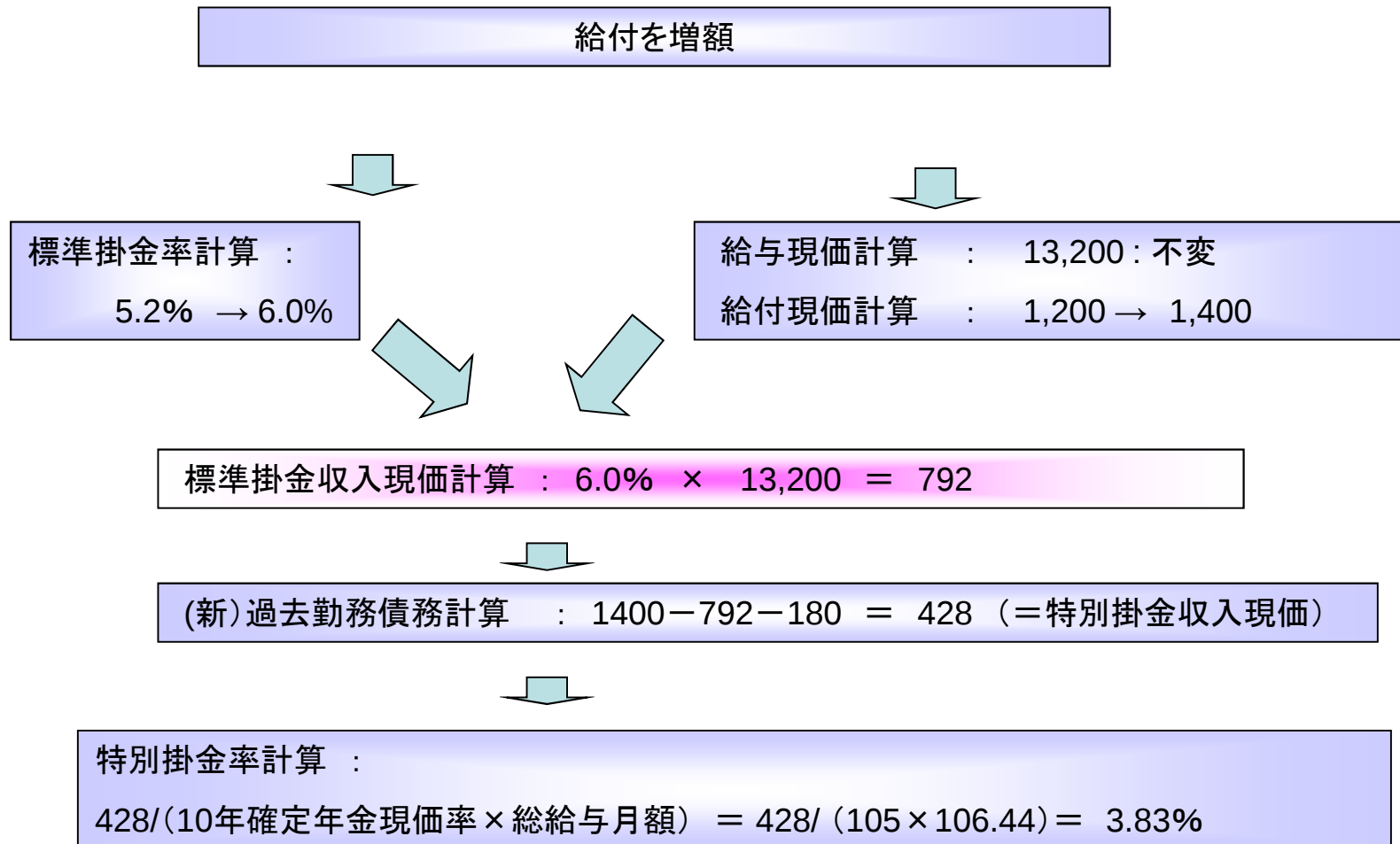
標準掛金率：5.0% → 5.0% (不足金解消では変化なし) → 5.2% (計算基礎見直し)

特別掛金率：2.11% → 2.42% (不足金解消) → 2.99% (計算基礎見直し)

給付制度の変更に伴う財政計算 1



給付制度の変更に伴う財政計算 2



財政計算による各数値の変遷

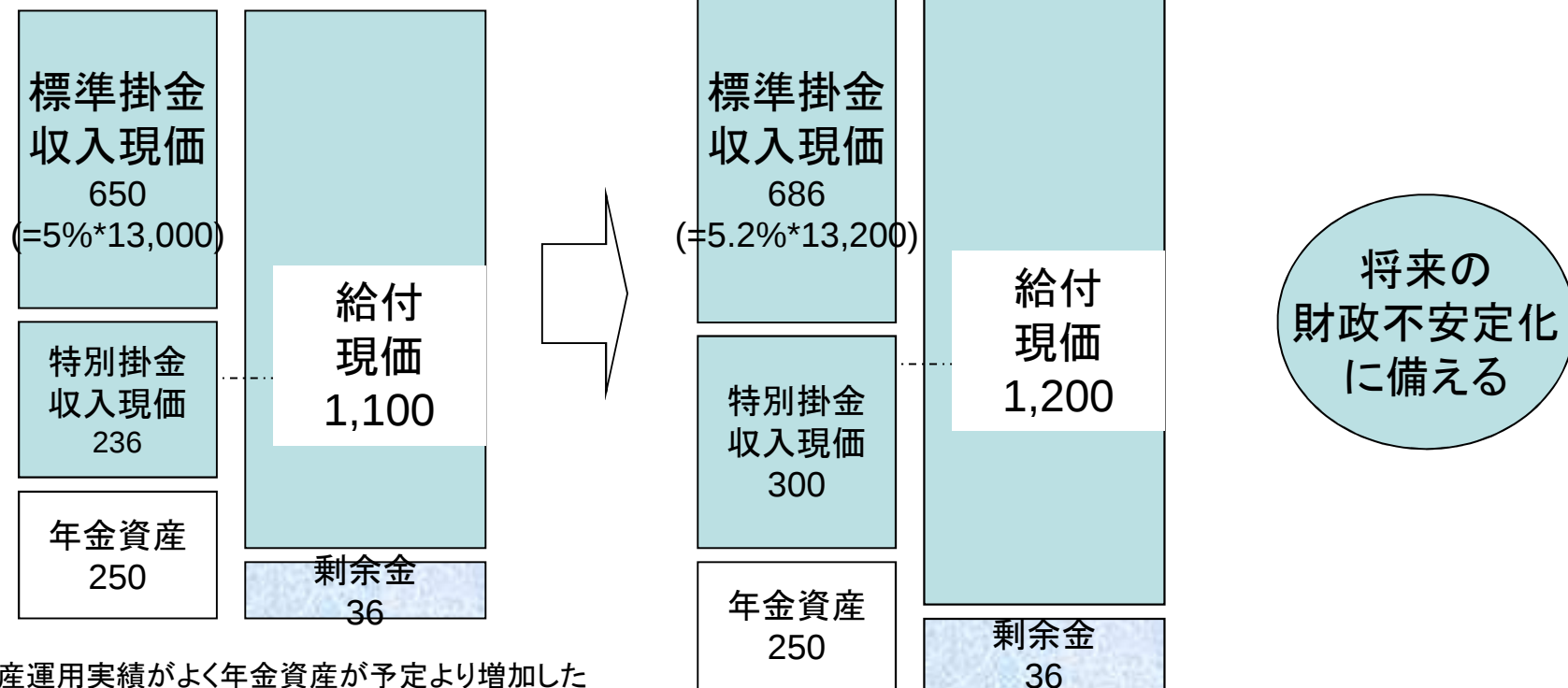
百万円

項目	制度発足時	財政検証	財政計算 (不足金解消)	財政計算 (財政再計算)	財政計算 (給付変更)
給付内容	旧	旧	旧	旧	新(増額)
計算基礎率	旧	旧	旧	新(脱退率低下 ・昇給率上昇)	同左
標準掛金率	5.0%	5.0%	5.0%	5.2%	6.0%
給与現価	12,000	13,000	13,000	13,200	13,200
給付現価	1,000	1,100	1,100	1,200	1,400
標準掛金 収入現価	600	650	650	686	792
年金資産	0	180	180	180	180
責任準備金	0	214	180	180	180
不足金	0	34	0	0	0
特別掛金収入 現価	400	236	270	334	428
特別掛金率	2.11%	2.11%	2.42%	2.99%	3.83%
残余償却年数	20	10	10	10	10

財政計算の実際

剰余金の取り扱い 1

計算基礎率変更にもなう財政再計算で
剰余金を温存するケース



資産運用実績がよく年金資産が予定より増加した
ケース

特別掛金率計算：

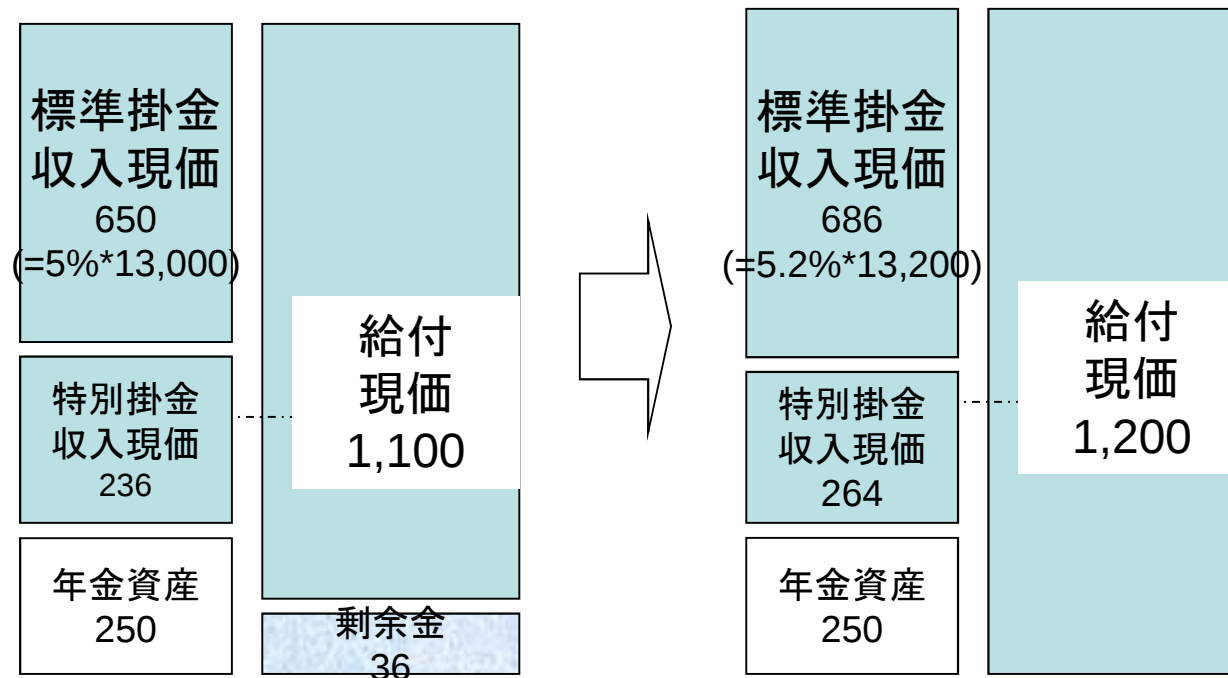
$$300 / (10\text{年確定年金現価率} \times \text{総給与月額}) = 300 / (105 \times 106.44) = 2.68\%$$

標準掛金率：5.0% → 5.2%

特別掛金率：2.11% → 2.68%

剰余金の取り扱い 2

計算基礎率変更にもなう財政再計算で
 剰余金を取り崩すケース



資産運用実績がよく年金資産が予定より増加した
 ケース

特別掛金率計算：

$$264 / (10\text{年確定年金現価率} \times \text{総給与月額}) = 264 / (105 \times 106.44) = 2.36\%$$

標準掛金率：5.0% → 5.2%

特別掛金率：2.11% → 2.36%

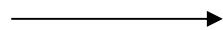
財政再計算における計算基礎率の影響 1

定年のみ給付の制度・加入年齢方式を想定

Trowbridgeモデルを若干複雑化→給付・掛金とも給与比例

Trowbridgeモデル:

年金額=1



給与比例のモデル:

年金額=定年時給与

年齢 x 歳の給与 : b_x ここに $x = x_e, x_e + 1, \dots, x_r - 1, x_r$

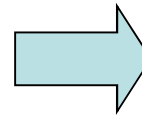
財政再計算における計算基礎率の影響 1

定年のみ給付の制度・加入年齢方式を想定

$$S_x = \frac{b_{x_r} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}}{l_x} \quad G_x = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} b_y l_y v^{y-x}}{l_x} \quad P_{x_e} = S_{x_e} / G_{x_e} = \frac{b_{x_r} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x_e}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y l_y v^{y-x_e}}$$

脱退率低下による影響

分子も分母も増大する
分子の増大のほうが大きい



掛金率は上昇

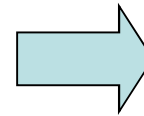
財政再計算における計算基礎率の影響 2

定年のみ給付の制度・加入年齢方式を想定

$$S_x = \frac{b_{x_r} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}}{l_x} \quad G_x = \frac{\sum_{y=x}^{x_r-1} b_y l_y v^{y-x}}{l_x} \quad P_{x_e} = S_{x_e} / G_{x_e} = \frac{b_{x_r} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x_e}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y l_y v^{y-x_e}}$$

昇給率上昇による影響

分子も分母も増大する
分子の増大のほうが大きい



掛金率は上昇

		2.50%	1.00%	3.5%	0.966183575						
X	l_x	b_x	q_x	Dx	Nx	X	l_x	b_x	q_x	Dx	Nx
30	10,000	1.000	1.00%	3,563	108,524	60	7,472	2.046	0.01	1,941	27,088
31	9,900	1.025	1.00%	3,493	104,961	61	7,397	2.046	0.01	1,856	25,147
32	9,801	1.051	1.00%	3,425	101,468	62	7,323	2.046	0.01	1,776	23,291
33	9,703	1.077	1.00%	3,358	98,043	63	7,250	2.046	0.01	1,699	21,515
34	9,606	1.104	1.00%	3,292	94,686	64	7,177	2.046	0.01	1,625	19,817
35	9,510	1.131	1.00%	3,228	91,394	65	7,106	2.046	0.01	1,554	18,192
36	9,415	1.160	1.00%	3,164	88,166	66	7,034	2.046	0.01	1,486	16,638
37	9,321	1.189	1.00%	3,103	85,001	67	6,964	2.046	0.01	1,422	15,151
38	9,227	1.218	1.00%	3,042	81,899	68	6,894	2.046	0.01	1,360	13,729
39	9,135	1.249	1.00%	2,982	78,857	69	6,826	2.046	0.01	1,301	12,369
40	9,044	1.280	1.00%	2,924	75,875	70	6,757	2.046	0.01	1,244	11,069
41	8,953	1.312	1.00%	2,867	72,951	71	6,690	2.046	0.01	1,190	9,824
42	8,864	1.345	1.00%	2,811	70,084	72	6,623	2.046	0.01	1,138	8,634
43	8,775	1.379	1.00%	2,756	67,273	73	6,557	2.046	0.01	1,089	7,495
44	8,687	1.413	1.00%	2,702	64,517	74	6,491	2.046	0.01	1,042	6,406
45	8,601	1.448	1.00%	2,649	61,816	75	6,426	2.046	0.01	996	5,365
46	8,515	1.485	1.00%	2,597	59,167	76	6,362	2.046	0.01	953	4,368
47	8,429	1.522	1.00%	2,546	56,570	77	6,298	2.046	0.01	912	3,415
48	8,345	1.560	1.00%	2,496	54,023	78	6,235	2.046	0.01	872	2,504
49	8,262	1.599	1.00%	2,448	51,527	79	6,173	2.046	0.01	834	1,632
50	8,179	1.639	1.00%	2,400	49,079	80	6,111	2.046		798	798
51	8,097	1.680	1.00%	2,353	46,680						
52	8,016	1.722	1.00%	2,307	44,327		加入年齡方式掛金率：				
53	7,936	1.765	1.00%	2,262	42,020		EP		$N_{60}/(N_{30}-N_{60})$	0.3326	
54	7,857	1.809	1.00%	2,217	39,758						
55	7,778	1.854	1.00%	2,174	37,541						
56	7,700	1.900	1.00%	2,131	35,367						
57	7,623	1.948	1.00%	2,090	33,236						
58	7,547	1.996	1.00%	2,049	31,146						
59	7,472	2.046	1.00%	2,009	29,097						

脱退率を低くした場合

		2.50%	0.30%	3.5%	0.966183575						
X	l_x	b_x	q_x	Dx	Nx	X	l_x	b_x	q_x	Dx	Nx
30	10,000	1.000	0.30%	3,563	122,658	60	9,166	2.046	0.01	2,381	33,229
31	9,970	1.025	0.30%	3,518	119,095	61	9,074	2.046	0.01	2,277	30,848
32	9,940	1.051	0.30%	3,473	115,577	62	8,983	2.046	0.01	2,178	28,571
33	9,910	1.077	0.30%	3,429	112,104	63	8,893	2.046	0.01	2,084	26,393
34	9,881	1.104	0.30%	3,386	108,675	64	8,804	2.046	0.01	1,993	24,309
35	9,851	1.131	0.30%	3,343	105,288	65	8,716	2.046	0.01	1,906	22,316
36	9,821	1.160	0.30%	3,301	101,945	66	8,629	2.046	0.01	1,823	20,410
37	9,792	1.189	0.30%	3,259	98,644	67	8,543	2.046	0.01	1,744	18,586
38	9,763	1.218	0.30%	3,218	95,385	68	8,457	2.046	0.01	1,668	16,842
39	9,733	1.249	0.30%	3,178	92,166	69	8,373	2.046	0.01	1,596	15,174
40	9,704	1.280	0.30%	3,137	88,989	70	8,289	2.046	0.01	1,526	13,578
41	9,675	1.312	0.30%	3,098	85,851	71	8,206	2.046	0.01	1,460	12,051
42	9,646	1.345	0.30%	3,059	82,753	72	8,124	2.046	0.01	1,397	10,591
43	9,617	1.379	0.30%	3,020	79,695	73	8,043	2.046	0.01	1,336	9,195
44	9,588	1.413	0.30%	2,982	76,675	74	7,963	2.046	0.01	1,278	7,859
45	9,559	1.448	0.30%	2,944	73,693	75	7,883	2.046	0.01	1,222	6,581
46	9,531	1.485	0.30%	2,907	70,749	76	7,804	2.046	0.01	1,169	5,359
47	9,502	1.522	0.30%	2,870	67,842	77	7,726	2.046	0.01	1,118	4,190
48	9,474	1.560	0.30%	2,834	64,971	78	7,649	2.046	0.01	1,070	3,071
49	9,445	1.599	0.30%	2,798	62,137	79	7,572	2.046	0.01	1,023	2,002
50	9,417	1.639	0.30%	2,763	59,339	80	7,497	2.046		979	979
51	9,389	1.680	0.30%	2,728	56,576						
52	9,360	1.722	0.30%	2,694	53,848		加入年齢方式掛金率 :				
53	9,332	1.765	0.30%	2,659	51,155		EP		$N_{60}/(N_{30}-N_{60})$	0.3716	
54	9,304	1.809	0.30%	2,626	48,495						
55	9,276	1.854	0.30%	2,593	45,869						
56	9,249	1.900	0.30%	2,560	43,277						
57	9,221	1.948	0.30%	2,528	40,717						
58	9,193	1.996	0.30%	2,496	38,189						
59	9,166	2.046	0.30%	2,464	35,693						

昇給率を高くした場合

		4.00%	1.00%	3.5%	0.966183575						
X	l_x	b_x	q_x	Dx	Nx	X	l_x	b_x	q_x	Dx	Nx
30	10,000	1.000	1.00%	3,563	140,459	60	7,472	3.119	0.01	2,958	41,281
31	9,900	1.040	1.00%	3,544	136,896	61	7,397	3.119	0.01	2,829	38,324
32	9,801	1.082	1.00%	3,526	133,352	62	7,323	3.119	0.01	2,706	35,494
33	9,703	1.125	1.00%	3,507	129,826	63	7,250	3.119	0.01	2,589	32,788
34	9,606	1.170	1.00%	3,489	126,319	64	7,177	3.119	0.01	2,476	30,200
35	9,510	1.217	1.00%	3,471	122,830	65	7,106	3.119	0.01	2,368	27,724
36	9,415	1.265	1.00%	3,453	119,359	66	7,034	3.119	0.01	2,265	25,355
37	9,321	1.316	1.00%	3,435	115,907	67	6,964	3.119	0.01	2,167	23,090
38	9,227	1.369	1.00%	3,417	112,472	68	6,894	3.119	0.01	2,073	20,923
39	9,135	1.423	1.00%	3,399	109,055	69	6,826	3.119	0.01	1,983	18,851
40	9,044	1.480	1.00%	3,381	105,656	70	6,757	3.119	0.01	1,896	16,868
41	8,953	1.539	1.00%	3,364	102,275	71	6,690	3.119	0.01	1,814	14,972
42	8,864	1.601	1.00%	3,346	98,912	72	6,623	3.119	0.01	1,735	13,158
43	8,775	1.665	1.00%	3,329	95,565	73	6,557	3.119	0.01	1,660	11,423
44	8,687	1.732	1.00%	3,311	92,237	74	6,491	3.119	0.01	1,587	9,763
45	8,601	1.801	1.00%	3,294	88,926	75	6,426	3.119	0.01	1,518	8,176
46	8,515	1.873	1.00%	3,277	85,632	76	6,362	3.119	0.01	1,452	6,657
47	8,429	1.948	1.00%	3,260	82,355	77	6,298	3.119	0.01	1,389	5,205
48	8,345	2.026	1.00%	3,243	79,095	78	6,235	3.119	0.01	1,329	3,816
49	8,262	2.107	1.00%	3,226	75,853	79	6,173	3.119	0.01	1,271	2,487
50	8,179	2.191	1.00%	3,209	72,627	80	6,111	3.119		1,216	1,216
51	8,097	2.279	1.00%	3,192	69,418						
52	8,016	2.370	1.00%	3,175	66,226		加入年齢方式掛金率 :				
53	7,936	2.465	1.00%	3,159	63,051		E_P		$N_{60}/(N_{30}-N_{60})$	0.4162	
54	7,857	2.563	1.00%	3,142	59,892						
55	7,778	2.666	1.00%	3,126	56,749						
56	7,700	2.772	1.00%	3,110	53,623						
57	7,623	2.883	1.00%	3,094	50,514						
58	7,547	2.999	1.00%	3,077	47,420						
59	7,472	3.119	1.00%	3,061	44,343						

質問(講義の内容およびアクチュアリーの間でもOK) はつぎのメールアドレスおよび電話へ

株式会社IICパートナーズ

渡部 善平

z.watanabe@iicp.cp.jp

電話 : 03-5501-3795(直通)