東京工業大学大学院　経営工学専攻

2012/6/1

年金数理第7回

財政方式1

講師　：　渡部善平((株)IICパートナーズ)

第7回の目的

- 責任準備金を理解する
- 責任準備金と年金資産の関係を理解する
- 種々の財政方式を理解する
- Trowbridgeモデルと諸概念の算式を理解する

責任準備金

収支相等と責任準備金

＜収支相等の原則＞

- 給付　＝　運用収益　＋　掛金

⇔　掛金を積立てて、そこから生まれる運用収益と合算した元利合計をもって給付を支払う、という意味　：　収支相等の最も単純な形態

＜「現価」で考える収支相等＞

- 現在ある資産で、全て将来の給付をまかなうのであれば次の関係式になる

給付現価　＝　年金資産

- 今ある資産だけでなく、将来の掛金の積立で将来の給付をまかなう場合は次のとおり

<u>掛金が適切に設定されていれば</u>

給付現価　＝　掛金収入現価　＋　年金資産

<u>定常状態到達前</u>

- 給付現価　＝標準掛金収入現価＋特別掛金収入現価＋年金資産

<u>定常状態到達後</u>

- 給付現価　＝標準掛金収入現価＋年金資産

が成立している「はず」

収支相等と責任準備金

前の設例でこれを検証

第2年度始（定常状態到達前）

総給付現価 $100\cdot(1+v+v^2+\cdots)=100\cdot(1/(1-v))=100\cdot(1+i)/(1+i-1)$

$=100\cdot(1+i)/i=100\cdot1.05/0.05=2{,}100$

標準掛金収入現価 $75\cdot(1+v+v^2+\cdots)=75\cdot(1/(1-v))=75\cdot(1+i)/(1+i-1)$

$=75\cdot(1+i)/i=75\cdot1.05/0.05=1{,}575$

特別掛金収入現価

$115.5\cdot(1+v+v^2+v^3)=115.5\cdot((1-v^4)/(1-v))=115.5\cdot(3.72324)=430$

年金資産

95.0

2100 ＝ 1575 + 430 + 95

確かに成立している

収支相等と責任準備金

検証

定常状態到達後

総給付現価 $100\cdot(1+v+v^2+\cdots)=100\cdot(1/(1-v))=100\cdot(1+i)/(1+i-1)$

$=100\cdot(1+i)/i=100\cdot 1.05/0.05=2{,}100$

標準掛金収入現価 $75\cdot(1+v+v^2+\cdots)=75\cdot(1/(1-v))=75\cdot(1+i)/(1+i-1)$

$=75\cdot(1+i)/i=75\cdot 1.05/0.05=1{,}575$

年金資産

525.0

2100 ＝ 1575 + 525

確かに成立している

責任準備金とは

責任準備金(定義)：
将来発生すると見込まれる給付を賄うためにその時点で留保しておくべき金額

責任準備金＝給付現価－掛金収入現価

一方、収支相等の関係

給付現価　＝　掛金収入現価　＋　年金資産

が成立しているのだから、理論的には　責任準備金　＝　年金資産
が成立しているはず

責任準備金と極限方程式

掛金が適切に設定されていれば年金資産額と責任準備金は等しくなる

（逆にいえば「掛金が適正に設定されている」とは年金資産と責任準備金が等しくなるように、掛金が設定されているということ）

概念からも明らかであるが、定常状態においては、これを極限方程式からでも示せる

$$F = (B - C)/d$$
$$= (B - C)/(1 - v)$$
$$= B/(1 - v) - C/(1 - v)$$

給付現価　　　　掛金収入現価

金額1の永久期間の現価は

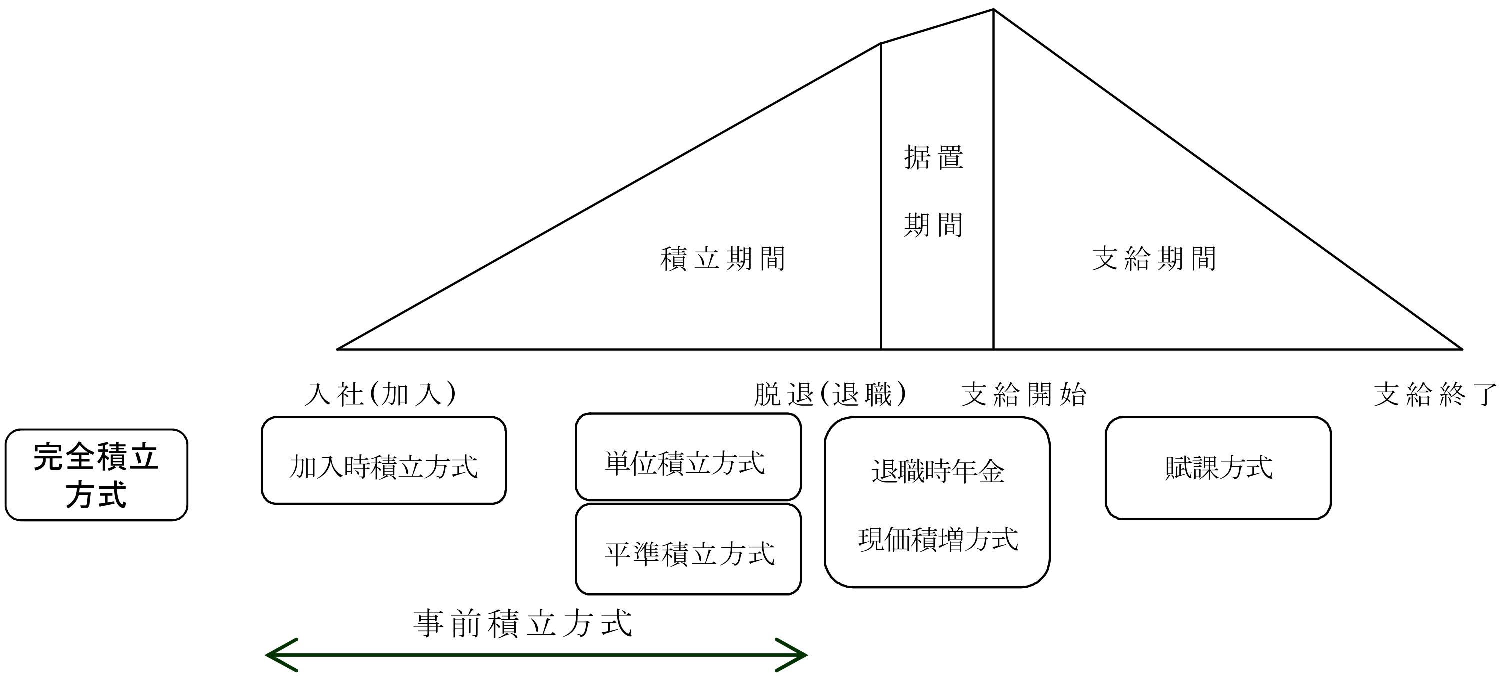
$$1 + v + v^2 + \cdots = 1/(1-v) = 1/(1-1/(1+i)) = (1+i)/i = 1/d$$

財政方式

財政方式とは

年金制度から支払われる給付金（年金や一時金）の財源を確保するための準備計画

＝<u>具体的にいつ、どれだけ積み立てていくか</u>



（この章で想定する）モデル（制度内容・人員構成・財政）

制度　:60歳開始、期始払いで年金額1（終身年金）、60歳に達した者（定年退職）した者のみに支給される。

(次回定義するTroubridge model)

人員構成:次頁の定常人口

財政　:　極限方程式が成立している

$$C + dF = B$$

- C：制度全体にかかる1年間の掛金総額　掛金は年始払い
- $d = \dfrac{i}{1+i}$
- F：年金資産額（年始、ただし掛金・給付の発生の直前）
- B：制度全体の1年間の給付額　給付額は年始払い

モデル（定常人口）

X	$l^{(T)}_x$	q_x
30	10,000.00	0.02
31	9,800.00	0.02
32	9,604.00	0.02
33	9,411.92	0.02
34	9,223.68	0.02
35	9,039.21	0.02
36	8,858.42	0.02
37	8,681.26	0.02
38	8,507.63	0.02
39	8,337.48	0.02
40	8,170.73	0.02
41	8,007.31	0.02
42	7,847.17	0.02
43	7,690.22	0.02
44	7,536.42	0.02
45	7,385.69	0.02
46	7,237.98	0.02
47	7,093.22	0.02
48	6,951.35	0.02
49	6,812.33	0.02
50	6,676.08	0.02
51	6,542.56	0.02
52	6,411.71	0.02
53	6,283.47	0.02
54	6,157.80	0.02
55	6,034.65	0.02
56	5,913.95	0.02
57	5,795.68	0.02
58	5,679.76	0.02
59	5,566.17	0.02
小計	227,257.84	

X	l_x	q_x
60	5,454.84	0.01
61	5,400.29	0.01
62	5,346.29	0.01
63	5,292.83	0.01
64	5,239.90	0.01
65	5,187.50	0.01
66	5,135.63	0.01
67	5,084.27	0.01
68	5,033.43	0.01
69	4,983.09	0.01
70	4,933.26	0.01
71	4,883.93	0.01
72	4,835.09	0.01
73	4,786.74	0.01
74	4,738.87	0.01
75	4,691.48	0.01
76	4,644.57	0.01
77	4,598.12	0.01
78	4,552.14	0.01
79	4,506.62	0.01
80	4,461.55	1
小計	103,790.46	

給付・掛金・資産

$$B = \sum_{X=60}^{80} l_X = 105{,}909$$

（制度全体の給付額）はモデルを設定すれば決まる

C, F は

$$C + dF = B$$

の関係式を満たす組み合わせとして理論上は<u>無数に</u>解が存在する

賦課方式(Pay -as –You Go Method)

$$F = 0, {}^{p}C = B$$

演習: (制度全体の)掛金額はいくらか?

給付現価に対する年金資産の割合は0%

完全積立方式
(Complete Funding Method)

$$C = 0, F = B / d$$

演習：（制度全体の）掛金額はいくらか？

給付現価に対する年金資産の割合は100%

加入時一括積立方式
(Initial Funding Method)

制度加入時(30歳)に、将来必要な給付現価を積立てる

$$ {}^{In}C = v^{60-30} l_{30} \cdot (l_{60} / l_{30}) \ddot{a}_{60} = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} $$

これは毎年新規加入者が積み立てる額

$$ {}^{In}C / d = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} / d = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} \sum_{t=0}^{\infty} v^{t} $$

これは今後新規加入者が積み立てる額の総収入現価
(最初の1回分だけ現在加入者で、あとはすべて将来加入者)

この財政方式ではつぎの関係が成立している:

年始の年金資産に掛金を積み立て合計額で、その時点の年金受給者と現在加入者の給付を賄うことができる

意味:

算式を追っての証明は次ページ以降

加入時一括積立方式 (Initial Funding Method)

F の水準を計算するため、次の算式の展開を行う

極限方程式

$$C + dF = B$$

$$C / d + F = B / d$$

より給付現価 B / d の年金受給者・現在加入者・将来加入者に関する分析・分解を行う

給付現価の分解

$$
\begin{aligned}
S &= B/d = B(1+v+v^2+\cdots) \\
&= (l_{60}+l_{61}+\cdots+l_{80})(1+v+v^2+\cdots) \\
&= l_{80} \\
&+ (l_{79}+l_{80}v) \\
&+ (l_{78}+l_{79}v+v^2 l_{80}) \\
&+ \cdots \\
&+ (l_{60}+l_{61}v+\cdots+l_{80}v^{20})
\end{aligned}
$$

年金受給者

$$
\begin{aligned}
&+ (l_{60}v+l_{61}v^2+\cdots+l_{80}v^{21}) \\
&+ (l_{60}v^2+l_{61}v^3+\cdots+l_{80}v^{22}) \\
&+ \cdots \\
&+ (l_{60}v^{30}+l_{61}v^{31}+\cdots+l_{80}v^{50})
\end{aligned}
$$

現加入者

$$
\begin{aligned}
&+ (l_{60}v^{31}+l_{61}v^{32}+\cdots+l_{80}v^{51}) + (l_{60}v^{32}+l_{61}v^{33}+\cdots+l_{80}v^{52}) + \cdots \\
&= S^{p}+S^{a}+S^{f}
\end{aligned}
$$

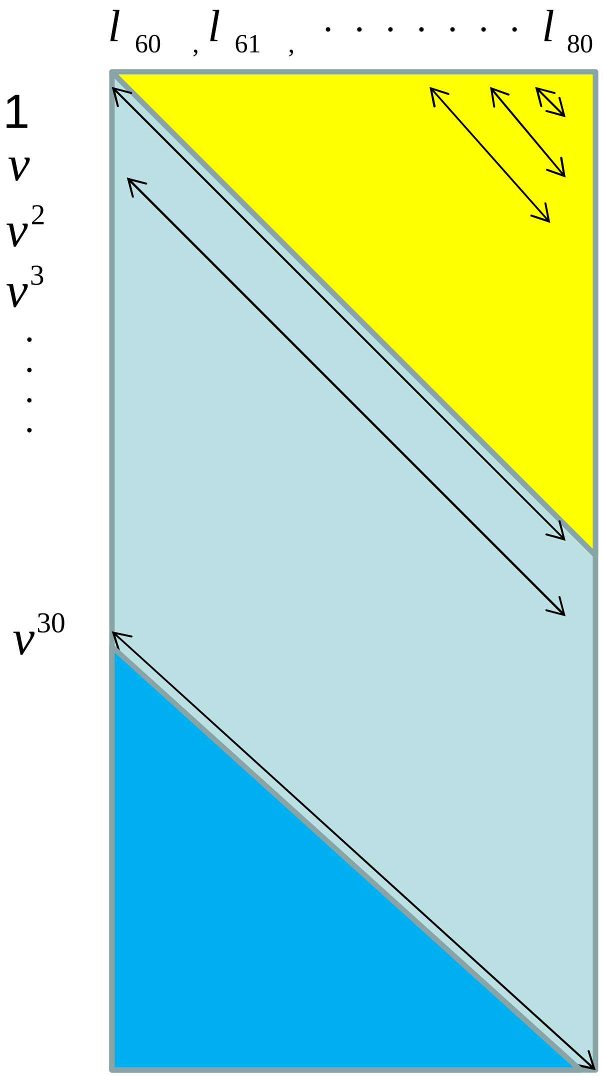
将来加入者

S^{p}:　年金受給者の給付現価　S^{a}:　現加入者の給付現価　S^{a}:　将来加入者の給付現価

初年度始において年金受給中の者（60－80歳）、加入者（30－59歳）も、将来加入してくる者（0－29歳および まだ生まれていない者も！！）上記算式に網羅されている

$$S = B\cdot\ddot{a}_{\infty} = B/d = S^{p}+S^{a}+S^{f}$$

給付現価の分解



l_{80}

$+ (l_{79} + l_{80} v)$

$+ (l_{78} + l_{79} v + v^2 l_{80})$

$+ \cdots$

$+ (l_{60} + l_{61} v + \cdots + l_{80} v^{20})$

年金受給者

$+ (l_{60} v + l_{61} v^2 + \cdots + l_{80} v^{21})$

$+ (l_{60} v^2 + l_{61} v^3 + \cdots + l_{80} v^{22})$

$+ \cdots$

$+ (l_{60} v^{30} + l_{61} v^{31} + \cdots + l_{80} v^{50})$

現加入者

$+ (l_{60} v^{31} + l_{61} v^{32} + \cdots + l_{80} v^{51}) + (l_{60} v^{32} + l_{61} v^{33} + \cdots + l_{80} v^{52}) + \cdots$

将来加入者

給付現価の分解

$$S^{p} = l_{60}\cdot\ddot{a}_{60} + l_{61}\cdot\ddot{a}_{61} + \cdots + l_{80}\cdot\ddot{a}_{80} = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$

$$S^{a} = l_{30}\cdot(l_{60}/l_{30})v^{60-30}\ddot{a}_{60} + l_{31}\cdot(l_{60}/l_{31})v^{60-31}\ddot{a}_{60} + \cdots + l_{59}\cdot(l_{60}/l_{59})v^{60-59}\ddot{a}_{60}$$

$$= \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60}\ddot{a}_{60}$$

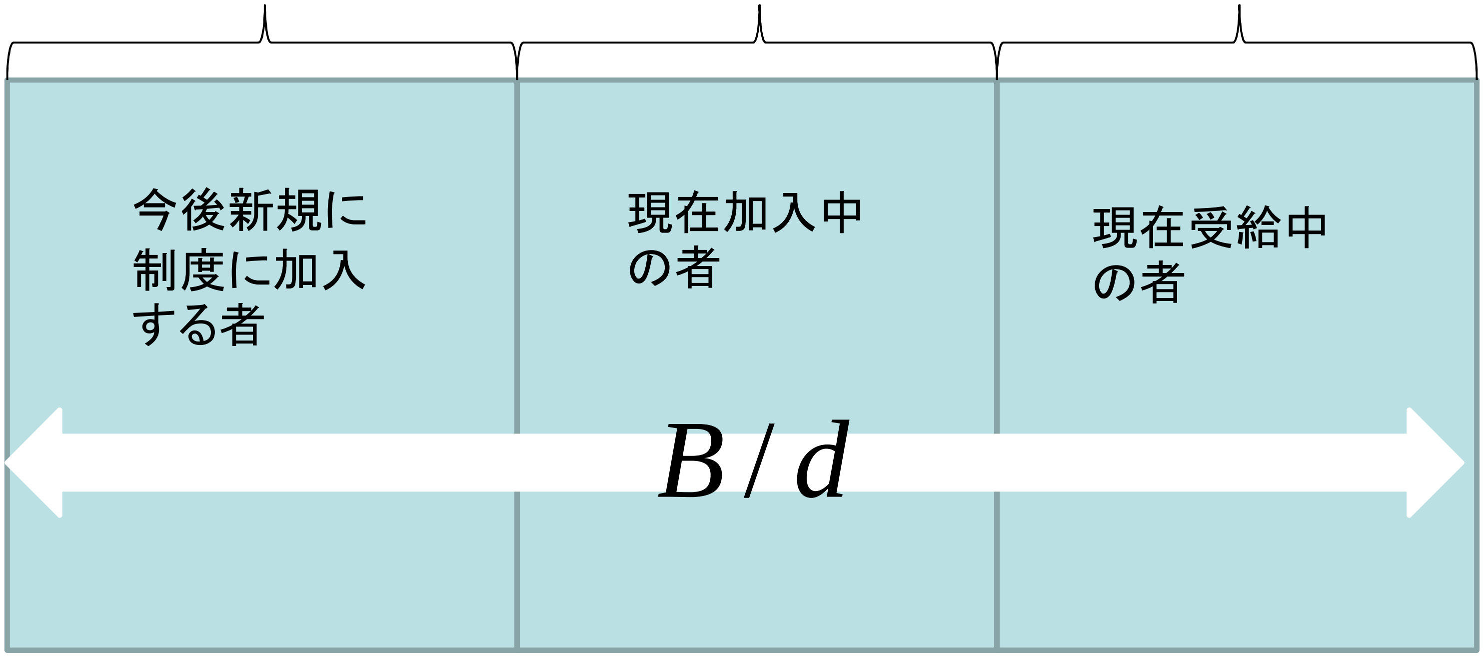
$$S^{f} = \sum_{t=1}^{\infty} v^{t}(v^{30} l_{60}\ddot{a}_{60}) = \sum_{t=31}^{\infty} v^{t} l_{60}\ddot{a}_{60}$$

今 $\quad {}^{In}C = v^{60-30} l_{30}\cdot(l_{60}/l_{30})\ddot{a}_{60} = v^{30} l_{60}\ddot{a}_{60}$ より

$$S^{f} = v\cdot{}^{In}C + v^{2}\cdot{}^{In}C + \cdots = v\cdot{}^{In}C/(1-v) = v\cdot{}^{In}C/d$$

加入時一括積立方式

$$S^{f} = v^{In} C / d \qquad S^{a} = \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60} \qquad S^{p} = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$



加入時一括積立方式

加入時一括積立方式による掛金を毎年積立てて、定常状態が成立している場合の、年金資産額はつぎのとおり（極限方程式による）

$$F = B/d - {}^{In}C/d = S^p + S^a + S^f - {}^{In}C/d$$
$$= S^p + S^a + v \cdot {}^{In}C/d - {}^{In}C/d = S^p + S^a - (1-v) \cdot {}^{In}C/d$$
$$= S^p + S^a - {}^{In}C$$

$$F + {}^{In}C = S^p + S^a$$

年始に30歳の加入者に将来必要な給付の原資にすでに積み立てられている年金資産があればそれで、現加入者全体の給付と年金受給者の給付が賄える

i	v	d
2.0%	0.980392	0.019608

x	l_x	q_x	v^{60-x}
30	10,000	0.02	0.55207
31	9,800	0.02	0.56311
32	9,604	0.02	0.57437
33	9,412	0.02	0.58586
34	9,224	0.02	0.59758
35	9,039	0.02	0.60953
36	8,858	0.02	0.62172
37	8,681	0.02	0.63416
38	8,508	0.02	0.64684
39	8,337	0.02	0.65978
40	8,171	0.02	0.67297
41	8,007	0.02	0.68643
42	7,847	0.02	0.70016
43	7,690	0.02	0.71416
44	7,536	0.02	0.72845
45	7,386	0.02	0.74301
46	7,238	0.02	0.75788
47	7,093	0.02	0.77303
48	6,951	0.02	0.78849
49	6,812	0.02	0.80426
50	6,676	0.02	0.82035
51	6,543	0.02	0.83676
52	6,412	0.02	0.85349
53	6,283	0.02	0.87056
54	6,158	0.02	0.88797
55	6,035	0.02	0.90573
56	5,914	0.02	0.92385
57	5,796	0.02	0.94232
58	5,680	0.02	0.96117
59	5,566	0.02	0.98039

x	l_x	q_x	v^{x-60}	a_x	lx*ax
60	5,455	0.01	1.00000	15.836	86,382
61	5,400	0.01	0.98039	15.285	82,546
62	5,346	0.01	0.96117	14.718	78,689
63	5,293	0.01	0.94232	14.134	74,809
64	5,240	0.01	0.92385	13.532	70,907
65	5,188	0.01	0.90573	12.912	66,980
66	5,136	0.01	0.88797	12.273	63,028
67	5,084	0.01	0.87056	11.614	59,051
68	5,033	0.01	0.85349	10.936	55,046
69	4,983	0.01	0.83676	10.237	51,012
70	4,933	0.01	0.82035	9.517	46,950
71	4,884	0.01	0.80426	8.775	42,857
72	4,835	0.01	0.78849	8.011	38,733
73	4,787	0.01	0.77303	7.223	34,575
74	4,739	0.01	0.75788	6.412	30,384
75	4,691	0.01	0.74301	5.576	26,159
76	4,645	0.01	0.72845	4.714	21,896
77	4,598	0.01	0.71416	3.827	17,597
78	4,552	0.01	0.70016	2.913	13,259
79	4,507	0.01	0.68643	1.971	8,881
80	4,462	1	0.67297	1.000	4,462

$$B = \sum_{x=60}^{80} l_x$$ 103,790

$$B/d$$ 5,293,314

$$S^a = \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60}$$ 1,934,656

$${}^{In}C/d$$ 2,432,145

$${}^{In}C = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60}$$ 47,689

$$S^p = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$ 974,202

$$S^f = v\,{}^{In}C/d$$ 2,384,456

$$F = B/d - {}^{In}C/d$$ 2,861,169

$$= S^p + S^a - {}^{In}C$$ 2,861,169

$$S^p + S^a + S^f$$ 5,293,314

退職時年金現価積立方式

- 退職時（60歳）に80歳までに必要な掛金を積み立てる $^{T}C = l_{60} \cdot \ddot{a}_{60}$

退職時年金現価積立方式による掛金を毎年積立てて、定常状態が成立している場合の、年金資産額はつぎのとおり（極限方程式による）

$$F = B/d - {}^{T}C/d = S^{p} + S^{a} + S^{f} - l_{60}\ddot{a}_{60}\sum_{t=0}^{\infty} v^{t}$$

$$= S^{p} + S^{a} + S^{f} - l_{60}\ddot{a}_{60}\left(1 + \sum_{t=1}^{30} v^{t} + \sum_{t=31}^{\infty} v^{t}\right)$$

$$= S^{p} + S^{a} + S^{f} - l_{60}\ddot{a}_{60} - S^{a} - S^{f}$$

$$= S^{p} - l_{60}\ddot{a}_{60} = S^{p} - {}^{T}C = \sum_{x=61}^{80} l_{x}\ddot{a}_{x}$$

退職時年金現価積立方式

$$ {}^{T}C = l_{60} \cdot \ddot{a}_{60} $$

$$ F = \sum_{x=61}^{80} l_x \ddot{a}_x $$

年金資産額は昨年以前に年金受給者になった者の給付現価に等しい

$$ F = S^{p} - {}^{T}C $$

$$ F + {}^{T}C = S^{p} $$

年度始にあらためて年金受給者になった者の給付現価とすでに積み立てられている年金資産で、年金受給者全体の給付を賄える

	i	v	d
	2.0%	0.980392	0.019608

x	l_x	q_x	v^{60-x}
30	10,000	0.02	0.55207
31	9,800	0.02	0.56311
32	9,604	0.02	0.57437
33	9,412	0.02	0.58586
34	9,224	0.02	0.59758
35	9,039	0.02	0.60953
36	8,858	0.02	0.62172
37	8,681	0.02	0.63416
38	8,508	0.02	0.64684
39	8,337	0.02	0.65978
40	8,171	0.02	0.67297
41	8,007	0.02	0.68643
42	7,847	0.02	0.70016
43	7,690	0.02	0.71416
44	7,536	0.02	0.72845
45	7,386	0.02	0.74301
46	7,238	0.02	0.75788
47	7,093	0.02	0.77303
48	6,951	0.02	0.78849
49	6,812	0.02	0.80426
50	6,676	0.02	0.82035
51	6,543	0.02	0.83676
52	6,412	0.02	0.85349
53	6,283	0.02	0.87056
54	6,158	0.02	0.88797
55	6,035	0.02	0.90573
56	5,914	0.02	0.92385
57	5,796	0.02	0.94232
58	5,680	0.02	0.96117
59	5,566	0.02	0.98039

x	l_x	q_x	v^{x-60}	a_x	lx*ax
60	5,455	0.01	1.00000	15.836	86,382
61	5,400	0.01	0.98039	15.285	82,546
62	5,346	0.01	0.96117	14.718	78,689
63	5,293	0.01	0.94232	14.134	74,809
64	5,240	0.01	0.92385	13.532	70,907
65	5,188	0.01	0.90573	12.912	66,980
66	5,136	0.01	0.88797	12.273	63,028
67	5,084	0.01	0.87056	11.614	59,051
68	5,033	0.01	0.85349	10.936	55,046
69	4,983	0.01	0.83676	10.237	51,012
70	4,933	0.01	0.82035	9.517	46,950
71	4,884	0.01	0.80426	8.775	42,857
72	4,835	0.01	0.78849	8.011	38,733
73	4,787	0.01	0.77303	7.223	34,575
74	4,739	0.01	0.75788	6.412	30,384
75	4,691	0.01	0.74301	5.576	26,159
76	4,645	0.01	0.72845	4.714	21,896
77	4,598	0.01	0.71416	3.827	17,597
78	4,552	0.01	0.70016	2.913	13,259
79	4,507	0.01	0.68643	1.971	8,881
80	4,462	1	0.67297	1.000	4,462

$$B = \sum_{x=60}^{80} l_x$$ 103,790

$$B/d$$ 5,293,314

$$^{T}C/d$$ 4,405,494

$$S^{p} = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$ 974,202

$$F = B/d - {}^{T}C/d$$ 887,820

$$= S^{p} - {}^{T}C$$ 887,820

$$S^{a} = \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60}$$ 1,934,656

$$^{T}C = l_{60} \ddot{a}_{60}$$ 86,382

$$S^{f} = v^{In} C/d$$ 2,384,456

$$S^{p} + S^{a} + S^{f}$$ 5,293,314

給付現価に対する年金資産の割合は18%

加入時一括積立方式と退職時年金現価積立方式比較

項目	加入時一括積立方式	退職時年金現価積立方式
掛金	${}^{In}C = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} = v^{30}\,{}^{T}C$	${}^{T}C = l_{60} \ddot{a}_{60}$
年金資産（責任準備金）	$F = S^{p} + S^{a} - {}^{In}C$	$F = S^{p} - {}^{T}C$
掛金積立直後の年金資産	$S^{p} + S^{a}$	S^{p}
（1年あたり）給付額	103,790	103,790
S^{p}	974,202	974,202
S^{a}	1,934,656	1,934,656
掛金額	47,689	86,382
年金資産額	2,861,169	887,820

Trowbridge-モデル

Trowbridgeモデルの定義

1952年Charles L.Trowbridge氏により紹介。以下の前提に基づく年金制度で、この制度の上で各種財政方式の考察がなされた

①　給付種類：退職年金
②　受給資格：定年年齢に到達して年金制度を脱退した時
③　年金年額：毎年1（年1回期始払い）
④　給付期間：即時支給開始終身（保証期間無）
⑤　掛金払込時期：年1回期始払い（毎年度の新規加入者の加入後、毎年度の給付支払前に払込む）
⑥　加入者被保険者集団：定常人口
⑦　新規加入者の見込み：定常人口を保つように最低年齢における人数と同数が毎年加入する

Trowbridgeモデルにおける給付現価

年金受給権者の給付現価

$$S^p = \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$$

x_r：　定年年齢

ω：　最終年齢（考えられる最高齢）

Trowbridgeモデルにおける給付現価

加入者の給付現価（現在加入者　全期間分）　$\left(S^a\right)$

$$S^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{l_{x_r}\ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}}{l_x^{(T)}} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r}\ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

x_e：新規加入年齢

ここに　$l_{x_r}\ddot{a}_{x_r}$　は、x_r 歳における l_{x_r} 人分の年金現価

$l_{x_r}\ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$　は、x 歳における l_{x_r} 人分の現価

$\dfrac{l_{x_r}\ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}}{l^{(T)}{}_x}$　は、x 歳における1人あたりの期待値

Trowbridgeモデルにおける給付現価

加入者の給付現価（現在加入者　過去期間分）　$\left(S^{a}{}_{PS}\right)$

（全期間分　再掲）

$$S^{a} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r}{}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x}$$

各年齢において過去期間に相当する部分を計算するために　$\dfrac{x - x_e}{x_r - x_e}$　を乗じて足し上げる

$$S_{PS}^{a} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{x - x_e}{x_r - x_e} l_{x_r}{}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x}$$

Trowbridgeモデルにおける給付現価

給付現価

加入者の給付現価（現在加入者　将来期間分）　$\left(S_{FS}^{a} \right)$

（全期間分　再掲）

$$S^{a} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r}{}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

各年齢において将来期間に相当する部分を計算するために $\dfrac{x_r - x}{x_r - x_e}$ を乗じて足し上げる

$$S_{FS}^{a} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{x_r - x}{x_r - x_e} l_{x_r}{}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

Trowbridgeモデルにおける給付現価

給付現価

加入者の給付現価（将来加入者）　$\left(S^f\right)$

定常人口を仮定しているため、次年度以降期始に

毎年 $l_{x_e}{}^{(T)}$ 名の加入が見込まれる

毎年度の新規加入者の加入時点における給付現価：$l_{x_e}{}^{(T)} \cdot \left(\dfrac{l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x_e}}{l^{(T)}{}_{xe}} \right) = l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x_e}$

翌期始から永久に加入してくる新規加入者の給付現価　：　上記×　$v \cdot \ddot{a}_{\infty}$
上記の期末払い無限年数年金現価

$= $ 上記×　$\dfrac{v}{d}$

⇒

$$S^f = \left(\frac{v}{d} \right) l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x_e}$$

次ページに補足

Trowbridgeモデルにおける給付現価

ちなみに

$$v+v^2+\cdots=v(1+v+v^2+\cdots)=v\left(\frac{1}{1-v}\right)=v/d$$

$$v+v^2+\cdots=v(1+v+v^2+\cdots)=v\ddot{a}_\infty$$

Trowbridgeモデルにおける給付現価

上記の①～③を合計したものが制度全体の給付現価 S である

$$S = S^p + S^a + S^f$$

給付現価の間の関係式

制度全体の給付現価

$$S = B \cdot \ddot{a}_{\infty} = B / d$$

現在加入者および将来加入者の合計であることに注意

（現在加入者のみでは、「永久」にはならない）

給付現価の間の関係式

給付現価のブレイクダウン

$$S^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x} = (v + v^2 + \cdots v^{x_r - x_e}) l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

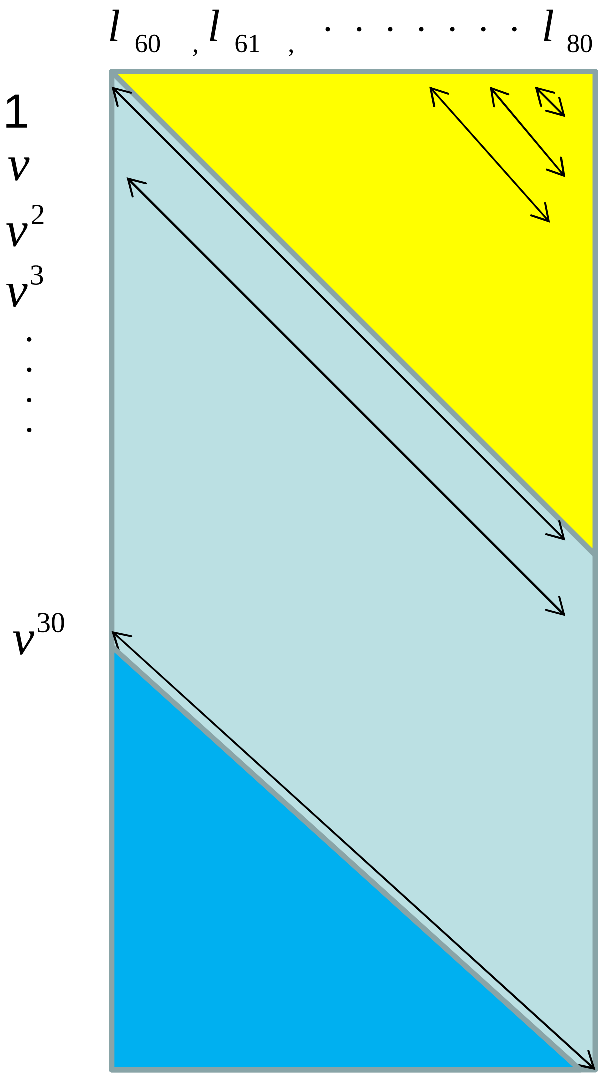
$$S^f = (v^{x_r - x_e + 1} + v^{x_r - x_e + 2} + \cdots) l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

$$S^a + S^f \quad = \quad (v + v^2 + v^3 + \cdots) \cdot l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} = \left(\frac{v}{d} \right) \cdot l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}$$

現在加入者および将来加入者の給付現価の和は、毎年新たに生まれる年金受給者の給付現価の総現価である

年金受給者
が順番待ちしている
イメージ

給付現価の分解



$$
\begin{aligned}
& l_{80} \\
& + (l_{79} + l_{80} v) \\
& + (l_{78} + l_{79} v + v^2 l_{80}) \\
& + \cdots \\
& + (l_{60} + l_{61} v + \cdots + l_{80} v^{20})
\end{aligned}
$$

年金受給者

$$
\begin{aligned}
& + (l_{60} v + l_{61} v^2 + \cdots + l_{80} v^{21}) \\
& + (l_{60} v^2 + l_{61} v^3 + \cdots + l_{80} v^{22}) \\
& + \cdots \\
& + (l_{60} v^{30} + l_{61} v^{31} + \cdots + l_{80} v^{50})
\end{aligned}
$$

現加入者

$$
+ (l_{60} v^{31} + l_{61} v^{32} + \cdots + l_{80} v^{51}) + (l_{60} v^{32} + l_{61} v^{33} + \cdots + l_{80} v^{52}) + \cdots
$$

将来加入者

質問（講義の内容およびアクチュアリーの件でもOK) は

つぎのメールアドレスおよび電話へ

株式会社IICパートナーズ

渡部　善平

z.watanabe@iicp.co.jp

電話　:　03-5501-3795（直通）