Seismic Design of Urban Infrastructure
都市施設の耐震設計
3. Seismic Response Analysis of Structures
3. 構造物の動的解析法

Kazuhiko Kawashima
Department of Civil Engineering
Tokyo institute of Technology
東京工業大学大学院理工学研究科土木工学専攻
川島一彦

2．4　構造物のモデル化

1）剛性行列及び質量行列

剛性行列

$$K = \sum_{i=1}^{n} k_i$$

K: System Stiffness Matrix
全体系剛性行列

k_i: Element stiffness matrix
要素剛性行列

$$K_t = \sum_{i=1}^{n} k_t$$

Time dependent stiffness matrix
時間依存性（非線形）剛性行列

質量行列

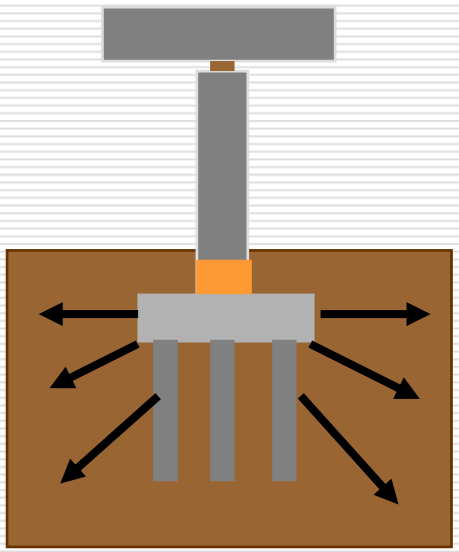
$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

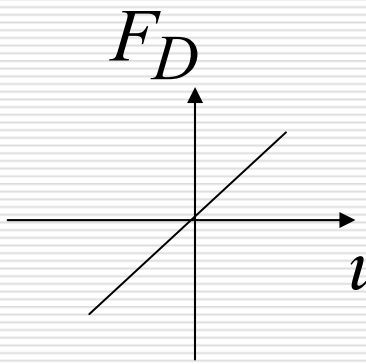
System Mass Matrix
全体系質量行列

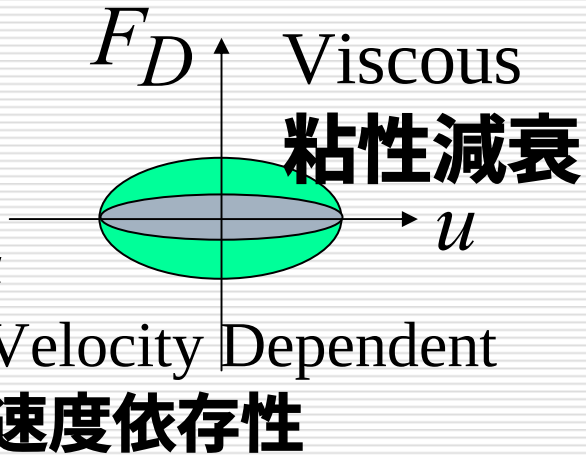
Element Mass Matrix
要素質量行列

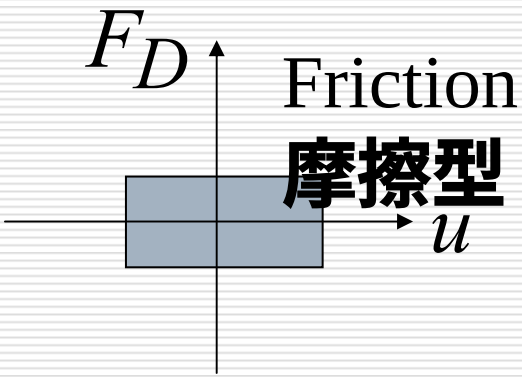
2) Damping Matrix 減衰行列

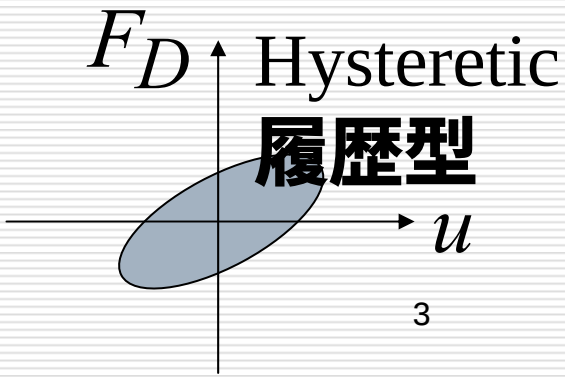
(1) 質量や減衰に比較して、減衰のモデル化は格段に困難ー減衰は様々な力学的性質によって生じる









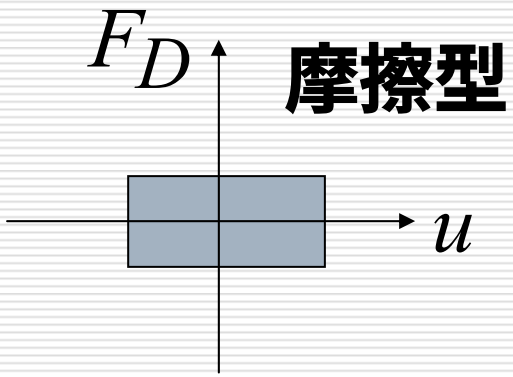


(2) 何故、減衰モデルとして、一般に粘性減衰が仮定されることが多いのか？

●粘性減衰であれば、閉じた解が得られるが、それ以外のモデルを用いると、一般に閉じた解は得られない.

$$F_D = c\dot{u}$$

$$F_D = c_1\dot{u} + c_2\dot{u}^{3/4}$$



$$F_D = \begin{cases} f \cdots\cdots\cdots \dot{u} > 0 \\ \text{aribitral value between - f and + f} \cdots\cdots \dot{u} = 0 \\ -f \cdots\cdots\cdots \dot{u} < 0 \end{cases}$$

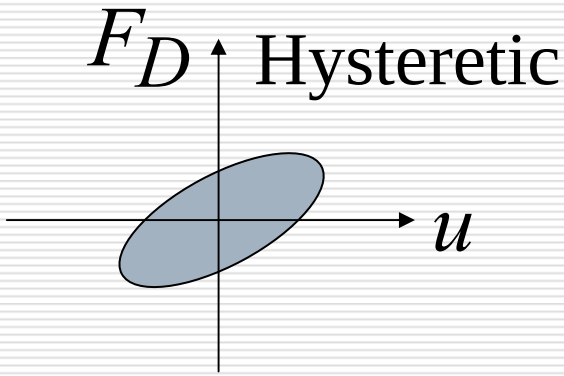
何故、減衰モデルとして、一般に粘性減衰が仮定されることが多いのか？（続き）

●エネルギー吸収量が粘性の大きさを表す最も基本的パラメータであるが、エネルギー吸収量は構造物の大きさや特性によって変化する。このため、エネルギー吸収量だけでは、異なった特性を有する構造物間の減衰の大きさを表す指標になり得ない。

●過去の経験では、エネルギー吸収のメカニズムが粘性減衰ではなくても、エネルギー吸収量を両者で一致するように粘性減衰係数を定めれば、一般にかなりの精度で減衰の効果をモデル化可能

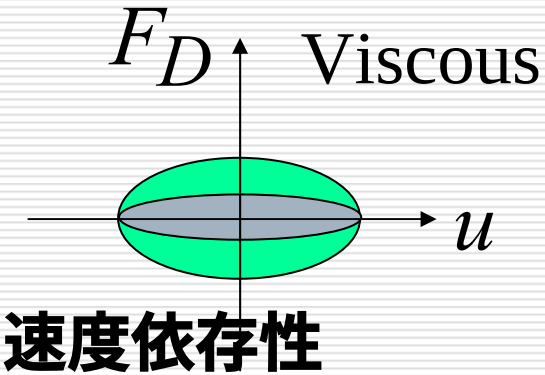
(3) 等価減衰係数(Equivalent Damping Coefficient) とはなにか？

履歴型減衰
Hysteretic Damping



$$\Delta W_H = \oint F_R(u)du$$

粘性減衰
Viscous Damping



速度依存性

$$\Delta W_V = \oint c\dot{u}du$$
$$= c\oint \dot{u}du$$

$$\Delta W_H = \Delta W_V$$

$$c_e = \frac{\oint F_R(u)du}{\oint \dot{u}du}$$

(4) 減衰のモデル化

●いろいろなメカニズムでエネルギー吸収が生じる dissipation.

●しかし、一般には、等価減衰定数を用いて、粘性減衰によりエネルギー吸収をモデル化する場合が多い

$$C = \sum_{i=1}^{n} c_i$$

●要素行列を求め、これを積み重ねることにより全体系の減衰行列を求めることは一般に困難である。このため、Rayleigh減衰がよく使用される。

$$C = \alpha M + \beta K \qquad (2.5)$$

$$\Phi^T C \Phi = \alpha \Phi^T M \Phi + \beta \Phi^T K \Phi$$

$$\begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 2\xi_2\omega_2 & & & . \\ . & & . & & . \\ . & & & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 2\xi_n\omega_n \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & \\ 0 & 1 & & & \\ & & . & & \\ & & & . & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

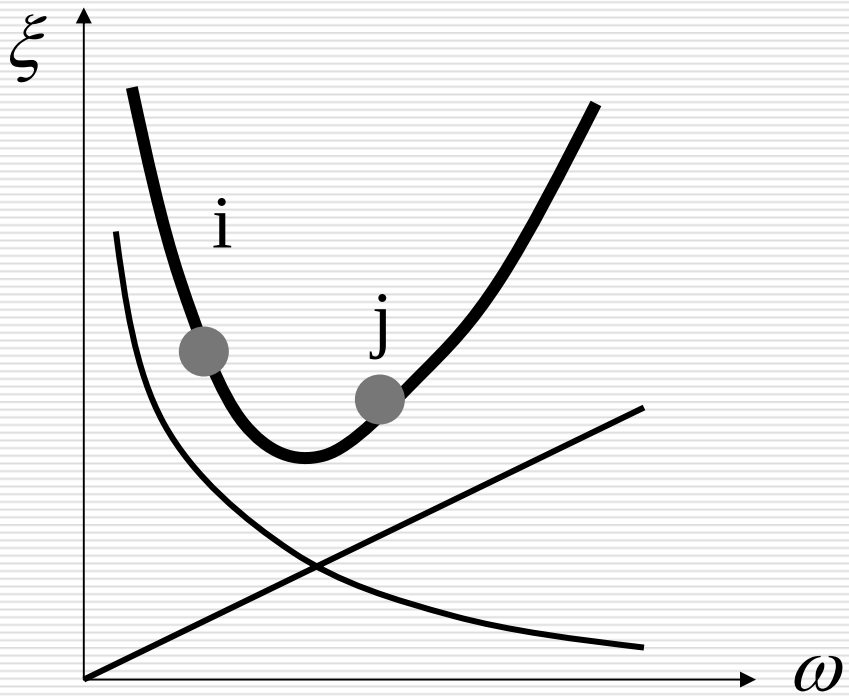
$$+ \beta \begin{vmatrix} \omega_1^2 & . & . & . & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & & & . \\ . & & . & & . \\ . & & & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & \omega_n^2 \end{vmatrix}$$

直交性
Orthogonarity Condition)

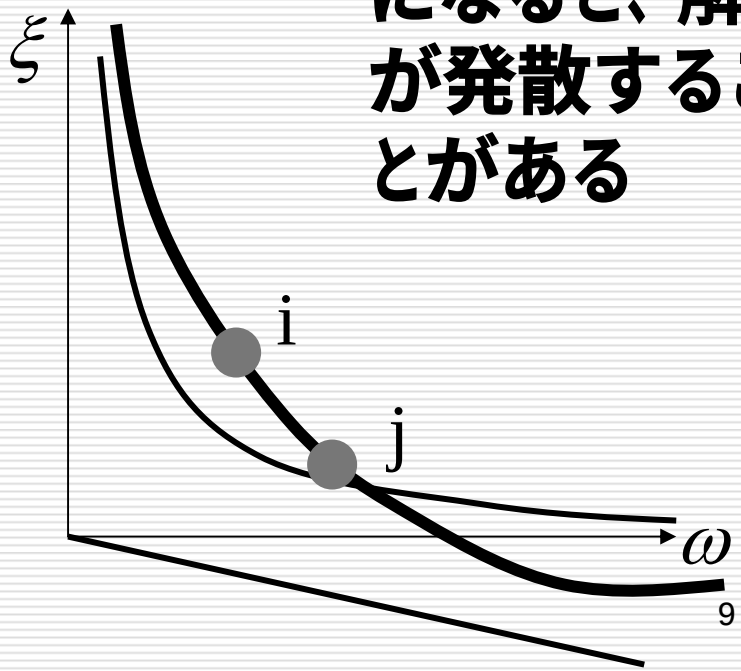
$$2\xi_i\omega_i = \alpha + \beta\omega_i^{\,2}$$

$$\therefore \qquad \xi_i = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta\omega_i\right)$$

α とβ は任意の2組の減衰定数 ξ と固有振動数ω を与えることにより、定められる。



ξ_iがマイナスになると、解が発散することがある



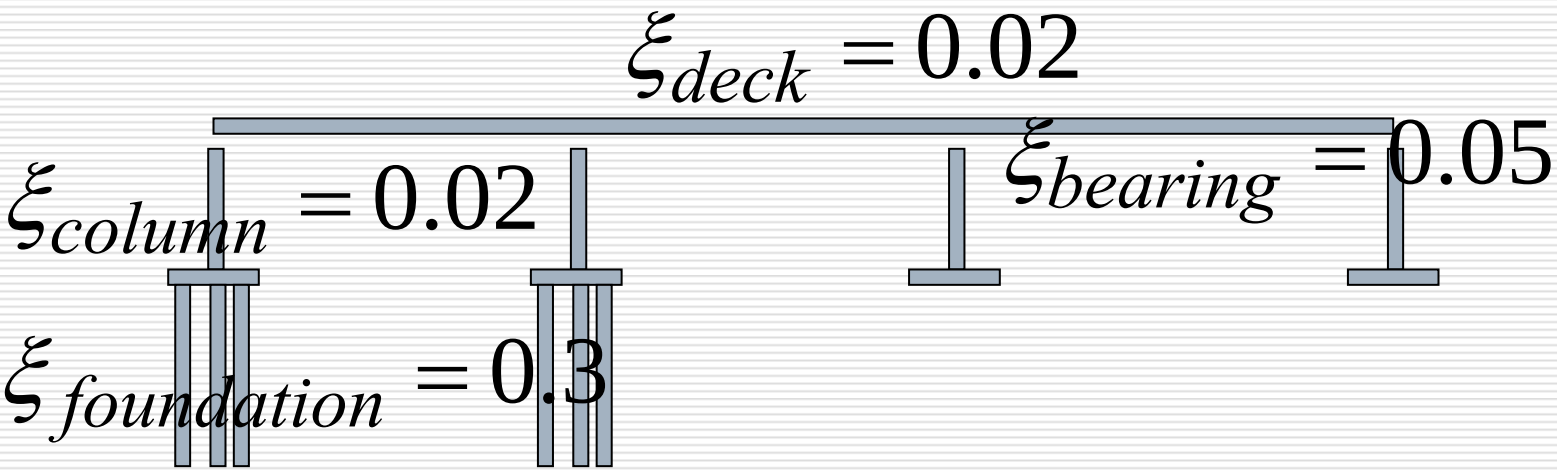
非線形系では、以下のように仮定することも考えられる

$$\mathbf{C}_t = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}_t$$

この仮定は問題となることもある。

✓ しばしば解が不安定になる
✓ 系が非線形となれば剛性は低下するはずであり、上式では減衰も減少する事になる。しかし、実際には、履歴吸収エネルギーの増加により、減衰は増加するはずである。

(5) 構造部材ごとに異なる減衰から構成される構造系の減衰定数の近似的評価



●理論的には、減衰定数は境界条件が与えられた1自由度系に対して定義されるものであり、上記のように多自由度系で表した構造物では、振動モードごとに異なったモード減衰定数を与えることはできても、場所ごとに減衰を定義することはできない

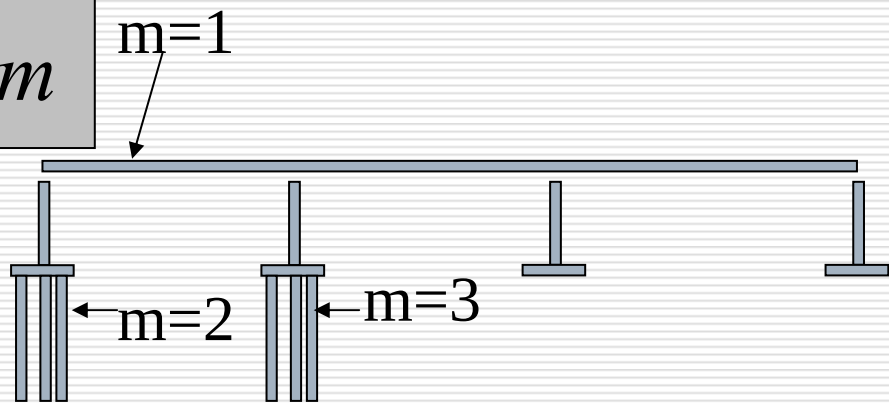
しかし、前ページの仮定はよく用いられる。結局、理論的には正しくなくても、共通の概念で減衰の大きさをあらわす指標がないためである。

こうした場合に、構造系全体の減衰定数の評価をどのようにすればよいか？

- 厳密であり、適用性に優れた方法は存在しない。
- 経験的に、次の方法が用いられることが多い。
  - ✓ひずみエネルギー比例減衰法
  - ✓運動エネルギー比例減衰法

(6) ひずみエネルギー比例減衰法

$$\xi_k = \frac{\sum_{m=1}^{n} \xi_{km} \cdot \boxed{\phi_{km}^T \cdot \mathbf{k}_m \cdot \phi_{km}}}{\sum_{m=1}^{n} \boxed{\phi_{km}^T \cdot \mathbf{k}_m \cdot \phi_{km}}}$$



ここで

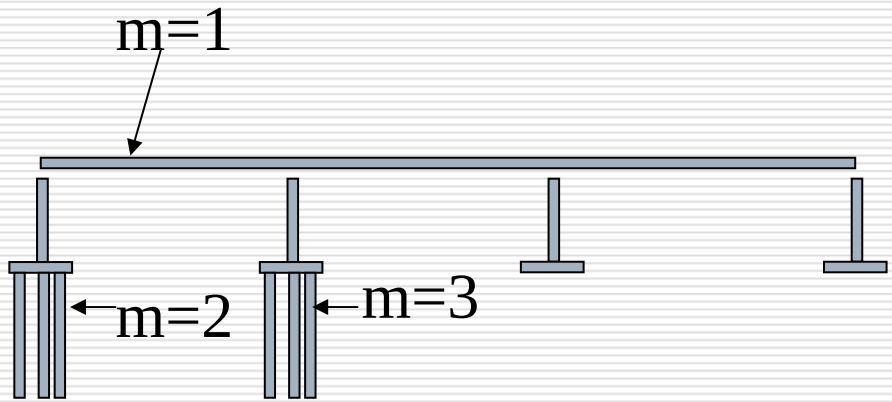
ϕ_{km} ：k次モードに対するm要素のモードベクトル

k_m ：m要素の剛性行列

ξ_{km} ：k次モードに対するm要素の減衰定数

$$u_{km} = \phi_{km} \cdot q_{km}$$

$$f_{km} = k_m u_{km}$$



であるから、

K次モードのm要素に対するひずみエネルギーは

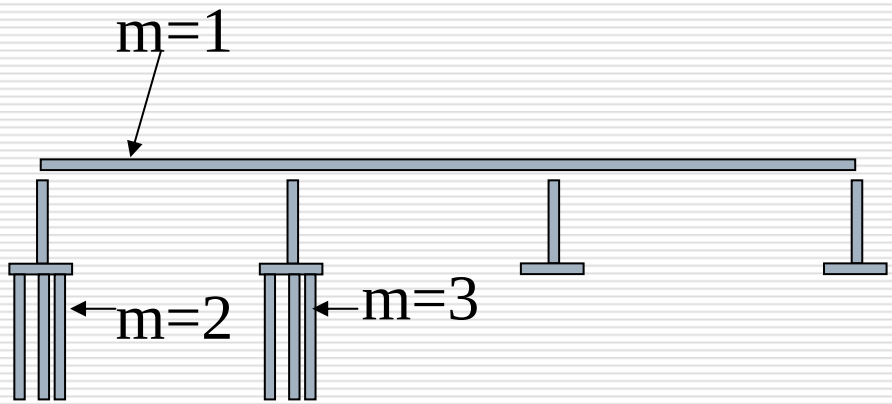
$$U_{km} = \frac{1}{2} f_{km}{}^T u_{km}$$

$$= \frac{q_{km}{}^2}{2} \phi_{km}{}^T k_m \phi_{km}$$

したがって、系全体のひずみエネルギーは

$$U_k = \sum_{m=1}^{n} \frac{q_{km}{}^2}{2} \phi_{km}{}^T k_m \phi_{km} \propto \sum_{m=1}^{n} \phi_{km}{}^T k_m \phi_{km}$$

$$\xi_k = \frac{\sum_{m=1}^{n} U_{km}\xi_{km}}{\sum_{m=1}^{n} U_{km}}$$



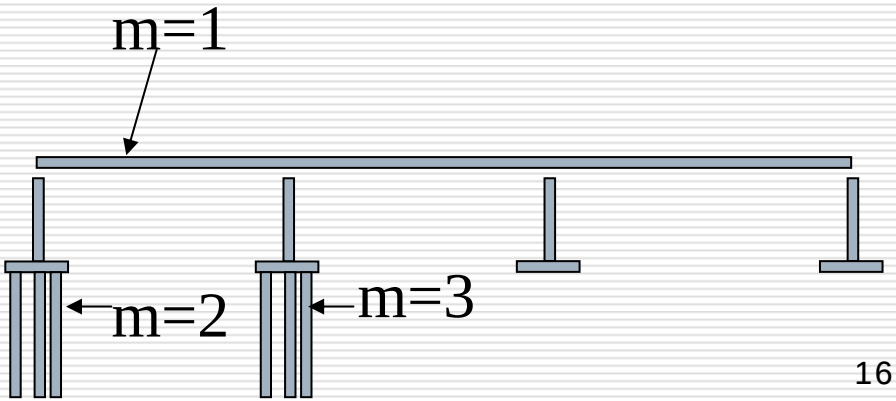
$$= \frac{\sum_{m=1}^{n} \xi_{km} \cdot \phi_{km}^{T} \cdot \mathbf{k}_m \cdot \phi_{km}}{\sum_{m=1}^{n} \phi_{km}^{T} \cdot \mathbf{k}_m \cdot \phi_{km}}$$

ξ_k は、k次モードのひずみエネルギーを重み係数とした各要素の減衰定数の平均値

(7) 運動エネルギー比例減衰法

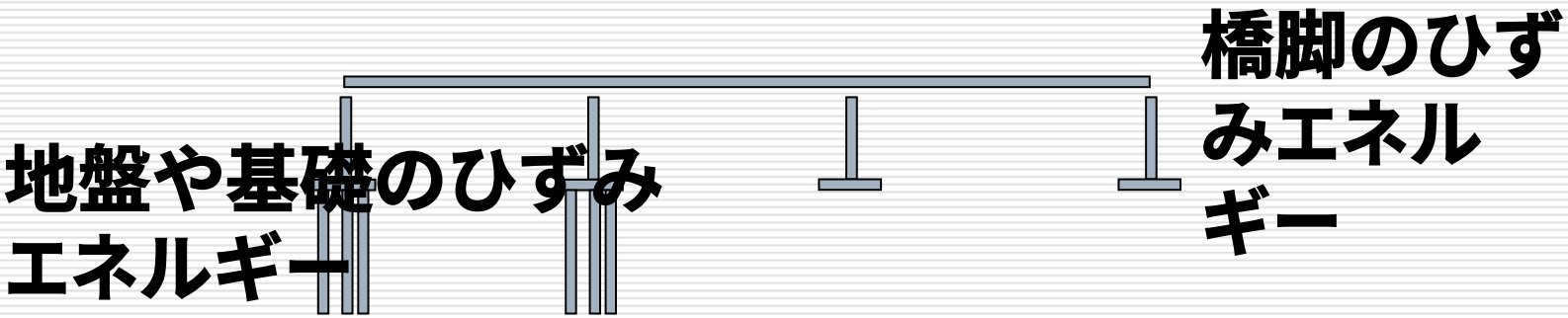
$$\xi_k = \frac{\sum_{m=1}^{n} \xi_{km} \cdot \boxed{\phi_{km}^T \cdot \mathbf{m}_m \cdot \phi_{km}}}{\sum_{m=1}^{n} \boxed{\phi_{km}^T \cdot \mathbf{m}_m \cdot \phi_{km}}} \qquad (2.7)$$

$$V_k \propto \sum_{m=1}^{n} \phi_{km}{}^T m_m \phi_{km}$$



(8) ひずみエネルギー比例減衰法と運動エネルギー比例減衰法のいずれが適用性がよいか？

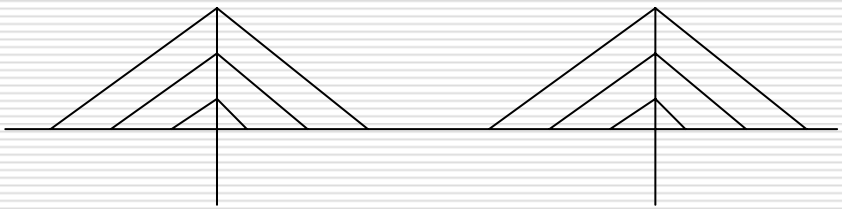
●ひずみエネルギー比例減衰法では、ひずみエネルギーの大きい要素の減衰が卓越する



●ひずみエネルギー比例減衰法は、履歴減衰が卓越する構造系に対して優れている

ひずみエネルギー比例減衰法と運動エネルギー比例減衰法のいずれが適用性がよいか？（続き）

●運動エネルギー比例減衰法では、運動エネルギーの大きい要素の減衰定数が卓越する

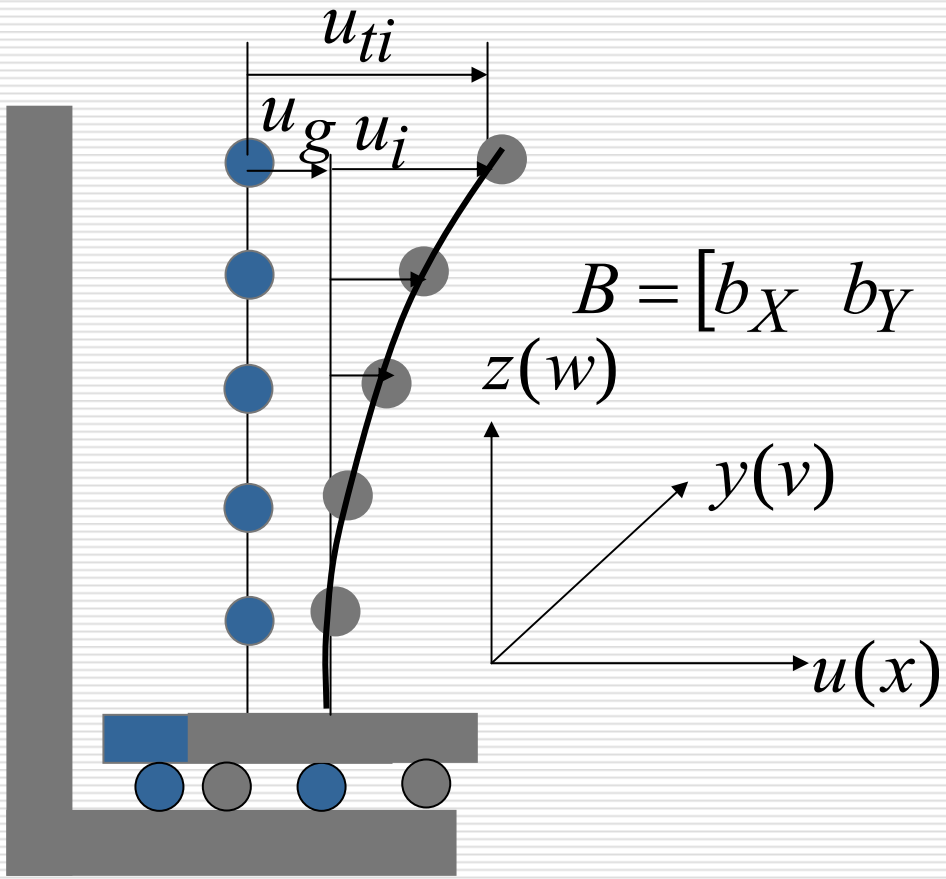


●運動エネルギー比例減衰法は、運動エネルギーが主たる減衰メカに済みになっている構造系の減衰定数を評価するのに適している。

3次元地震入力を受ける場合のせん断振動系構造物

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -MB\ddot{u}_g$$

$$u = \{u_1, v_1, w_1, \ldots\ldots\ldots, u_n, v_n, w_n\}^T$$

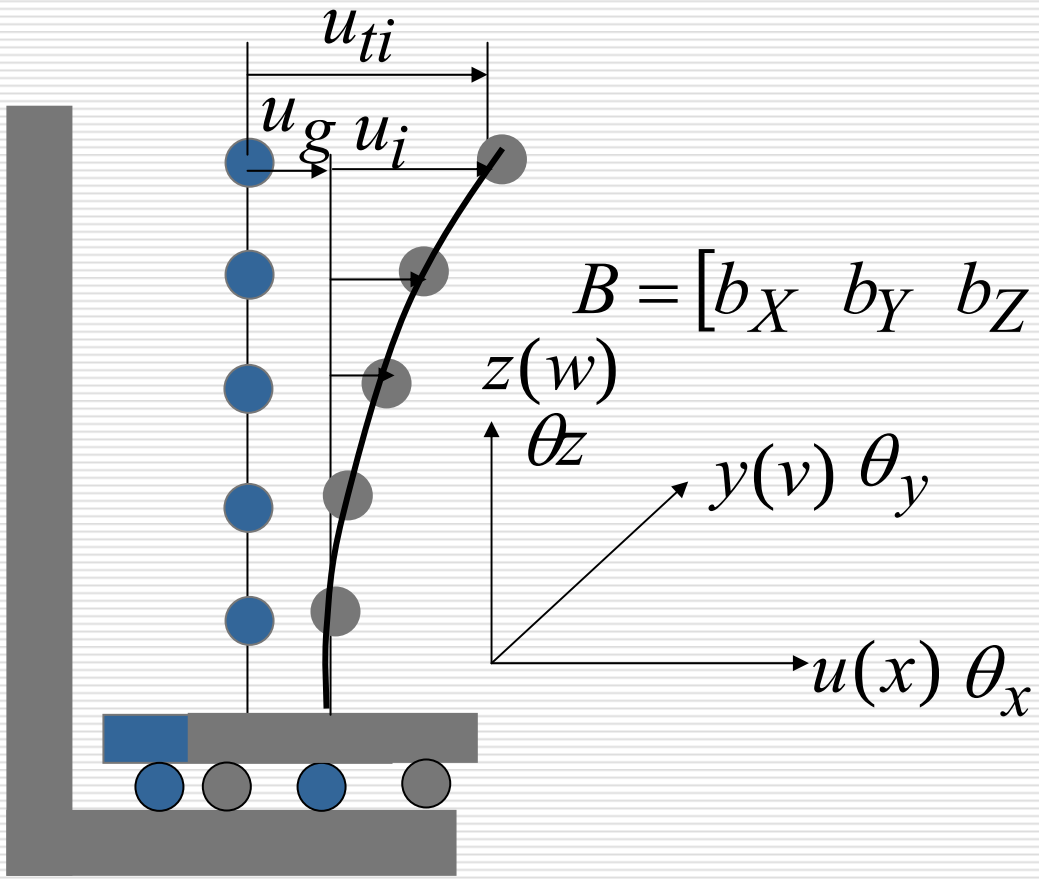


$$B = [b_X \;\; b_Y \;\; b_Z] = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} \ddot{u}_{gx} & \ddot{u}_{gx} & \ddot{u}_{gx} \end{array} \end{array} \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ x \\ y \\ z \\ x \\ y \\ z \end{array} \qquad \ddot{u}_g = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \\ \ddot{u}_{gz} \end{Bmatrix}$$

3次元地震入力を受ける場合の曲げ振動系構造物

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -MB\ddot{u}_g$$

$$u = \{u_1, v_1, w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}, \ldots\ldots\ldots, u_n, v_n, w_n, \theta_{xn}, \theta_{yn}, \theta_{zn},\}^T$$



$$B = [b_X \;\; b_Y \;\; b_Z] = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} \ddot{u}_{gx} & \ddot{u}_{gx} & \ddot{u}_{gx} \end{array} \end{array} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta z \\ \\ \\ \\ \end{array} \ddot{u}_g = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \\ \ddot{u}_{gz} \end{Bmatrix}$$

２．６　非線形動的解析法

● 以上までに示したのは、すべて線形構造物に対する解析法。

●非線形構造物になると、振動モードは計算できない、モード重ね合わせ法は使用できない。

●非線形構造解析では、運動方程式を増分形に直し、直接積分法を用いる必要がある。

1) Incremental Equation of Motion(増分系運動方程式)

時刻 $t+\Delta t$ での運動方程式

$$M\ddot{u}(t+\Delta t)+C_t\dot{u}(t+\Delta t)+F(u_{t+\Delta t})=R(t+\Delta t)+MB\ddot{u}_g(t+\Delta t)$$

時刻tでの運動方程式

$$M\ddot{u}(t)+C_t\dot{u}(t)+F(u_t)=R(t)+MB\ddot{u}_g(t)$$

上式から下式を引くと、

$$M(\ddot{u}(t+\Delta t)-\ddot{u}(t))+C(\dot{u}(t+\Delta t)-\dot{u}(t))$$
$$+F(u_{t+\Delta t})-F(u_t)=R(t+\Delta t)-R(t)+MB(\ddot{u}_g(t+\Delta t)-\ddot{u}_g(t))$$

ここで、時間tと$t+\Delta t$間の変化、すなわち、増分値を以下のように定義すると、

$$\Delta\ddot{u}(t)=\ddot{u}(t+\Delta t)-\ddot{u}(t)$$ 増分加速度

$$\Delta\dot{u}(t)=\dot{u}(t+\Delta t)-\dot{u}(t)$$ 増分速度

$$\Delta u(t)=u(t+\Delta t)-u(t)$$ 増分変位

$$\Delta R(t)=R(t+\Delta t)-R(t)$$ 増分荷重

$$\Delta\ddot{u}_g(t)=\ddot{u}_g(t+\Delta t)-\ddot{u}_g(t)$$ 増分入力加速度

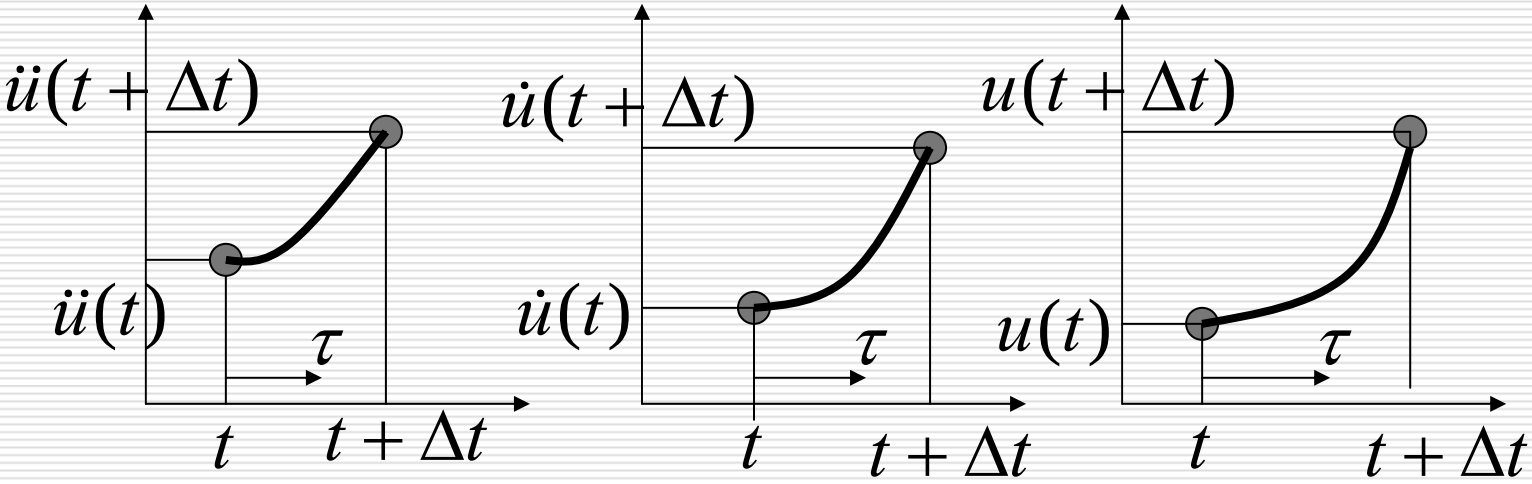
$$M(\ddot{u}(t+\Delta t)-\ddot{u}(t))+C(\dot{u}(t+\Delta t)-\dot{u}(t))$$
$$+F(u_{t+\Delta t})-F(u_t)=R(t+\Delta t)-R(t)+MB(\ddot{u}_g(t+\Delta t)-\ddot{u}_g(t))$$

$$\longrightarrow$$

$$M\Delta\ddot{u}(t)+C_t\Delta\dot{u}(t)+K_t\Delta u(t)=\Delta R(t)+MB\Delta\ddot{u}_g(t)$$

2 ） Step-by Step dynamic response analysis (運動方程式の逐次積分法)

(1) Approximation of Acceleration Vs. Velocity and Displacement (加速度と速度･変位の関係)



- Based on assumed acceleration function $\ddot{u}(\tau)$, the velocity $\dot{u}(\tau)$ and the displacement $u(\tau)$ between the time T and t+Δt can be evaluated as

$$\dot{u}(\tau) = \int_0^{\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau + C_1 \qquad (2.1a)$$

$$u(\tau) = \int \int_0^{\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau + C_1 \tau + C_2 \qquad (2.1b)$$

$$\dot{u}(\tau) = \int_0^{\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau + C_1 \qquad (2.1a)$$

$$u(\tau) = \int \int_0^{\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau + C_1 \tau + C_2 \qquad (2.1b)$$

- From the initial conditions, we obtain the following expressions

$$\dot{u}(t) = C_1 \qquad (2.2a)$$

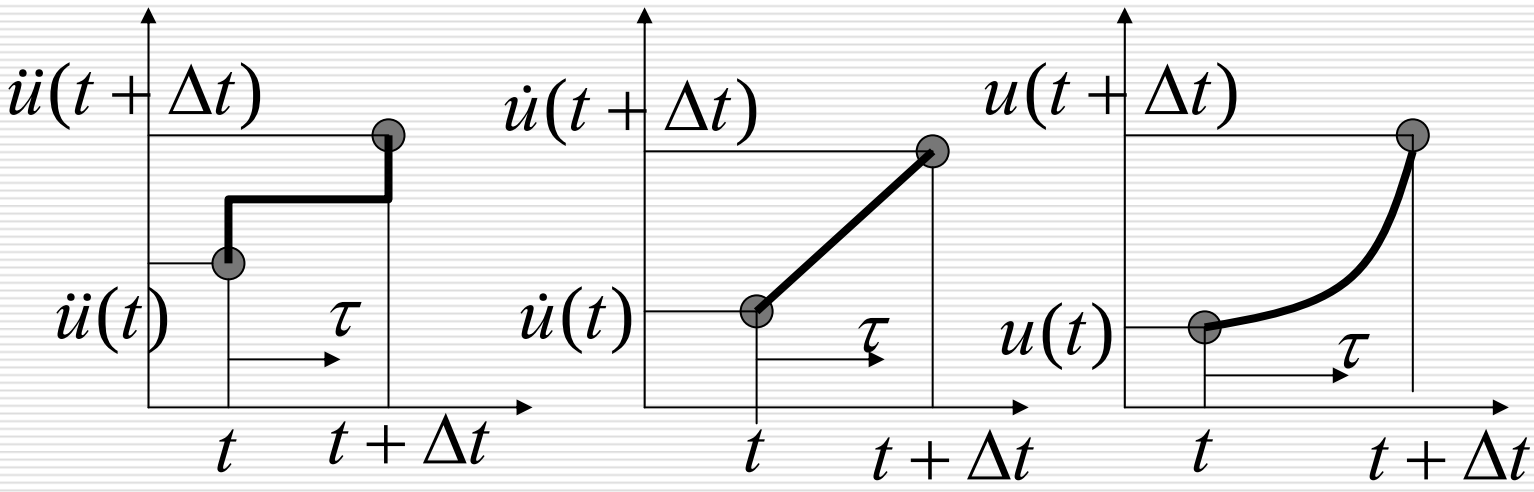
$$u(t) = C_2 \qquad (2.2b)$$

- Substitution of these initial conditions into Eqs. (2.1) leads to

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}(t) + \int_0^{\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau \qquad (2.3a)$$

$$u(\tau) = u(t) + \dot{u}(t)\tau + \int \int_0^{\tau} \ddot{u}(\tau) d\tau \qquad (2.3b)$$

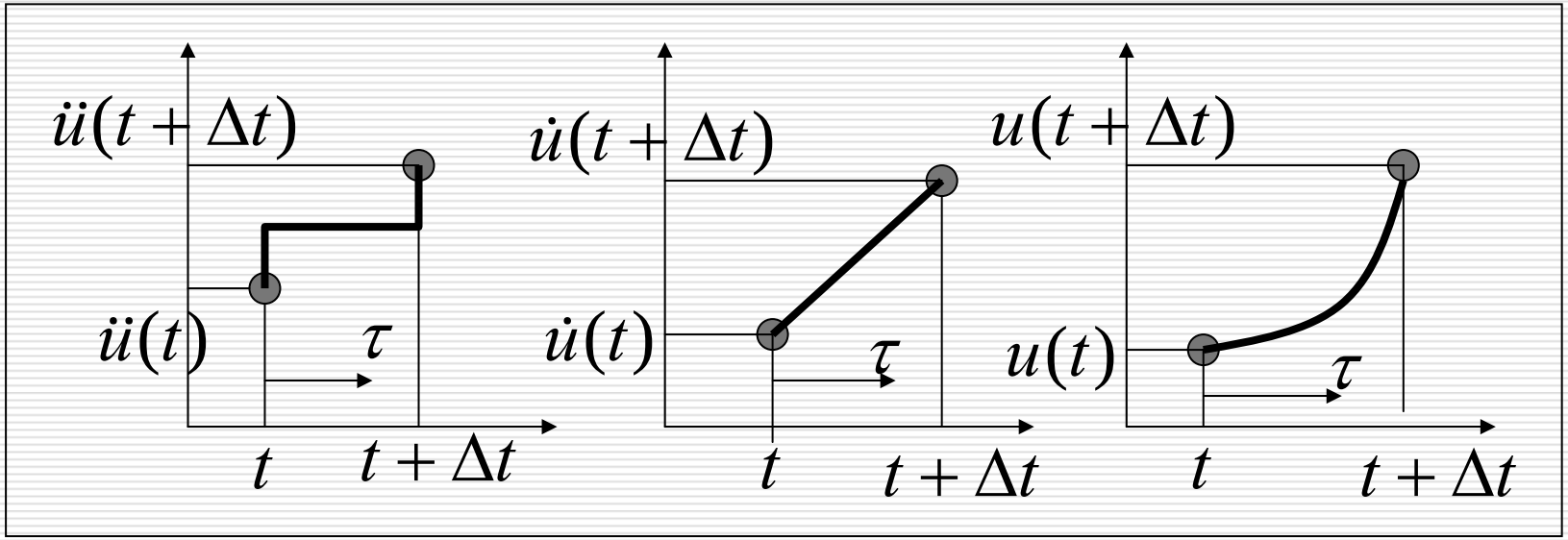
(2) Constant Acceleration Method (一定加速度法)



- Assuming that the acceleration between the time t and t+Δt is constant, and is the averaged value of the acceleration at the time t an d t+Δt as

$$\ddot{u}(\tau) = \frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t+\Delta t)}{2} \qquad (2.4)$$

substitution of Eq. (2.4) into Eq. (2.3) leads to



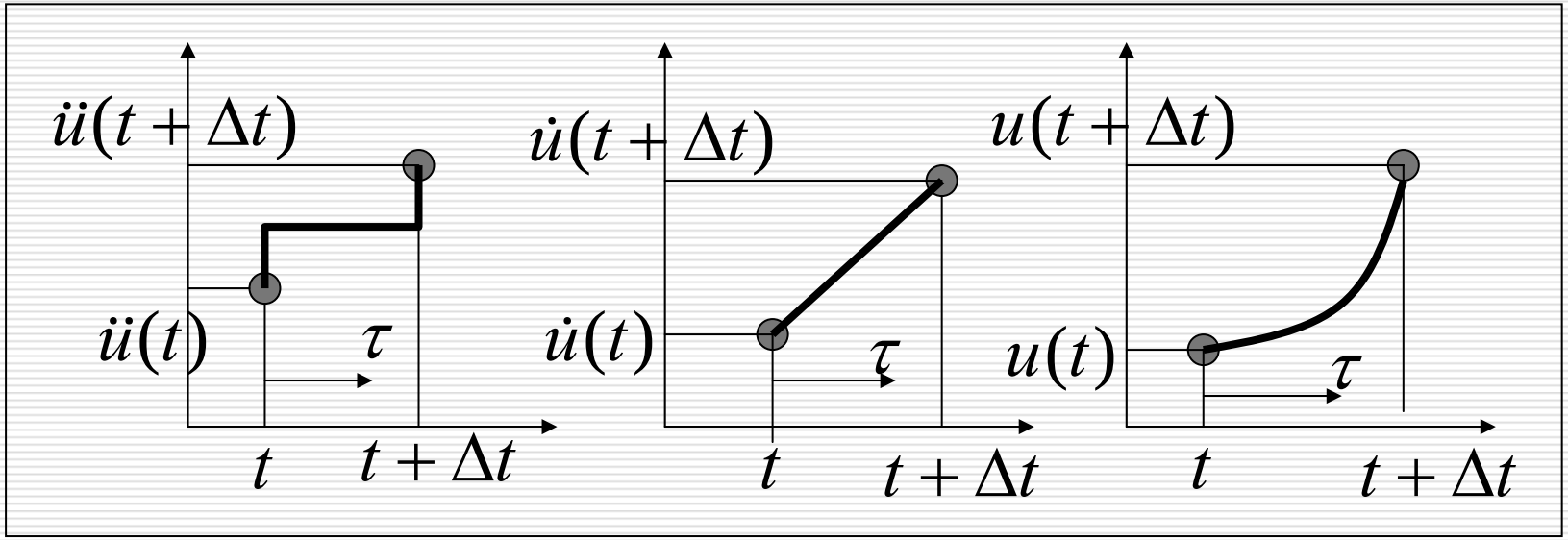
$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_t + \frac{\tau}{2}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.5a)$$

$$u(\tau) = u_t + \dot{u}_t\tau + \frac{\tau^2}{4}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.5b)$$

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}(t) + \int_0^\tau \ddot{u}(\tau)d\tau \qquad (2.3a)$$

$$u(\tau) = u(t) + \dot{u}(t)\tau + \int\int_0^\tau \ddot{u}(\tau)d\tau \qquad (2.3b)$$

$$\ddot{u}(\tau) = \frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t+\Delta t)}{2} \qquad (2.4)$$



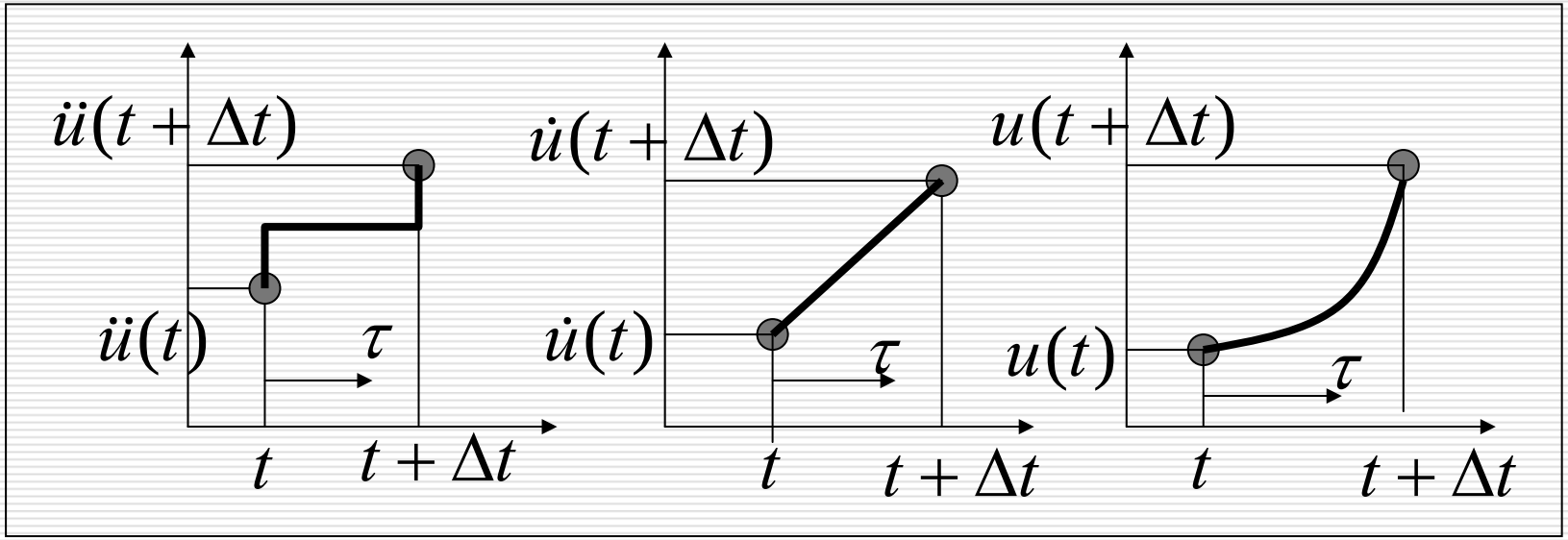
- Hence, substitution of $\tau=\Delta t$ gives

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.6a)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.6b)$$

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_t + \frac{\tau}{2}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.5a)$$

$$u(\tau) = u_t + \dot{u}_t \tau + \frac{\tau^2}{4}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.5b)$$

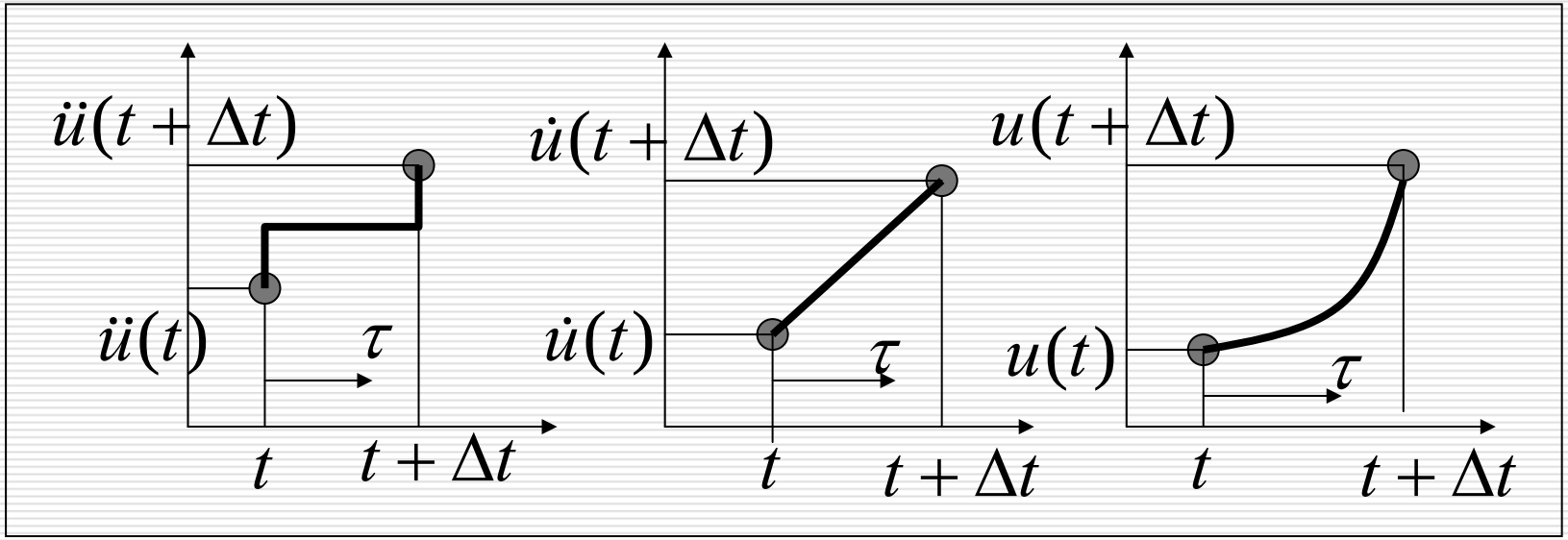


- Eq. (2.6) shows that since we know u_t , $\dot{u}_t$ and $\ddot{u}_t$, once we know the acceleration at the time t+Δt, $\ddot{u}_{t+\Delta t}$, we can know $\dot{u}_{t+\Delta t}$ and $u_{t+\Delta t}$.

- This method is called the constant acceleration method.

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.6a)$$

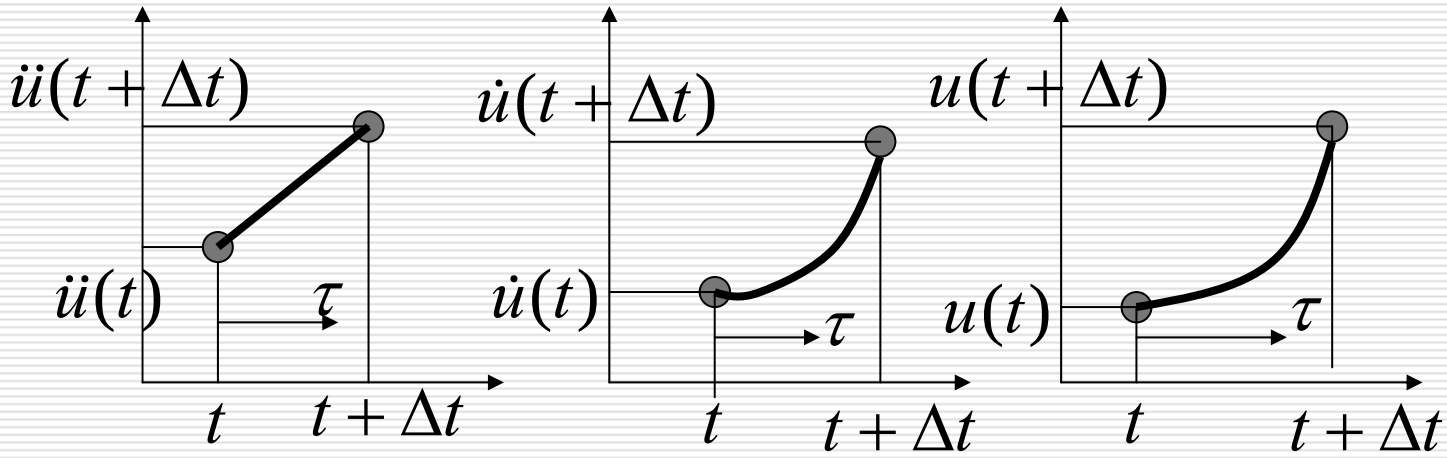
$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4}(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \qquad (2.6b)$$



- The great advantage of the constant acceleration method is that it is unconditionally stable (**無条件に安定**); that is, the error are not amplified from one step to the next no matter how long a time step is chosen.

- Consequently, the time step may be selected considering only the need for properly defining the dynamic excitation and vibration characteristics of the structure.

(3) Linear Acceleration Method (線形加速度法)



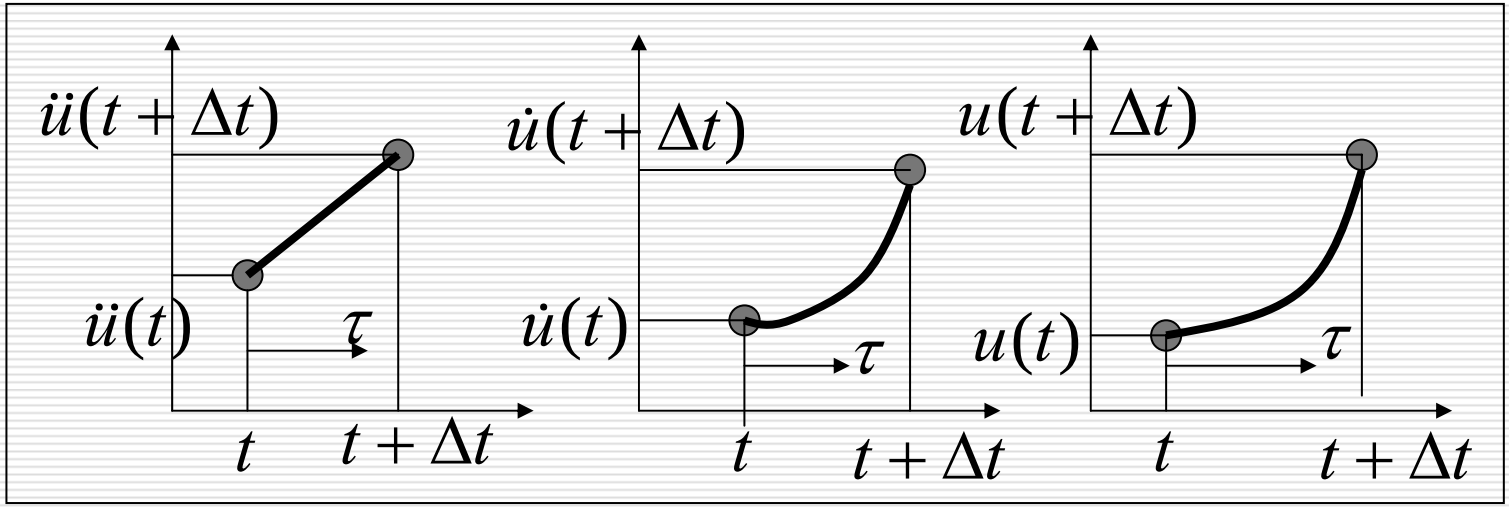
- Another assumption for the acceleration is that it varies linearly with the time between the time t and t+Δt as

$$\ddot{u}(\tau) = \ddot{u}_t + \frac{\tau}{\Delta t}(\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t) \qquad (2.7)$$

- Substitution of this into Eq. (2.3) yields

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}(t) + \int_0^\tau \ddot{u}(\tau)d\tau \qquad (2.3a)$$

$$u(\tau) = u(t) + \dot{u}(t)\tau + \int\int_0^\tau \ddot{u}(\tau)d\tau \qquad (2.3b)$$



$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}_t + \ddot{u}_t \tau + \frac{\tau^2}{2\Delta t}(\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t) \qquad (2.8a)$$

$$u(\tau) = u_t + \dot{u}_t \tau + \frac{\ddot{u}_t \tau^2}{2} + \frac{\tau^3}{6}(\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t) \qquad (2.8b)$$

- Substitution of $\tau = \Delta t$, one obtains

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \ddot{u}_t \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2}(\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t) \qquad (2.9a)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + \frac{\ddot{u}_t \Delta t^2}{2} + \frac{\Delta t^3}{6}(\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t) \qquad (2.9b)$$

- Like the constant acceleration method, the linear acceleration method is widely used in practice.

- However, in contrast to the constant acceleration method, the linear acceleration method is only conditionally stable (**条件付き安定**); it will be unstable unless

$$\frac{\Delta t}{T} \leq \frac{\sqrt{3}}{\pi} = 0.55$$

- However this restriction has little significance in the analysis of SDOF systems, because a shorter time step than this must be used to obtain a satisfactory representation of the dynamic input and response.

(4) Newmark β method (ニューマークのβ法)

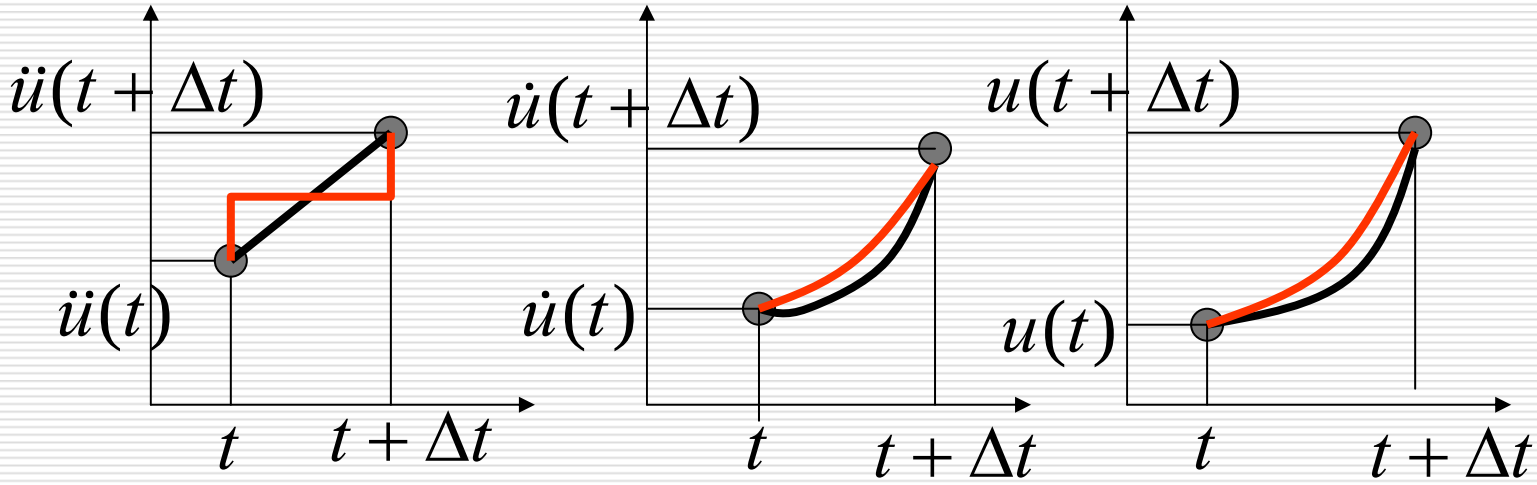
- A more generalized step-by-step formulation was proposed by Newmark, which includes the preceding methods as special cases, but may be applied in several other version.

- In the Newmark formulation , the basic integration equations are expressed as

$$\dot{u}(t+\Delta t) = \dot{u}(t) + \left[(1-\delta)\ddot{u}(t) + \delta\ddot{u}(t+\Delta t)\right]\Delta t \quad (2.10a)$$

$$u(t+\Delta t) = u(t) + \dot{u}(t)\Delta t + \left[(1/2-\sigma)\ddot{u}(t) + \sigma\ddot{u}(t+\Delta t)\right]\Delta t^2 \quad (2.10a)$$

- It is evident in Eq. (2.10) that the factor δ provides a linearly varying weighting between the initial and the final accelerations on the change of velocity; the factor σ similarly provides the weighting the contributions of these initial and the final accelerations to the change of displacement.



$$\dot{u}(t+\Delta t) = \dot{u}(t) + \left[(1-\delta)\ddot{u}(t) + \delta\ddot{u}(t+\Delta t)\right]\Delta t \quad (2.10a)$$

$$u(t+\Delta t) = u(t) + \dot{u}(t)\Delta t + \left[(1/2-\sigma)\ddot{u}(t) + \sigma\ddot{u}(t+\Delta t)\right]\Delta t^2 \quad (2.10a)$$

$\delta = \frac{1}{2}$ and $\sigma = \frac{1}{4}$; constant acceleration method (**一定加速度法**)

$\delta = \frac{1}{2}$ and $\sigma = \frac{1}{6}$; Linear acceleration method (**線形加速度法**)

(5) Newmarkの一般化された加速度法

$$\Delta\ddot{u}(t) = C_1\Delta u(t) - C_3\dot{u}(t) - C_4\ddot{u}(t)$$
$$\Delta\dot{u}(t) = C_2\Delta u(t) - C_4\dot{u}(t) - C_5\ddot{u}(t) \qquad (2.51)$$

一定加速度法

$$C_1 = 4/\Delta t^2$$
$$C_2 = 2/\Delta t$$
$$C_3 = 4/\Delta t$$
$$C_4 = 2$$
$$C_5 = 0$$

線形加速度法

$$C_1 = 6/\Delta t^2$$
$$C_2 = 3/\Delta t$$
$$C_3 = 6/\Delta t$$
$$C_4 = 3$$
$$C_5 = \Delta t/2$$

$$M\Delta\ddot{u}(t) + C_t\Delta\dot{u}(t) + K_t\Delta u(t) = \Delta R(t) + MB\Delta\ddot{u}_g(t) \qquad (2.47)$$

に、一般化された加速度法の関係

$$\begin{aligned} \Delta\ddot{u}(t) &= C_1\Delta u(t) - C_3\dot{u}(t) - C_4\ddot{u}(t) \\ \Delta\dot{u}(t) &= C_2\Delta u(t) - C_4\dot{u}(t) - C_5\ddot{u}(t) \end{aligned} \qquad (2.51)$$

を代入すると、

$$\tilde{K}_t\Delta u(t) = \Delta\tilde{R}(t) \qquad (2.52)$$

ここで

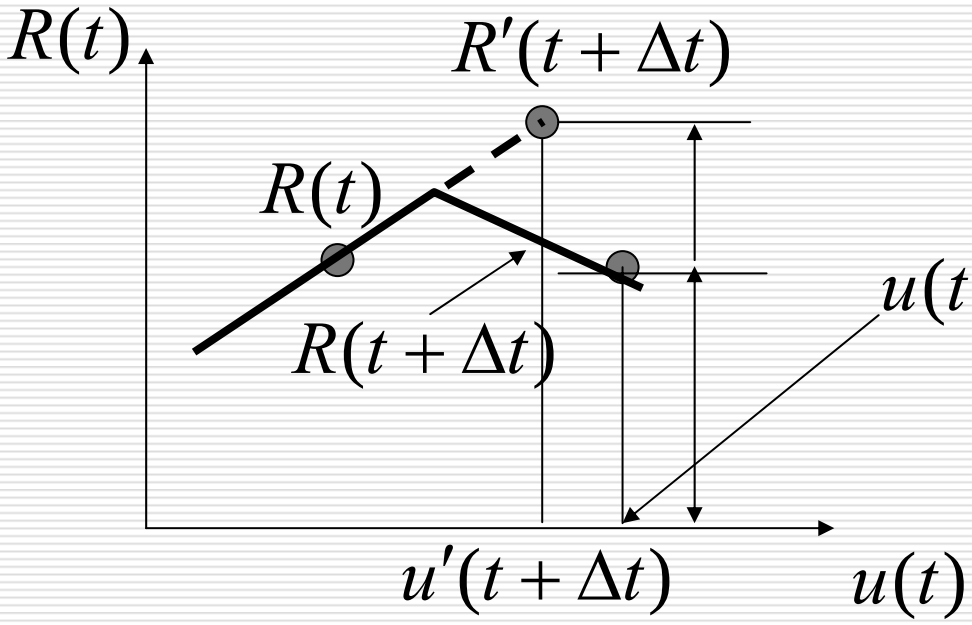
$$\tilde{K}_t = C_1M + C_2C_t + K_t \qquad (2.53)$$

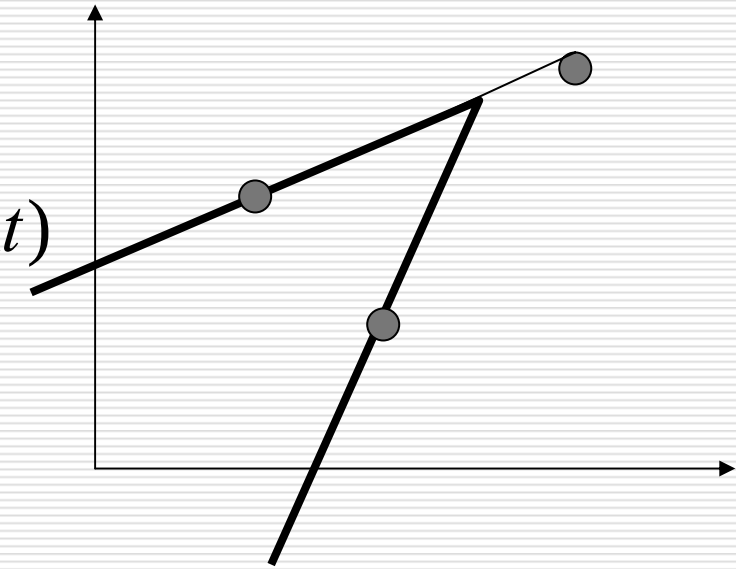
$$\begin{aligned} \Delta\tilde{R}(t) = \Delta R(t) + MB\Delta\ddot{u}_g(t) + \{C_3M + C_4C_t\}\dot{u}(t) \\ + \{C_4M + C_5C_t\}\ddot{u}(t) \end{aligned} \qquad (2.54)$$

(6) 解析精度

$$\tilde{K}_t \Delta u(t) = \Delta \tilde{R}(t)$$

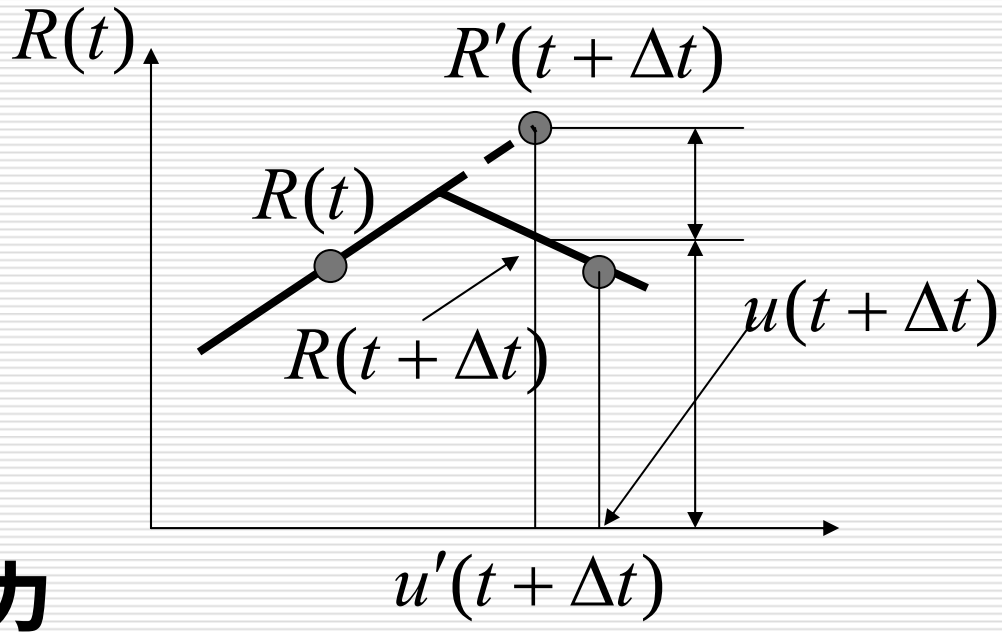
$$\tilde{K}_t = C_1 M + C_2 C_t + K_t$$





オーバーシュート

(7) 不つり合い力



解析により求めた復元力

$$R'(t+\Delta t) = M\ddot{u}_{t+\Delta t} + C\dot{u}_{t+\Delta t} + F^{S}_{t+\Delta t}$$

正しい復元力 $= \ R(t+\Delta t)$

不つり合い力 $\delta R_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} - R'(t+\Delta t)$

$$= R_{t+\Delta t} - \left\{ M\ddot{u}_{t+\Delta t} + C\dot{u}_{t+\Delta t} + F^{S}_{t+\Delta t} \right\}$$

(8) 解析精度の定義

解析精度の定義

$$\Delta_P = \frac{\left\| \delta R_{t+\Delta t} \right\|}{\left\| R_{t+\Delta t} \right\| + \left\| R_{t+\Delta t} - \delta R_{t+\Delta t} \right\|} \leq \Delta_{PS}$$

$$\Delta_E = \left\| \delta R_{t+\Delta t} \right\|$$

$$\left\| a \right\| = \{a\}^T \{a\}$$

$$\max(\delta R_{t+\Delta t,i})$$

.

.

.

もし、誤差 ＞ 許容誤差であれば、解析精度は不十分と判断する

(9) 解析精度が不十分な場合の対応

もし、誤差 >許容誤差であれば,

- 積分時間間隔を短くして再計算。この方法は、どのような場合にも、最も無難で精度も向上する
- 不つり合い力を、次の時間ステップの外力に加える
- イテレーションをする

(10) 不つり合い力を次の時間ステップの外力に加える方法

時刻tでの不つり合い力

$$\delta R_t = R_t - \left\{ M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + F_t^S \right\}$$

増分系の運動方程式

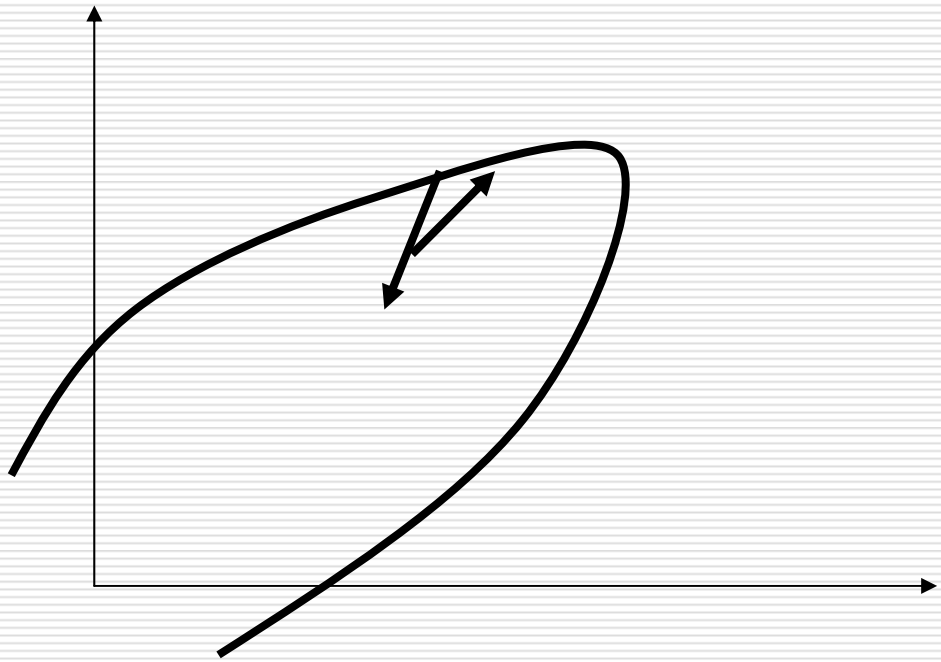
$$M\Delta\ddot{u}(t) + C_t\Delta\dot{u}(t) + K_t\Delta u(t) = \Delta R(t)$$

増分外力に不つり合い力を加える

$$\begin{aligned} & M\Delta\ddot{u}(t) + C_t\Delta\dot{u}(t) + K_t\Delta u(t) \\ & = \Delta R_t + \delta R_t \\ & = R_{t+\Delta t} - R_t + \left[R_t - \left\{ M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + F_t^S \right\} \right] \\ & = R_{t+\Delta t} - \left\{ M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + F_t^S \right\} \end{aligned}$$

不つり合い力を次の時間ステップの外力に加える方法

履歴特性が卓越する構造系では、除荷と再載荷を正しく解析できることが重要。数値解析上の誤差で間違った除荷を与えると、その後の応答が正しく求められない構造系もあるので、このような場合には、積分時間を小さくする方がよい。

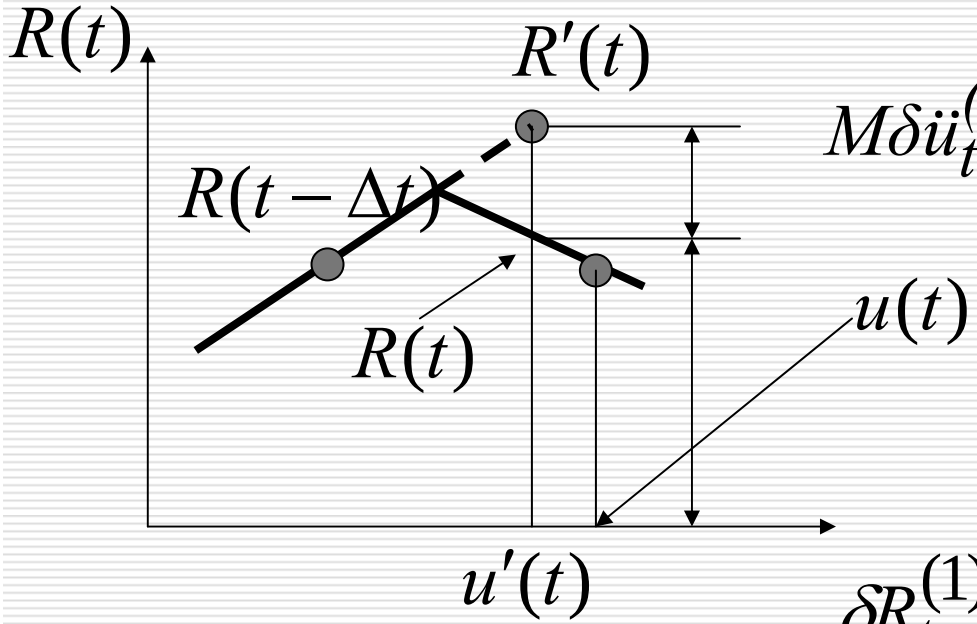


(11) イテレーション法

不つり合い力

$$\delta R_t = R_t - \left\{ M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + F_t^S \right\}$$

不つり合い力を外力として補正方程式



$$M\delta\ddot{u}_t^{(i)} + C\delta\dot{u}_t^{(i)} + K_t^{(i)}\delta u_t^{(i)} = \delta R_t^{(i)}$$

$$\delta\ddot{u}_t^{(i)} = \ddot{u}_t^{(i+1)} - \ddot{u}_t^{(i)}$$

$$\delta\dot{u}_t^{(i)} = \dot{u}_t^{(i+1)} - \dot{u}_t^{(i)}$$

$$\delta u_t^{(i)} = u_t^{(i+1)} - u_t^{(i)}$$

$$\delta R_t^{(1)} = \delta R_t$$

$$\delta R_t^{(i)} = R_t - M\ddot{u}_t^{(i)} - C\dot{u}_t^{(i)} - F_t^{S(i)}$$

２．７　解析ソフィトと特徴

1）汎用電子計算機プログラム

- ✓ ASKA
- ✓ DYNA
- ✓ ABAQUA
- ✓ SAP2000
- ✓TDAP
- ✓……

➢ 広範囲な構造解析
➢ よくメインテナンスされているe
➢ 解析結果に対してある程度の信頼性がある
➢ プログラムを修正や拡張使用とする容易ではない
➢ ユーザールーティンは取り入れることが可能なものが多い

2) 手作りソフト

- 問題指向型のルーチンを取り入れることが容易
- 他のグループや一般ユーザーには使用しにくい。また、長期的なメイテナンスが困難
- 結果に対するコンセンサスが無い場合が多い

✧ ソースコードを公開し、誰もがソースを確認したり、変更できるようにする

✧ 使用マニュアルを用意し、例題データを用意する

3）動的解析プログラムの一般的構成

構造物の形状や材料特性の入力

入力地震動の入力

時間によらない質量行列や剛性行列のうち、線形部分の算出

時刻 t

非線形剛性行列の計算

$$K_t = K^L + K^{NL}$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_t \Delta \mathbf{u}(t) = \Delta \tilde{\mathbf{R}}(t) \qquad (2.52)$$

時刻 $t+\Delta t$ での応答の計算

解の精度の検討

もし、解の精度が不十分と判定されたら、積分時間間隔を小さくするか、不つり合い力を次のステップの荷重増分に外力として加えるか、イテレーションを行う。

応答値をファイルに格納

$t \leftarrow t+\Delta t$　　地震動入力が終了するまで反復

２．８　動的解析に際しての注意事項

●まず、正解のわかっている問題を解き、解を確認してから使用するのがよい。

●節点数をむやみやたらに増やした解析の前に、かならず、簡単なモデル化で解析し、全体の傾向を把握してから、必要な節点数に増やしていく

●むやみやたらに多数の非線形要素を使用しない。解が収斂しない可能性がある。できるだけ、必要最小限の非線形要素でモデル化することが望ましい。

●「計算機がこう言っている」という説明は通用しない。最終的に、解析ソフトの利用者がその結果に対して責任を持たなければならない。不審な解析結果であれば、徹底的にチェックすべき。自信のある（自信が持てる状態で）結果しか利用すべきではない。

2.9 動的解析を実際にやってみよう

1) DYMOとは

●「橋の動的耐震設計法マニュアル」（(財) 土木研究センター）に付属する動的解析体験版ソフトウェア

●1基の各部構造とそれが支持する上部構造部分に対して、簡単に動的解析を体験することができる。

●プログラムは土木研究センターのホームページ(http://www.pwrc.or.jp/)から無料でダウンロード可能

●参考資料として、「橋の動的耐震設計法マニュアル－動的解析および耐震設計の基礎と応用」が土木研究センター（電話：３８３５－３６０９，e-mail: kikaku@pwrc.or.jp）から販売されているので、適宜、購入すると参考になる。

ル(F)　編集(E)　表示(V)　お気に入り(A)　ツール(T)　ヘルプ(H)

戻る　検索　お気に入り

ス(D)　http://www.pwrc.or.jp/　移動　リンク

PWRC　財団法人 土木研究センター
Public Works Research Center

技術開発・普及のエキスパート

事業案内

- 受託研究・課題
- 技術開発
- 技術普及
- 審査・証明
- 試験証明
- 刊行物等
- コピーサービス
- 技術計算プログラム
- フリーソフト&マニュアル

PWRC概要

- ごあいさつ
- 組織・役員
- 事業の内容
- 技術研究所
- なぎさ総合研究室
- 所在地・地図
- 賛助会員
- 寄付行為等

お知らせ

（最終更新日：2008年5月1日）

2007.11.27「橋梁の免震設計に関する講習会」（2007.11.27　終了）「Q＆Aコーナー」

2007.10.17「建設技術審査証明　第6回技術報告会」（2007.10.17　終了）

2007.9.5　「技術の紹介」

・鋼橋の長寿命化を支える塗替え工法（ブラストを用いた局部補修）

インターネット

ル(F) 編集(E) 表示(V) お気に入り(A) ツール(T) ヘルプ(H)
戻る 検索 お気に入り
ス(D) http://www.pwrc.or.jp/freesoftmanual.html 移動 リンク

フリーソフ&マニュアルのご紹介

- フリーソフト（DYMO）
- 橋の動的耐震設計法マニュアル
- 落橋防止構造設計ガイドライン(案)

トップページへ戻る

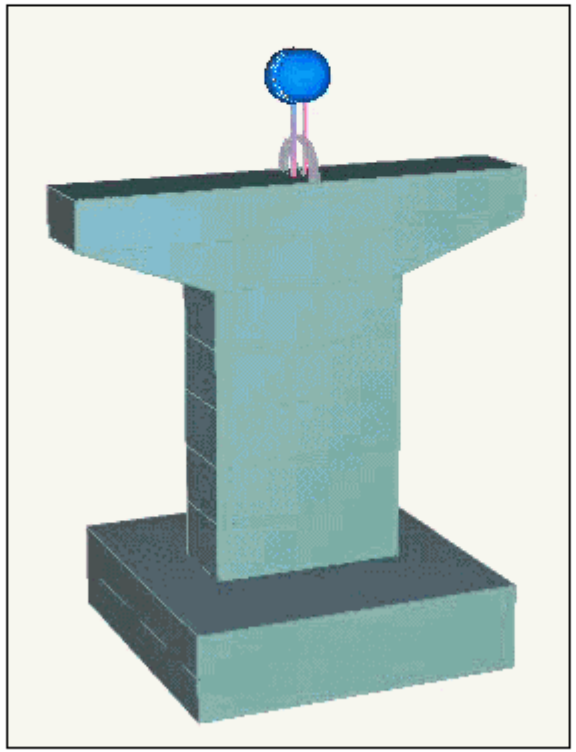
p://www.pwrc.or.jp/bridge.htm#001 インターネット

ル(F) 編集(E) 表示(V) お気に入り(A) ツール(T) ヘルプ(H)
戻る 検索 お気に入り
ス(D) http://www.pwrc.or.jp/dymo.html 移動 リンク

動的解析体験版ソフトウェア"DYMO"のご紹介

川島一彦東京工業大学教授を委員長とする「橋の動的耐震設計法マニュアル検討委員会」において、簡単な鉄筋コンクリート橋脚を対象として動的解析が可能な「動的解析体験版ソフウェア"DYMO"」を作成致しました。「橋の動的耐震設計法マニュアル」に連動した内容となっておりますので、ソフトウェアをダウンロードの上起動して、マニュアルを片手に橋の動的解析を体験してみてください。

今後、DYMOおよび「橋の動的耐震設計法マニュアル」が橋梁の耐震設計に関係する技術者に有効に活用されることを期待致します。



ージが表示されました
インターネット

ル(F) 編集(E) 表示(V) お気に入り(A) ツール(T) ヘルプ(H)

戻る 検索 お気に入り

ス(D) http://www.pwrc.or.jp/dymo.html 移動 リンク

- 本ページに掲載されたプログラム(DYMO)及びデータの著作権は、全て財団法人土木研究センターに帰属します。
- 本ページに掲載されたプログラム(DYMO)及びデータの再配布を禁止します。
- 本プログラム(DYMO)を運用した結果に関し、財団法人土木研究センターは、一切の責任を負わないものとします。
- スタートアップガイドは、pdf形式のファイルです。閲覧にはAdobe Readerなどのソフトが必要です。Adobe Readerは、ページ下部のリンク先より無償でダウンロードできます。
- サンプルデータは、すべてlzh形式で圧縮されています。解凍には、lhasaなどのソフトが必要です。それらのソフトは、ページ下部のリンク先より無償でダウンロードできます。

※サンプル画像

プログラムのセットアップ

DYMO_Setup100.exe (13,441,451Byte、exe形式)

スタートアップガイド

DYMO_Startup_Guide01.pdf (1,046,822byte、pdf形式)

サンプルデータ

計算例__ケース1.dym (8,572,854byte、lzh形式)

計算例__ケース2.dym (8,577,561byte、lzh形式)

計算例__ケース3.dym (8,604,355byte、lzh形式)

test01.dym (8,600,192byte、lzh形式)

test02.dym (8,592,836byte、lzh形式)

test03.dym (8,580,548byte、lzh形式)

ージが表示されました インターネット

ｲﾙ(F)　編集(E)　計算(C)　表示(V)　ｳｨﾝﾄﾞｳ(W)　ﾍﾙﾌﾟ(H)

はじめに
構造条件の入力
- 基本条件
- 材料
- 上部構造
- 支承条件
- 橋脚のモデル化(1)
- 橋脚のモデル化(2)
- 杭基礎

橋脚のP～δ関係
固有振動解析
- 解析結果
- 減衰の設定

入力地震動の選定
非線形動的解析
- 応答加速度
- 応答変位
- 応答履歴
- 安全性の照査

さいごに

動的解析体験版ソフトウェア DYMO

ー鉄筋コンクリート橋脚の非線形動的解析プログラムー

DYMOは
「橋の動的耐震設計法マニュアル検討委員会」が
作成した鉄筋コンクリート橋脚の
非線形動的解析プログラムです

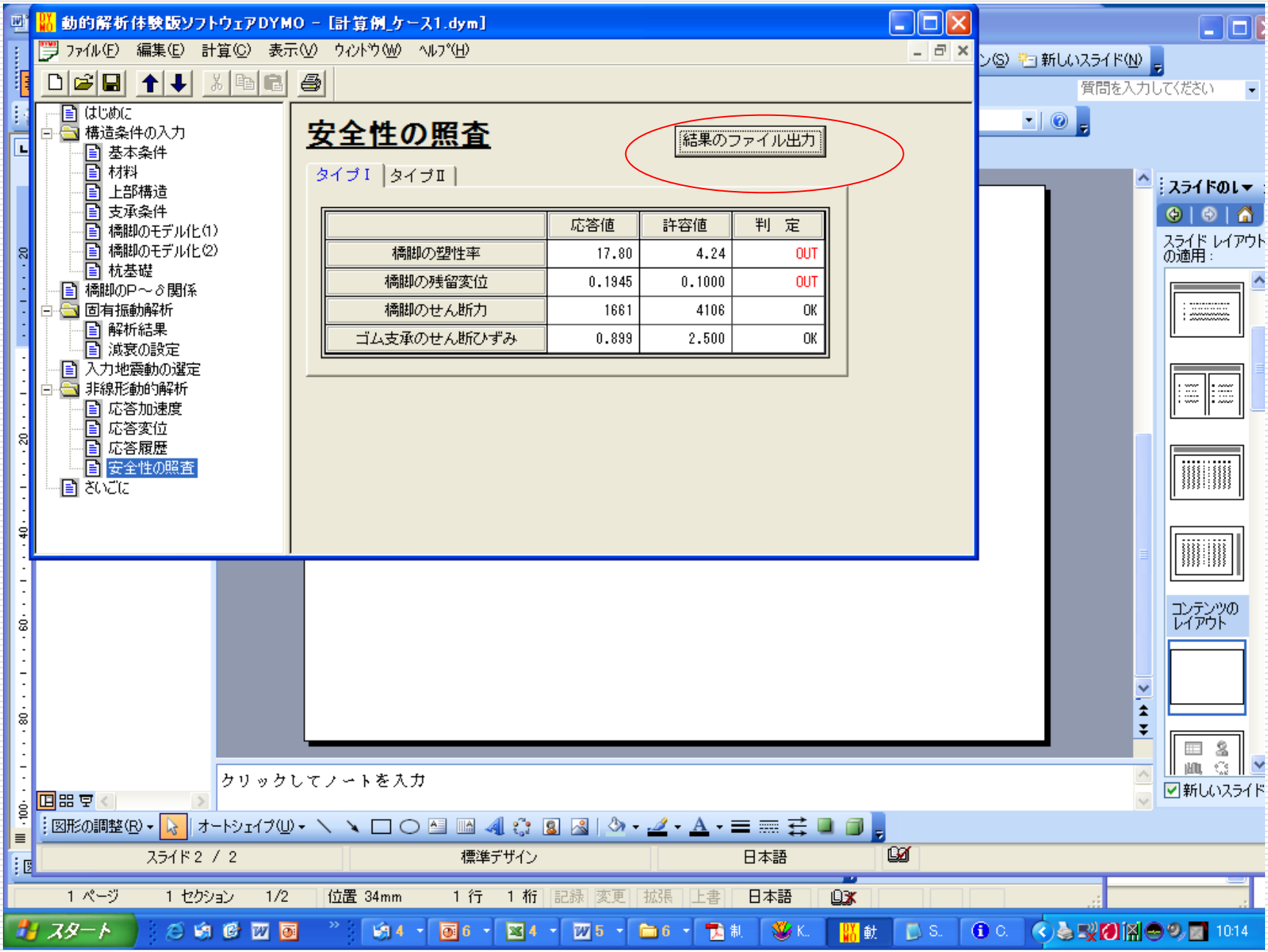
財団法人　土木研究センター　　http://www.pwrc.or.jp/

2）動的解析結果のディジタルデータを得るためには
2) How can we get digital data of the response?

●DYMOをインストールしたフォルダに”SpecialDYMO.ini”というファイルを作る。空ファイルで良い。

●この空ファイルが作られていれば、「非線形動的解析」ー＞「安全性の照査」画面の「結果のファイル出力」ボタンが出てくる。

●「結果のファイル出力」ボタンをクリックすると、今開いているデータファイルのあるフォルダーに”OutType1.csv”（タイプⅠ地震動の結果）と”OutType2.csv”（タイプⅡ地震動の結果）というファイルが出力される。


動的解析体験版ソフトウェアDYMO - [計算例_ケース1.dym]
ファイル(F) 編集(E) 計算(C) 表示(V) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
はじめに
構造条件の入力
基本条件
材料
上部構造
支承条件
橋脚のモデル化(1)
橋脚のモデル化(2)
杭基礎
橋脚のP～δ関係
固有振動解析
解析結果
減衰の設定
入力地震動の選定
非線形動的解析
応答加速度
応答変位
応答履歴
安全性の照査
さいごに
安全性の照査
結果のファイル出力
タイプⅠ
タイプⅡ
応答値 許容値 判 定
橋脚の塑性率 17.80 4.24 OUT
橋脚の残留変位 0.1945 0.1000 OUT
橋脚のせん断力 1661 4106 OK
ゴム支承のせん断ひずみ 0.899 2.500 OK
クリックしてノートを入力
スライド 2 / 2
標準デザイン
日本語

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	塑性率	17.80446	4.235882									
2	曲率	0.040285	0.007138									
3	残留変位	0.194488	0.1									
4	せん断力	1660.581	4106.438									
5	支承ひずみ	0.899141	2.5									
6	0	0	0	0	0	0	0	0				
7	0.01	0	0	0	0	0	0	0				
8	0.02	0	0	0	0	0	0	0				
9	0.03	0	0	0	0	0	0	0				
10	0.04	0	0	0	0	0	0	0				
11	0.05	0	0	0	0	0	0	0				
12	0.06	0	0	0	0	0	0	0				
13	0.07	0	0	0	0	0	0	0				
14	0.08	0	0	0	0	0	0	0				
15	0.09	0	0	0	0	0	0	0				
16	0.1	0	0	0	0	0	0	0				
17	0.11	0	0	0	0	0	0	0				
18	0.12	0	0	0	0	0	0	0				
19	0.13	0	0	0	0	0	0	0				
20	0.14	0	0	0	0	0	0	0				
21	0.15	0	0	0	0	0	0	0				
22	0.16	0	0	0	0	0	0	0				
23	0.17	7.22E-07	-2.50E-10	[illegible]	4.68E-12	[illegible]	[illegible]	-0.00015				
24	0.18	1.90E-06	-1.25E-09	-1.50E-09	[illegible]	1.26E-06	[illegible]	-0.00083				
25	0.19	2.05E-06	-3.25E-09	-3.49E-09	2.43E-10	6.18E-06	-1.40E-10	-0.00229				
26	0.2	2.76E-07	-6.24E-09	-6.99E-09	7.49E-10	1.91E-05	-2.71E-10	-0.00444				
27	0.21	-3.66E-06	-1.02E-08	-1.19E-08	1.66E-09	4.24E-05	-4.24E-10	-0.00695				
28	0.22	-8.60E-06	-1.52E-08	-1.81E-08	2.85E-09	7.26E-05	-5.81E-10	-0.00953				
29	0.23	-1.21E-05	-2.12E-08	-2.52E-08	3.92E-09	9.99E-05	-7.42E-10	-0.01216				

時間

桁の加速度

桁の変位

橋脚上端の変位

支承の相対変位

支承の作用力

橋脚基部の曲率

橋脚基部の曲げモーメント

Time

Deck Acceleration

Deck Displacem

Displacement at top of column

Bearing displace

Bearing force

Curvature at the plastic hinge of column

Moment at the plastic hinge of column

3) DYMOを使った解析
3) Analysis using DYMO

●計算例2を読み込む

●構造条件の入力ーほとんどはディフォルトデータでよい。ただし、支承条件では、“固定支承”にする

●固有振動解析の中では、以下の点を試してみる。

✓固有周期、固有振動モード、刺激係数の理解

✓減衰の設定では、どの固有振動モードに着目するかを変えてみる。α、βの値もチェックしてみる。

●入力地震動として、道路橋示方書の参考資料に示されている標準波形がすぐ読み込めるようになっているので、このタイプⅠとタイプⅡ地震動を使用する。

●タイプⅠ地震動とは、加速度応答スペクトルで約1gの地震動、タイプⅡ地震動とは加速度応答スペクトルで約2gの加速度である。ただし、地盤種別で異なる。

●“安全性の照査”の中に“結果のファイル出力”ボタンを押すと、応答値に関するエクセルデータが得られる。これをもとに、自分で、応答波形をプロットしてみる。ただし、動的解析結果のディジタルデータを得るためには、p．8の対応が必要である。

●応答波形をまとめて、課題として提出する（提出：6月4日）。