

ゲームの木

-- 合理的思考の技術 Lecture 4 --

小林憲正

VALDES

Tokyo Institute of Technology

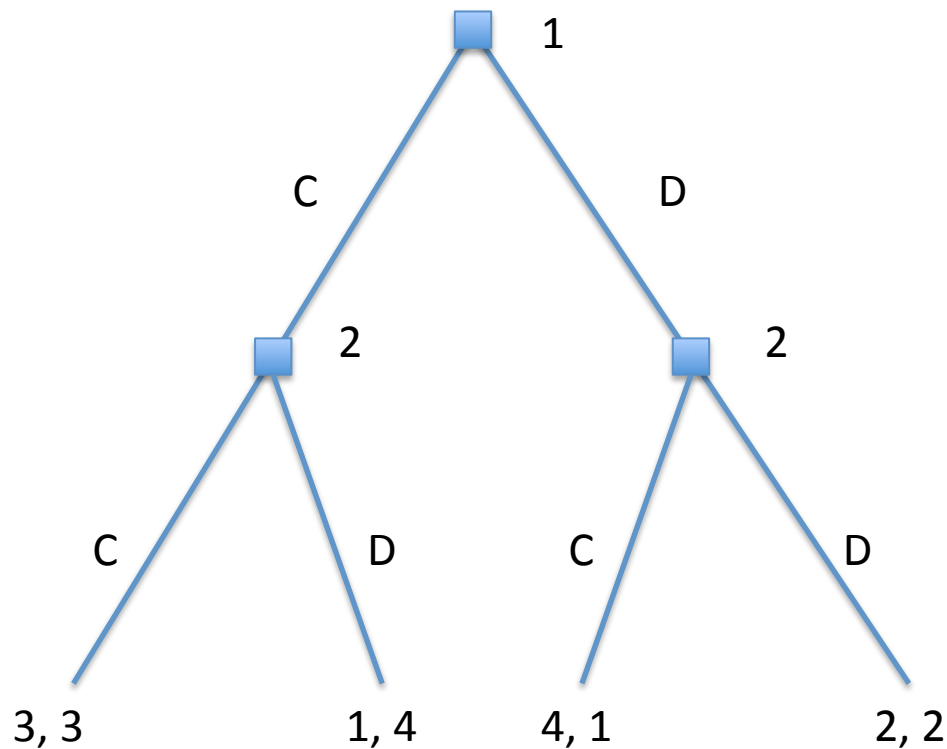
ゲームの木 Game Tree

- ゲームの木 game tree
 - 決定ノードは、プレイヤーの手番
 - 不確実性ノードは、**自然 nature** と呼ばれることもある
 - 終端ノードには、それぞれのプレイヤーの効用
- 標準形 normal form に対して、木を用いたゲームの表現を**展開形 extensive form** という
- 過去の他のプレイヤー（自然も含む）のプレーが全て見えるという意味で**完全情報 perfect information** であると呼ばれる

戦略 Strategy

- 後述する後ろ向き帰納法などのアルゴリズムにより、ゲームの木が与えられると、全ての決定ノードでの決定の仕方を求めることができる
- これを考慮し、ゲーム理論では各プレイヤーについて、その全ての決定ノードにおける選択を列挙したものを考えることがあり、これを戦略という

例) 2段階囚人のジレンマ

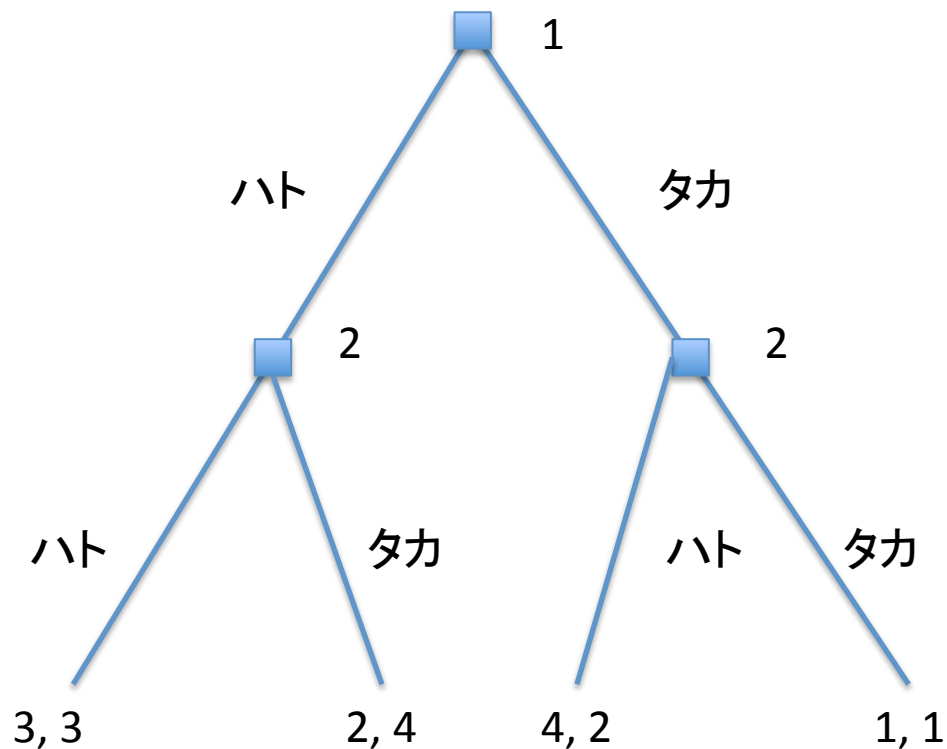


戦略の集合

$$S_1 = \{C, D\}$$

$$S_2 = \{C, D\}^2$$

例) 2段階チキン



戦略の集合

$$S_1 = \{\text{ハト}, \text{タカ}\}$$

$$S_2 = \{\text{ハト}, \text{タカ}\}^2$$

後ろ向き帰納法

Backward Induction

アルゴリズム:

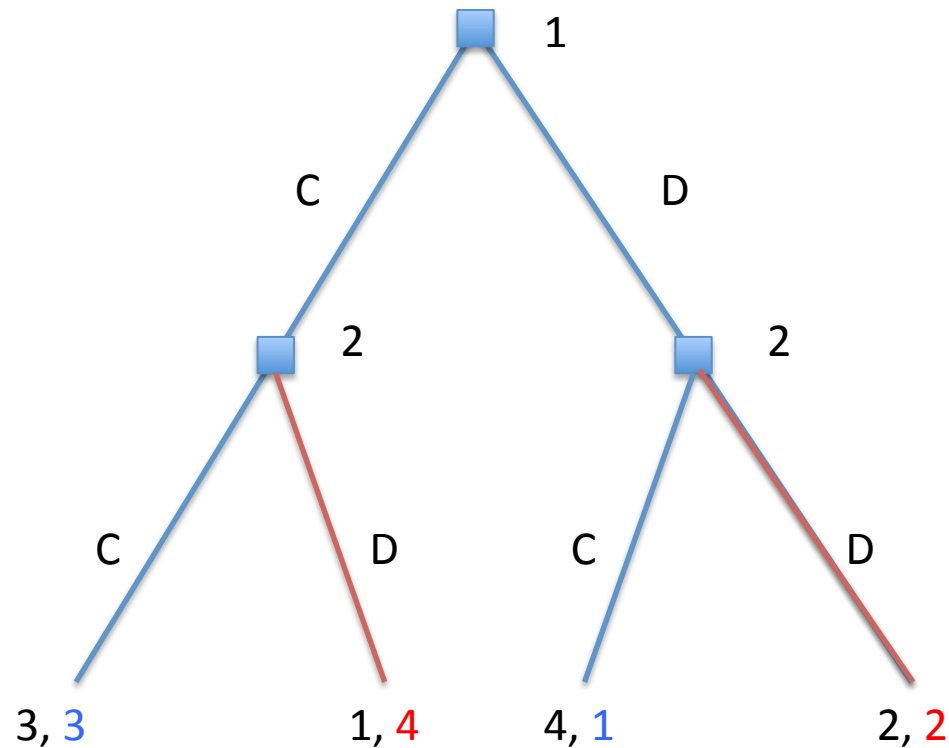
- 終端ノードから出発
- それぞれのプレイヤーが決定ノードで効用最大化したとして、そのプレイヤーが選んだ枝と付随する効用値で置き換える
- 不確実性ノードについては、期待効用をその評価値とする

部分ゲーム完全ナッシュ均衡

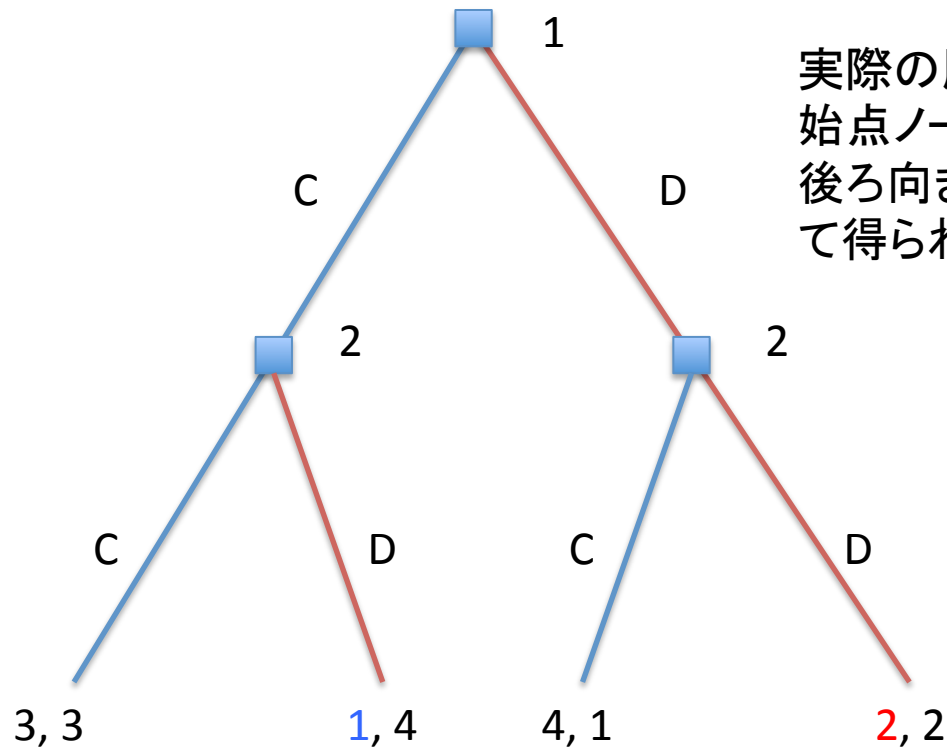
Subgame-Perfect Nash Equilibrium (SPNE)

- 全てのプレイヤーが後ろ向き帰納法に従って意思決定するゲームの解を部分ゲーム完全ナッシュ均衡という。
- 全ての部分ゲーム完全ナッシュ均衡は、ナッシュ均衡(後述)でもある。
逆は真とは限らない。

例) 2段階囚人のジレンマ



例) 2段階囚人のジレンマ



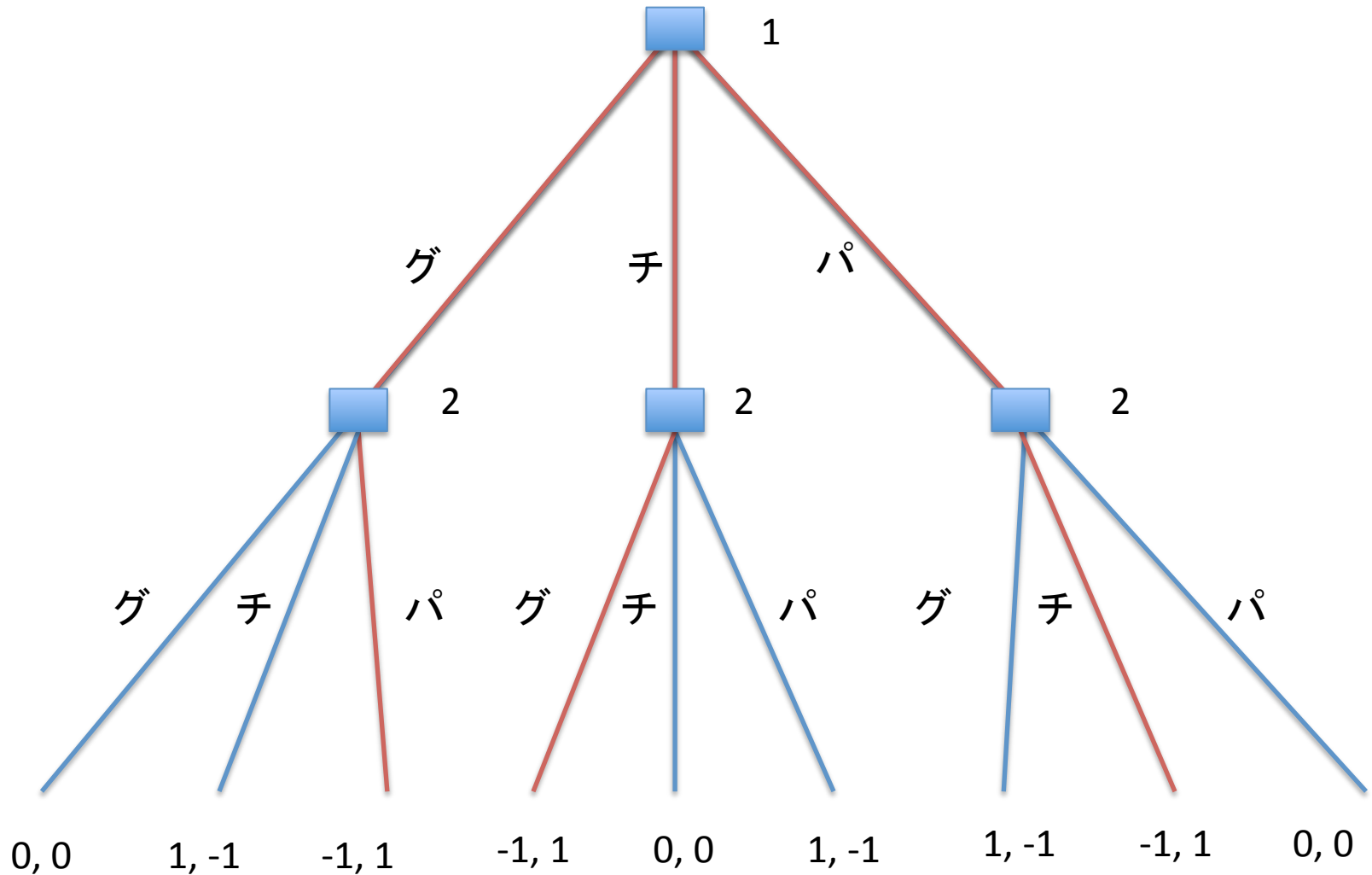
実際の歴史(履歴) history は、
始点ノードから、
後ろ向き帰納法の解をつなげ
て得られる。

他のプレイヤーのプレーの 情報の価値

- 後ろ向き帰納法は、未来の情報しか使わないので、後にプレーするプレイヤーにとって、過去のプレイヤーのプレーは、自分の決定ノードの同定には必要だが、それ以外の目的では必要ない。
- 未来のプレイヤーのプレーは、この予測が自分のプレーの決定に必要となる。

後手が得するゲーム

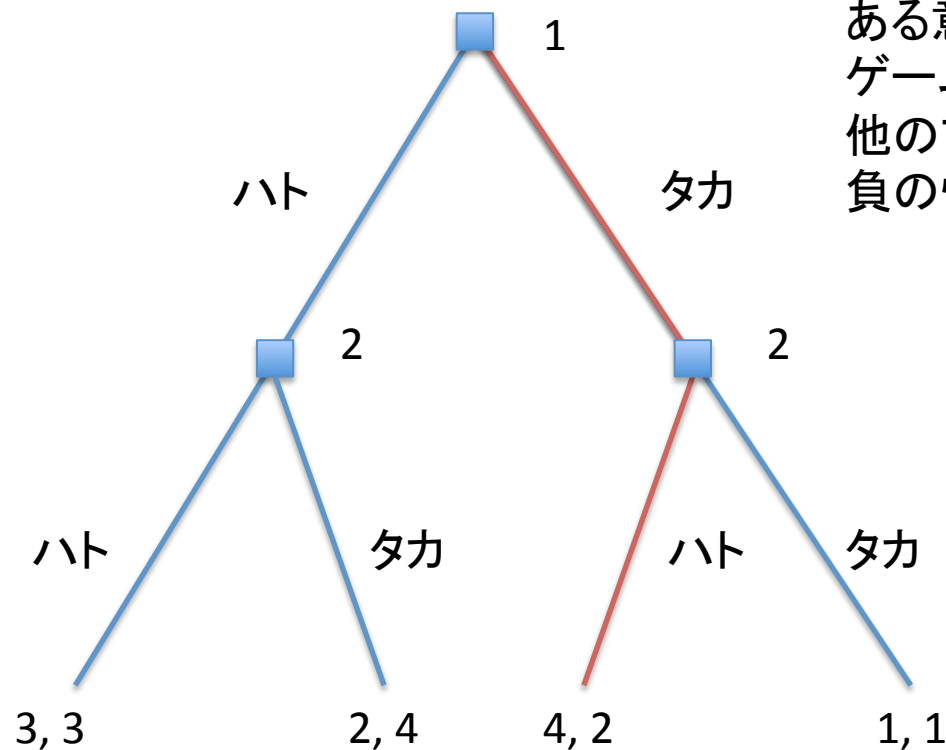
例) じゃんけん



コミットメント Commitment 効果

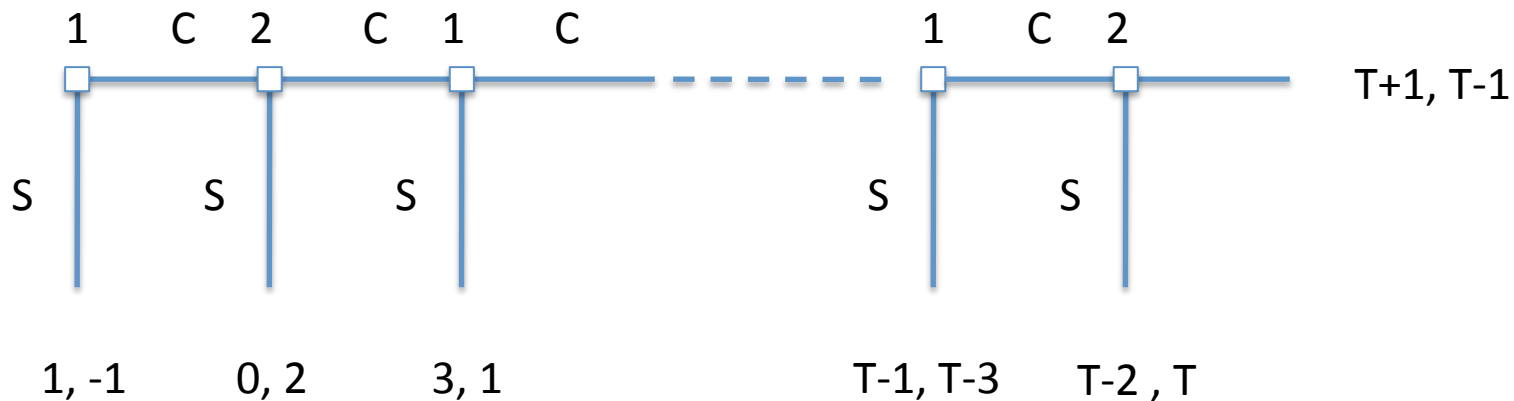
先手が得する場合

例) 2段階 チキンゲーム



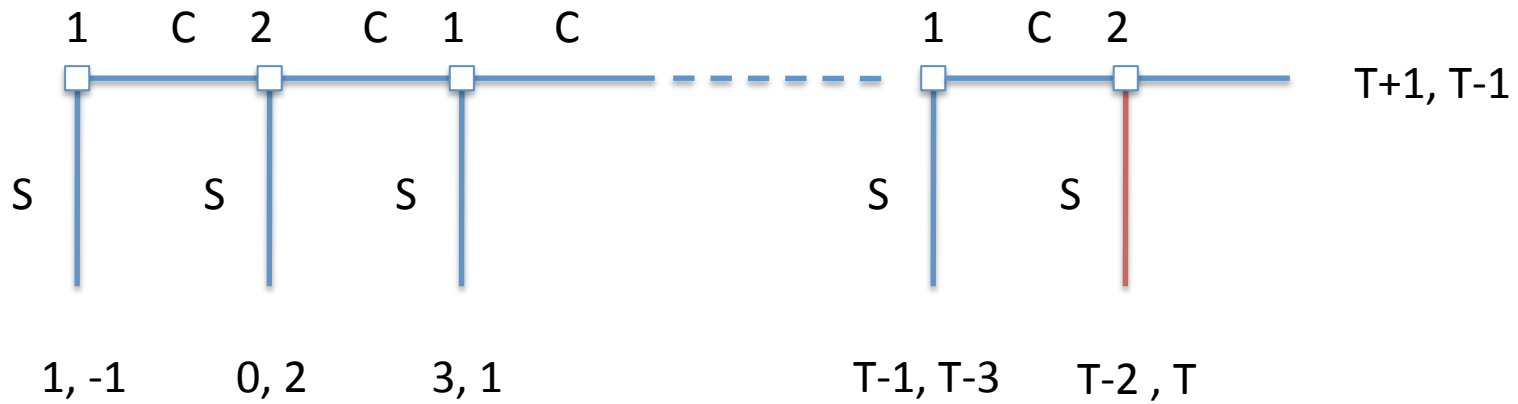
ある意味、
ゲーム状況では、
他のプレイヤーの手を知ることが
負の情報の価値を持つことがあり得る！

ムカデゲーム Centipede Game (Rosenthal, 1981)

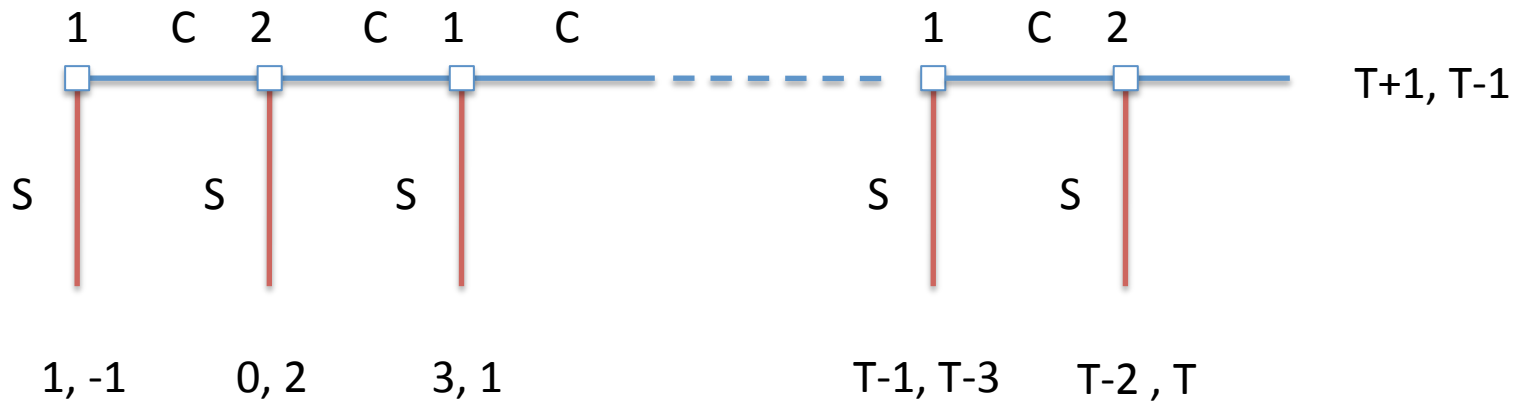


- S = Selfish, C = Cooperative、のイメージ
- 各決定ノードで、それぞれのプレイヤーは S をプレーする方が、自分が C をプレー直後に相手に S をプレーされるよりは得だが、相手が一回 C をプレーしてくれれば、そっちの方が得

ムカデゲーム Centipede Game



ムカデゲーム Centipede Game

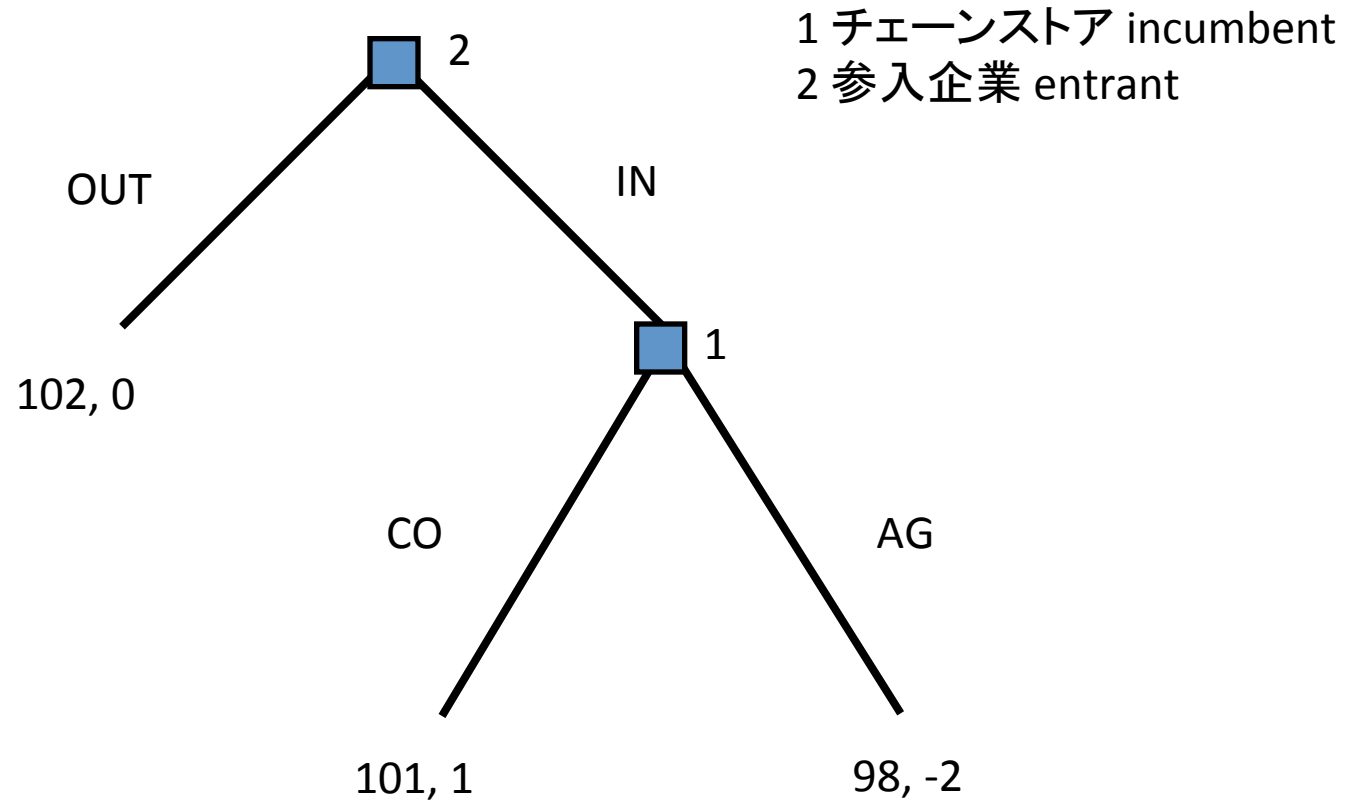


結局、後ろ向き帰納法の解では、初回にプレイヤー1がSをプレーしてゲームが終わる。

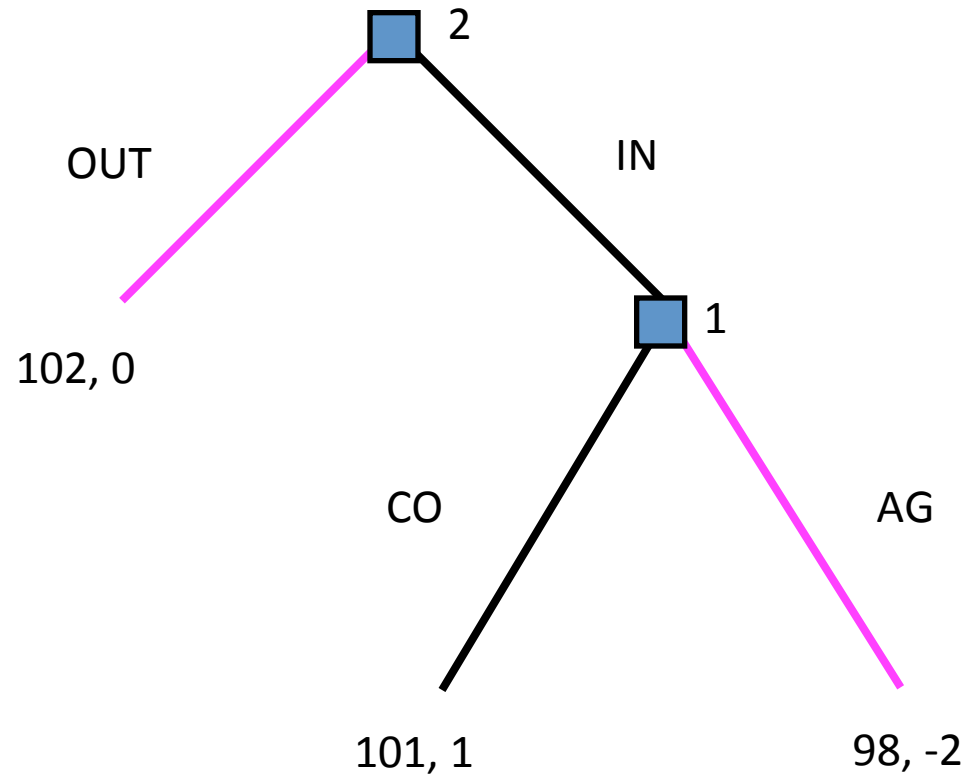
ゲームの木の標準形表現 と ナッシュ均衡

- ゲームの木における戦略が、すべての決定ノードでのプレーの計画であることを思いだそう。
- ゲーム理論では、ゲームの木を実際にプレーする前に、全てのプレーヤーが予め戦略を同時に決定するという見方をすると便利ながある。こうした表現を標準形表現という。
- 標準形表現でも、標準形ゲームと同様にナッシュ均衡が定義できる。
- SPNE でないナッシュ均衡も存在する。

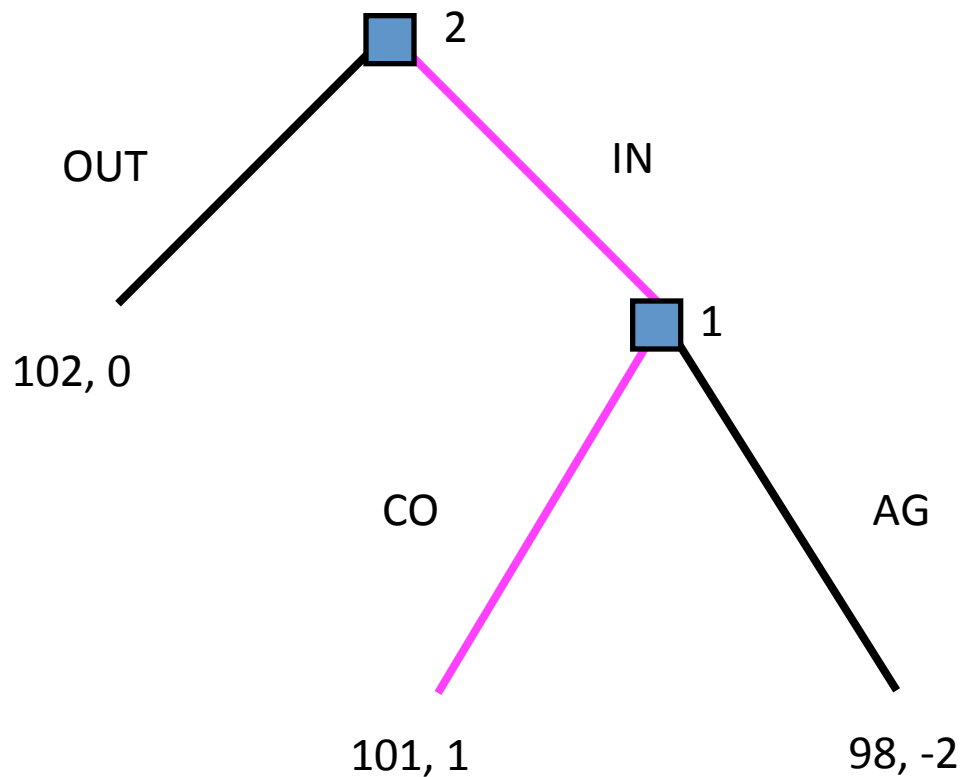
例) チェーンストア・ゲーム (Selten, 1978)



チェーンストア・ゲーム: ナッシュ均衡の一つ (SPNE ではない!)



チェーンストア・ゲーム: もちろん SPNE もナッシュ均衡



脅し Threat の信憑性 Credibility

- チェーンストアゲームの SPNE でないナッシュ均衡の解釈は、チェーンストアによる脅しに参入企業が屈した格好と解釈できる。
- しかし、**実際に参入企業が参入すると、**チェーンストアにとっては妥協する方が得。このことを考慮したのが SPNE。
- SPNE に矛盾するようなコストのかかりすぎる脅しのことを**信憑性のない脅し incredible threat** という。

後ろ向き帰納法が疑わしい理由 I

合理性の共有知識 Common Knowledge

- 自分は合理的としても、相手も合理的？
 - 自分が合理的であったとしても、他のプレイヤーが合理的と思わなくなった瞬間に、
(= 合理性の共有知識 common knowledge of rationality (CKR) の欠如)
必ずしも後ろ向き帰納法は有効でない！
 - 例) 囲碁で上手が下手と打つ場合、しばしば相手の「下手な手」を想定して、それに対する最適応答を考える。つまり、わざと最善でない手をプレーする方が良いことがあり得る。

後ろ向き帰納法が疑わしい理由 II

反実仮想 counterfactuals のモデル化 (Reny, 1992)

- 後ろ向き帰納法は、すべての決定ノードでのプレイヤーの「合理性」を前提にしているが、解の歴史のパス path 上以外は、すべてのパス上で、過去にプレーした少なくとも一人のプレイヤーが非合理的！
→ これって、定義と矛盾じゃない？！
極端な例) ムカデゲーム、チェーンストア・パラドックス
- ほとんど唯一の後ろ向き帰納法の正当化は、過去の後ろ向き帰納法によらない手がすべてケアレス・ミスであったという解釈。(=震える手 trembling hand)

戦略的非合理性 Strategic Irrationality (Basu, 1988)

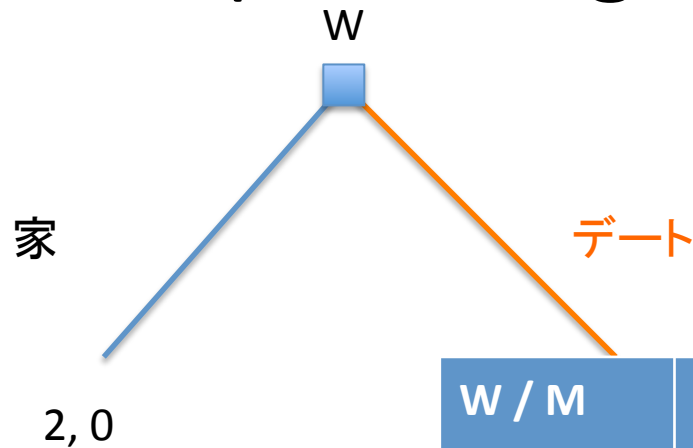
- ムカデゲームで、あえて C をプレーすることにより、CKR が満たされていないことを **アピール**！！
- 繰り返しチェーンストアゲームにおける **評判 reputation** の構築

非合理性・コミットメントの信憑性を確保する方法

- 代理人をたてて、その人に実際の利益と別の効用をインセンティブとして与える
 - 企業経営で利潤最大化 profit maximization ではなくて売上最大化 sales maximization を経営陣に指示した(つまり、売上が最大の時にボーナスが出る)とすると、チェーン・ストアゲームで AG をとりやすくなり、制裁の信憑性が増すかもしれない。
 - 外交におけるブラフ
- 感情 emotion – 進化と情操教育によって生じるだろう(付け焼き刃で感情を醸成・コントロールすることは困難)
 - 裏切りに対して「怒る」感情は協力を維持しやすい。
 - 宗教や倫理的な人にとっての戒律を破る「罪悪感」
 - 恋愛感情は協力を促進するだろう(だから、とりわけ女性にとって、相手が自分のことを「愛している」ことがしばしば大問題)

そもそも、効用の起源がなんであるかというのは、結構難しい！！！！

前向き帰納法 Forward Induction (Kohlberg and Mertens, 1986)



W の主張「スポーツを選ぶくらいならば、家にいる」
→ デートゲームでは美術館が選ばれる？
→ もし yes なら、デートの時に(スポーツ、スポーツ)をナッシュ均衡とし、それゆえ W が家にいるという SPNE は、解とならなくなる

W / M	美術館	スポーツ
美術館	3, 1	0, 0
スポーツ	0, 0	1, 3

過去には、原則興味がないはずだけど。。。

後ろ向き帰納法や前向き帰納法のように、納得のいく基準を満たすナッシュ均衡のみを解とみなし、ナッシュ均衡に基づく行動の予測精度を高めようとする方法を均衡の**精緻化 refinement** という。

まとめ

- 完全情報ゲーム
- 後ろ向き帰納法と部分ゲーム完全ナッシュ均衡 SPNE
- 一般のナッシュ均衡と制裁の信憑性
- SPNE の問題点と戦略的非合理性
- SPNE の精緻化

References:

- K. Basu. **Strategic irrationality in extensive games**, *Mathematical Social Sciences* **15** 247-60 (1988)
- I. Gilboa. ***Rational Choice***, MIT Press (2010)
- E. Kohlberg and J.-F. Mertens, **On the Strategic Stability of Equilibria**, *Econometrica* **54** 1003-1037 (1986)
- M. J. Osborne and A. Rubinstein. ***A Course in Game Theory***, MIT Press (1994)
- P. J. Reny. **Rationality in Extensive-Form Games**, *The Journal of Economic Perspectives* **6** 103--118 (1992)
- R. W. Rosenthal. **Games of Perfect Information, Predatory Pricing and the Chain-Store Paradox**, *Journal of Economic Theory* **25** 92--100 (1981)
- R. Selten. **The chain store paradox**, *Theory and Decision* **9** 127-159 (1978)