2011年後期
通信伝送工学

第12回　QPSKの変復調

阪口 啓 <sakaguchi@mobile.ee.titech.ac.jp>

2012年1月31日

講義スケジュール後半

	日付	教科書	内容
第7回	12月6日	5.5, 5.6, 5.8	ディジタル伝送1：線形システム
第8回	12月13日	5.7, 5.9, 5.10	ディジタル伝送2：加法性雑音
第9回	12月20日	7.1 – 7.6	ディジタル伝送3：パルス伝送
第10回	1月10日	8.2	ディジタル伝送4：最適受信機
第11回	1月17日	5.9 – 5.10, 8.3	ディジタル伝送5：雑音による誤り
第12回	1月24日	9.1 – 9.3	帯域通過伝送1：BPSKの変復調
第13回	1月31日	9.4	帯域通過伝送2：QPSKの変復調
	2月7日		期末試験

前回の復習

■ BPSK変調

単位基底パルス

$$\phi(t)=\sqrt{\frac{2}{T_\mathrm{b}}}\cos(2\pi f_\mathrm{c}t)$$

シンボル1

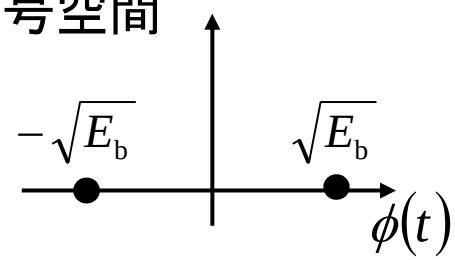
$$s_1(t)=\sqrt{E_\mathrm{b}}\phi(t)$$

シンボル0

$$s_2(t)=-\sqrt{E_\mathrm{b}}\phi(t)$$

■ BPSK変調の誤り率

信号空間



誤り率

$$P_\mathrm{e}=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_\mathrm{b}}{N_0}}\right)$$

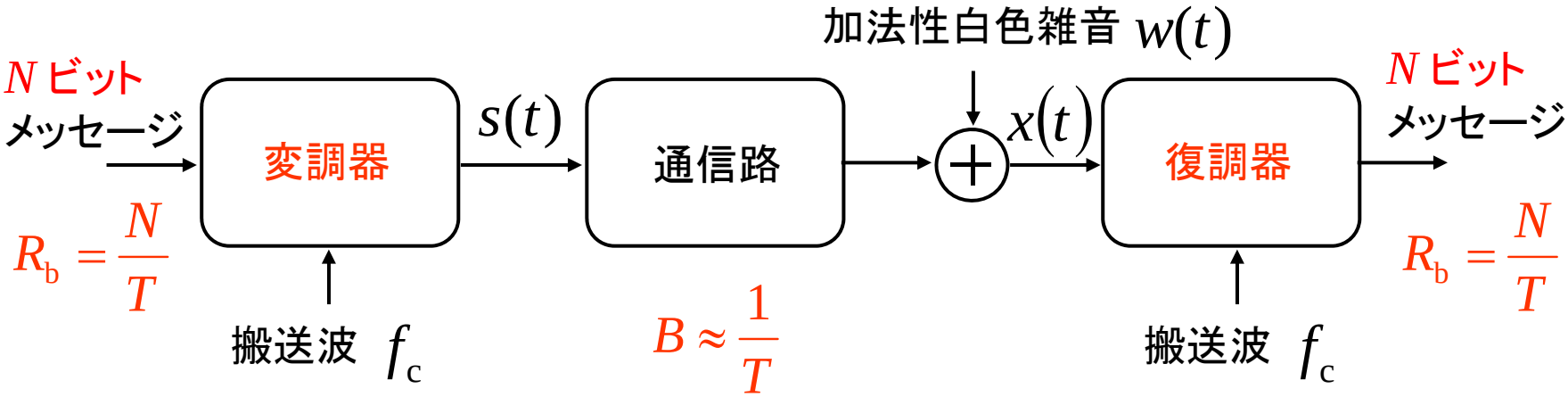
■ BPSK変調のスペクトル

$$S_\mathrm{BP}(f)=\frac{1}{4}\left(S_\mathrm{BB}(f-f_\mathrm{c})+S_\mathrm{BB}(f+f_\mathrm{c})\right)$$

$$S_\mathrm{BB}(f)=2E_\mathrm{b}\,\mathrm{sinc}^2(T_\mathrm{b}f)$$

通過帯域通信システム

■ システムモデル



■ 通信リソース

搬送波周波数: f_c　周波数帯域幅: B　送信エネルギー: E

周波数利用効率: $\rho = \frac{R_b}{B}$ [bits/s/Hz] の最大化

ビットレート

信号空間解析（直交基底）

■ 直交基底パルス

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{N} s_{ij}\phi_j(t)$$ 多次元変調

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t$$ 直交復調

$$\int_0^T \phi_i(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

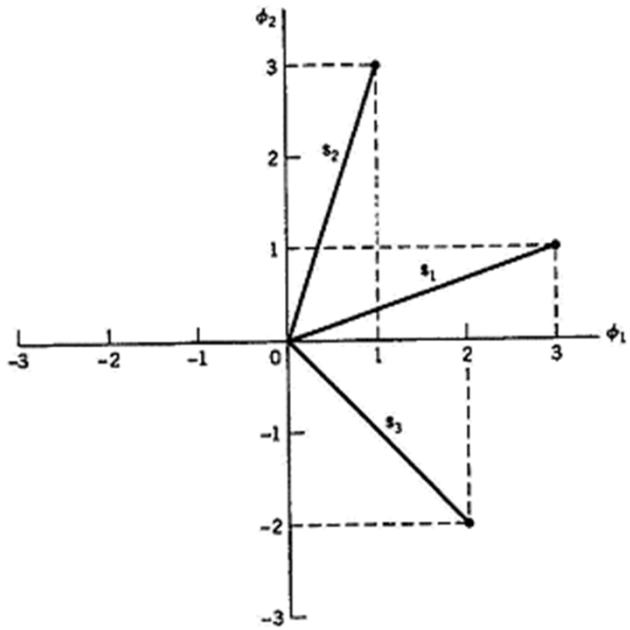


FIGURE 5.4 Illustrating the geometric representation of signals for the case when $N = 2$ and $M = 3$.

■ ベクトル表現

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ \vdots \\ s_{iN} \end{bmatrix}$$

エネルギー ＝ ベクトルノルム

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t)\mathrm{d}t = \sum_{j=1}^{N} s_{ij}^2 = \|\mathbf{s}_i\|^2$$

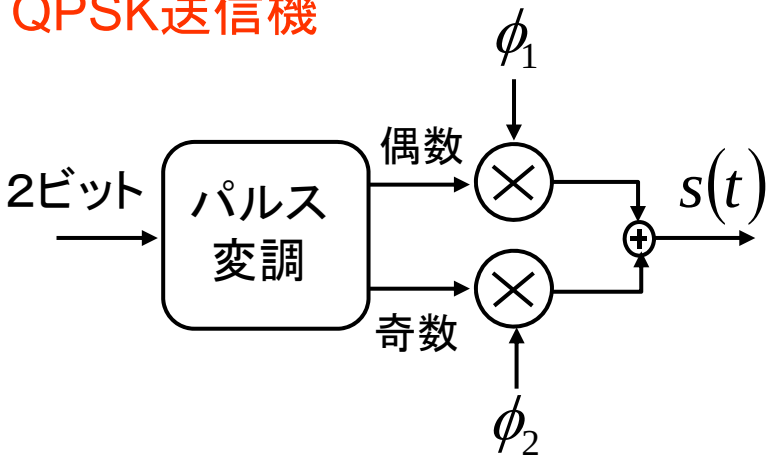
QPSK変復調

■ Quadri Phase Shift Keying (QPSK)

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + (2i-1)\frac{\pi}{4}\right)$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

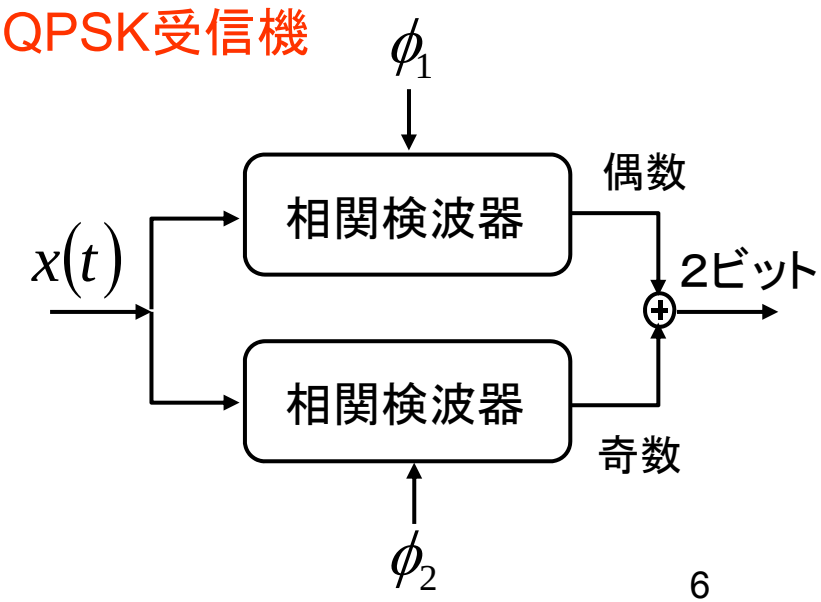
QPSK送信機



■ Gray符号

状態	送信ビット	位相
1	10	π/4
2	00	3π/4
3	01	5π/4
4	11	7π/4

QPSK受信機



信号空間解析（コンスタレーション）

■ 単位直交基底パルス

$$s_i(t) = \sqrt{E}\cos\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right)\phi_1(t) - \sqrt{E}\sin\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right)\phi_2(t)$$

同相成分

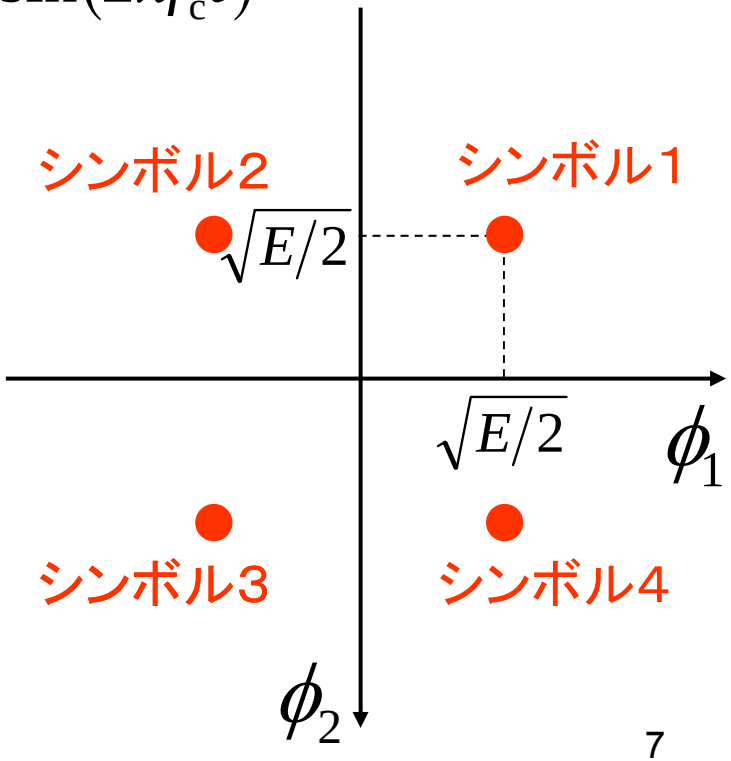
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t)$$

直交成分

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_c t)$$

■ 相関検波出力

位相	同相	直交
π/4	$+\sqrt{E/2}$	$-\sqrt{E/2}$
3π/4	$-\sqrt{E/2}$	$-\sqrt{E/2}$
5π/4	$-\sqrt{E/2}$	$+\sqrt{E/2}$
7π/4	$+\sqrt{E/2}$	$+\sqrt{E/2}$



QPSK変調

奇数ビット
同相成分

偶数ビット
直交成分

QPSK信号

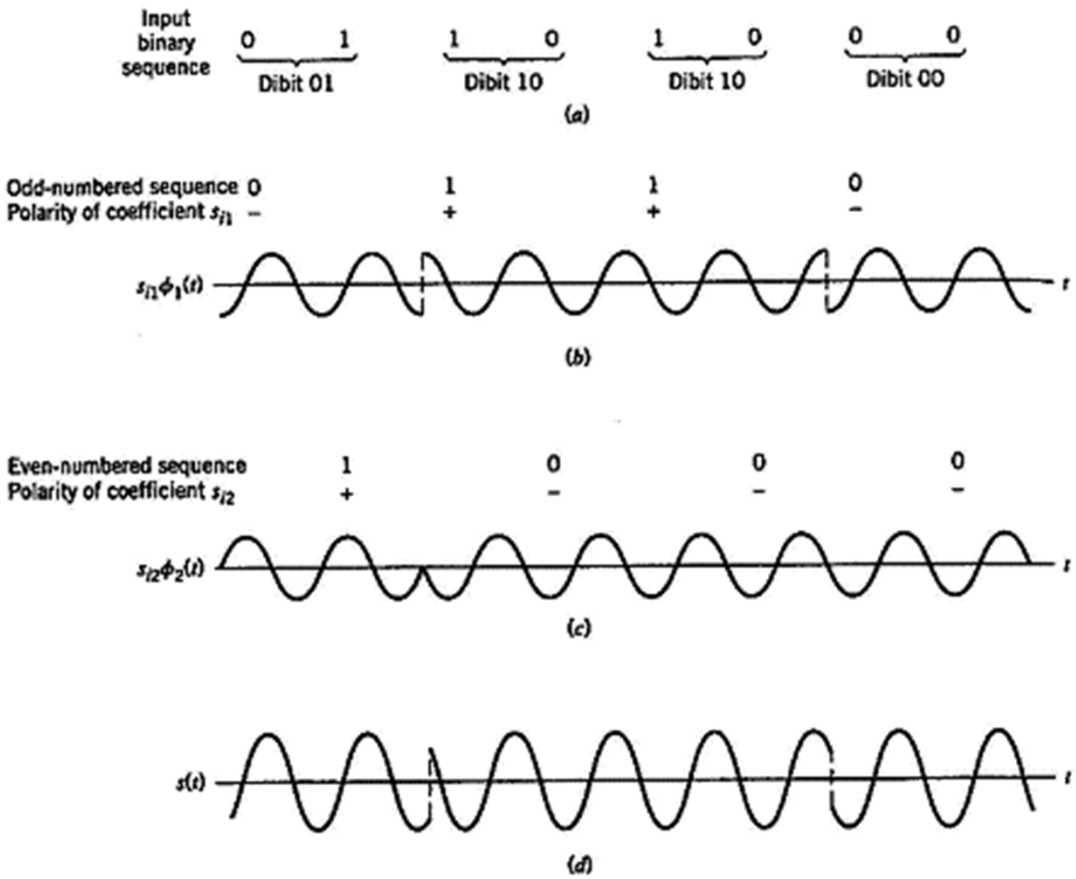


FIGURE 6.7 (*a*) Input binary sequence. (*b*) Odd-numbered bits of input sequence and associated binary PSK wave. (*c*) Even-numbered bits of input sequence and associated binary PSK wave. (*d*) QPSK waveform defined as $s(t) = s_{i1}\phi_1(t) + s_{i2}\phi_2(t)$.

QPSK通信の誤り率

■ 基底毎誤り率

$$P' = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right)$$

E_b が等しければ
BPSKとQPSKの誤り率は同じ

⇩

ビットレートを2倍！

■ シンボル誤り率

シンボル検出成功率

$$P_{sc} = (1-P')^2 = 1 - \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) + \frac{1}{4}\mathrm{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right)$$

シンボル誤り率

$$P_{se} = 1 - P_{sc} = \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) - \frac{1}{4}\mathrm{erfc}^2\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) \cong \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right)$$

■ ビット誤り率

$$E = 2E_b \qquad P_{se} \cong \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \qquad P_{be} \cong \frac{P_{se}}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

QPSK通信の電力スペクトル

■ 基底パルス信号

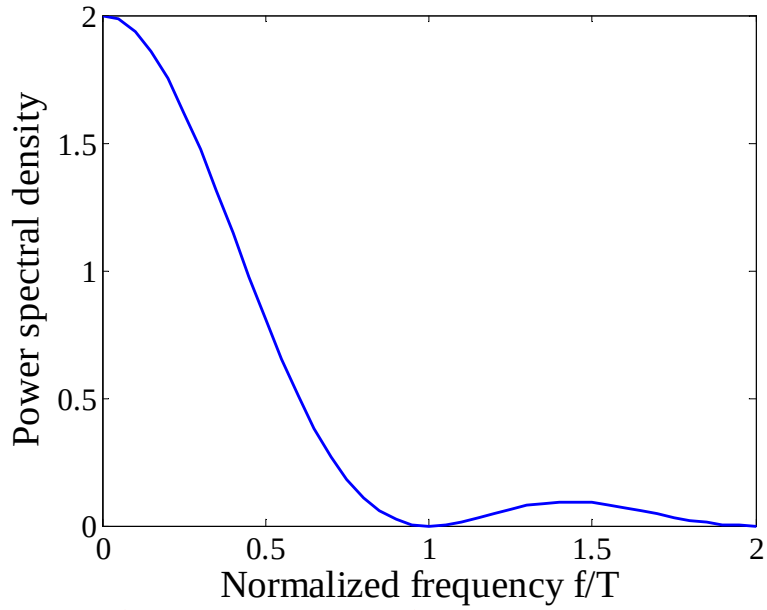
$$g_{\mathrm{BB}}(t)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{E}{T}}, & 0\le t\le T\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$E=2E_{\mathrm{b}}\quad T=2T_{\mathrm{b}}$$

■ 電力スペクトル

$$s_{1\mathrm{BB}}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}m_{1n}g_{\mathrm{BB}}(t-nT)$$

$$s_{2\mathrm{BB}}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}m_{2n}g_{\mathrm{BB}}(t-nT)$$



$$B=1/T=1/2T_{\mathrm{b}}$$

ビットレートを一定とすれば

BPSKに比べて帯域幅を1/2

$$S_{\mathrm{BB}}(f)=S_{1\mathrm{BB}}(f)+S_{2\mathrm{BB}}(f)=2E\,\mathrm{sinc}^2(Tf)=4E_{\mathrm{b}}\,\mathrm{sinc}^2(2T_{\mathrm{b}}f)$$

まとめ

1. 信号空間解析

単位直交基底関数を用いた信号の展開

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{N} s_{ij}\phi_j(t) \qquad \int_0^T \phi_i(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad i = j \\ 0 & \text{if} \quad i \neq j \end{cases}$$

2. QPSK変調

$$s_i(t) = \sqrt{E}\cos\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right)\phi_1(t) - \sqrt{E}\sin\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right)\phi_2(t)$$

同相成分

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_c t)$$

直交成分

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_c t)$$

3. QPSK変調の誤り率とスペクトル

$$P_{\mathrm{be}} \cong \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) \qquad S_{\mathrm{BB}}(f) = 2E\,\mathrm{sinc}^2(Tf)$$

$$E = 2E_{\mathrm{b}} \qquad T = 2T_{\mathrm{b}}$$

期末試験

- 日時: 2月7日(火) 3･4限
- 場所: 未定
- 出題範囲:
  情報理論の知識は前提とする、
  線形システム、加法性雑音、パルス伝送、
  整合フィルタ、誤り率、帯域伝送
- 言語: 日本語
- 備考:
  教科書の演習と類似した問題を出題
  持ち込みは不可