工業力学第二　第３回講義の要点　　伊能

◎第２回演習問題を理解すること。

式(4.237)の計算の仕方は、第二回演習問題で理解しておく。

回転運動座標系における加速度

静止座標系と運動座標系の原点が一致しているとき、式(4.237)で表せる。この式は図4.34に対応している。式の導出の仕方は式(4.234)から式(2.236)に書かれているので確認していただきたい。

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}'}{dt^2}=\frac{d\boldsymbol{\omega}'}{dt}\times\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{\omega}'\times(\boldsymbol{\omega}'\times\boldsymbol{r}')+2\boldsymbol{\omega}'\times\frac{d^*\boldsymbol{r}'}{dt}+\frac{d^{*2}\boldsymbol{r}'}{dt^2} \qquad (4.237)$$

・左辺第１項：運動座標系で表した点Pの絶対加速度を示す記号
・右辺第１項：回転の加減速によって生じる加速度を運動座標系で表したもの
（一定の角速度で運動している場合は、０となる。）
・右辺第２項：運動座標系で表した向心加速度
（回転中心との距離を保つためには中心方向に常に加速度が必要。質点の運動では、中心から遠ざかる方向に遠心力が働く。）
・右辺第３項：コリオリの加速度
（運動座標系でみられる見かけ上の加速度。回転運動の角速度と運動座標系を基準にした速度が関係する。）
・右辺第４項：相対加速度
（運動座標系を基準にした加速度。式(4.224)の右辺第１項と同じ。）

回転運動の加速度は速度の式に比べて複雑であるので、最初は二次元の設定（第２回OCWに示した電車走行の図）で考えた方がわかりやすいと思う。

右辺第１項と第２項は、回転によって生じる運搬加速度である。右辺第１項は列車が加減速する時に生じる角速度変化によって生じる加速度である。第２項は列車が円弧の軌道を走行する時に生じる加速度である。これは円運動で生じる加速度と同じである。

右辺第３項と第４項は、運動座標系（電車内）で生じる加速度である。

コリオリの加速度について：

第３項のコリオリの加速度は、運動座標系の角速度（電車が円弧状に走行している時の角速度）と運動座標系を基準にした速度（電車内を基準にした点Ｐの速度）に関係している。列車自体が円運動をする場合は地球の自転の角速度はレール上を走行する角速度に比べて十分小さいので、自転の動きの影響は無視して議論している。しかし、フーコーの振り子では、自転の角速度でも観察時間が長いため加速度の効果（コリオリ力）が現れる例である。第４項は、上述したように相対加速度である。したがって並進運動との違いは回転運動によってコリオリの加速度が現れることである。

静止座標系と運動座標系の原点が異なる場合は、式(4.238),(4.239)となる。並進運動に関係す

る速度と加速度が追加されている。

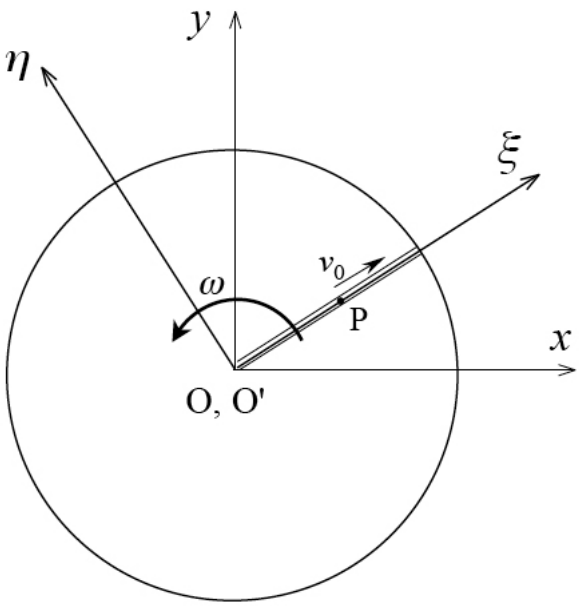
コリオリ力

ニュートンの運動方程式（4.240）に式（4.239）を適用すると運動座標系における運動方程式得られる。質点に働くコリオリ力は、式（4.241）の第５項の

$$-2m\boldsymbol{\omega}' \times \frac{d^*\boldsymbol{r}'}{dt}$$

である。この量は、質量m、運動座標系を基準にした速度$\frac{d^*\boldsymbol{r}'}{dt}$および回転運動の角速度$\boldsymbol{\omega}'$で決まる。$\boldsymbol{\omega}'$は、注目する回転運動の角速度である。メリーゴーランドのような回転盤に乗ってボールを投げ、その動きを観察する場合は、$\boldsymbol{\omega}'$には回転盤の角速度をとる。（地球の自転によるコリオリ力も発生しているが、メリーゴーランドよるコリオリ力に比べて十分小さいので、この場合は無視できる。）

<u>以下は第３回講義で確認する内容</u>：

下図のように一定の角速度の大きさωで回転する円盤があり、質量mの点Pが動座標系のξ軸方向に一定の速さv_0で細い溝の中を動いているとしよう。コリオリ力を計算すると$-2m\omega v_0\boldsymbol{e}_2$となる。ただし、$\boldsymbol{e}_2$は$\eta$軸の基底ベクトルである。この結果の意味がよくわからない場合は，点Pを自分と思って細い溝を歩いている時、どのような力が自分に働くかをイメージしてみよう。

フーコーの振り子の場合は、地球の自転を角速度にとる。また、列車が円弧状でなく直線運動しているときにも自転の影響でコリオリ力が働く。この場合も$\boldsymbol{\omega}'$は地球の自転の角速度をとる。繰り返しになるが、コリオリ力を計算するときの速度は、運動座標系を基準にした速度である。地球の自転によるコリオリ力を計算する場合は、速度は地面を基準にした速度（$\frac{d^*\boldsymbol{r}'}{dt}$）を用いる。