工業力学第二　第２回講義要点　　伊能

◎第１回演習問題を確認する。

前回に引き続き**運動座標系**で物体の運動（速度、加速度）を表現する方法を学ぶ。この表現式を理解するポイントは、視点を運動座標系に置くことである。つまり、観察者は**静止座標系**から見た**絶対運動**でなく運動座標系をベースにした**相対運動**に着目する。こうすることにより運動を単純化して考えることができる。

並進運動座標系における速度（再掲載）

対応する図は、図 4.31。式（4.223）を導出するための式（4.220）、（4.221）、（4.222）も確認しておこう。

式（4.223）の意味

$\dfrac{dr'}{dt} = \dfrac{d^{*}r'}{dt} + v_0'$ （$\boldsymbol{r}', \boldsymbol{v}_0'$ はベクトル表記なので太文字。）

・左辺は運動座標系の表示で絶対速度を表す記号

・右辺第１項は、運動座標系でみたときの点Ｐの速度

（*印は運動座標系を基準にしているという意味。位置を運動座標系を基準にして微分しているので**相対速度**となる。図 4.31 では電車内でボールが点 P として描かれているが、この*印が付いているので、電車内の座標、つまり運動座標系を基準にしたボールの速度となる。）

・右辺第２項は、運動座標系の速度。つまり、静止座標系の原点Ｏに対する運動座標系の原点Ｏ’の速度で**運搬速度**とよばれる。図 4.31 では電車の走行速度に等しい。ただし、速度成分を静止座標系ではなく運動座標系で表している。）

並進運動座標系における加速度

対応する図は、図 4.31 と式（4.224）である。式（4.223）を時間 t で微分すれば求まる。

$\dfrac{d^2r'}{dt^2} = \dfrac{d^{*2}r'}{dt^2} + \dot{v}_0'$ （注：$\boldsymbol{r}', \dot{\boldsymbol{v}}_0'$ はベクトル表記なので太文字。）

・左辺は運動座標系の表示で絶対加速度を表す記号

・右辺第１項は、運動座標系でみたときの点Ｐの加速度

（*印は運動座標系を基準にしているという意味。位置を運動座標系で２回微分しているので**相対加速度**となる。図 4.31 では電車内のボールの加速度を示している。）

・右辺第２項は、運動座標系の加速度

（**運搬加速度**と呼ばれる。つまり電車の加速度に等しい。ただし、加速度成分は静止座標系ではなく運動座標系で表す。）

まとめ：並進運動は、以下のように二つにわけて表せる。これは図 4.31 で電車本体の運動（運搬速度）と電車内の運動（相対速度）に分けて考えていることに相当する。

絶対速度　=運搬速度+相対速度

絶対加速度=運搬加速度+相対加速度

回転運動座標系における速度

回転運動が伴う速度の表現も「**絶対速度=運搬速度+相対速度**」の関係が成立する。対応する図は、図 4.34 であるが、状況を単純化して二次元の回転運動で考えた方がわかりやすい。つまり図 4.31 の設定で電車が直線走行しているのではなく、円弧状のレール上を走行していると考える。こう考えることで運動座標系が静止座標系に対して回転運動をしている状況になる。

式（4.232）：静止座標系と運動座標系の原点が一致している場合の速度の表現式

$$\frac{dr'}{dt} = \omega' \times r' + \frac{d^{*}r'}{dt}$$ （ただし $\boldsymbol{r}', \boldsymbol{\omega}'$ はベクトル表記なので太文字。）

・左辺は運動座標系の表示で点 P の絶対速度を表す記号

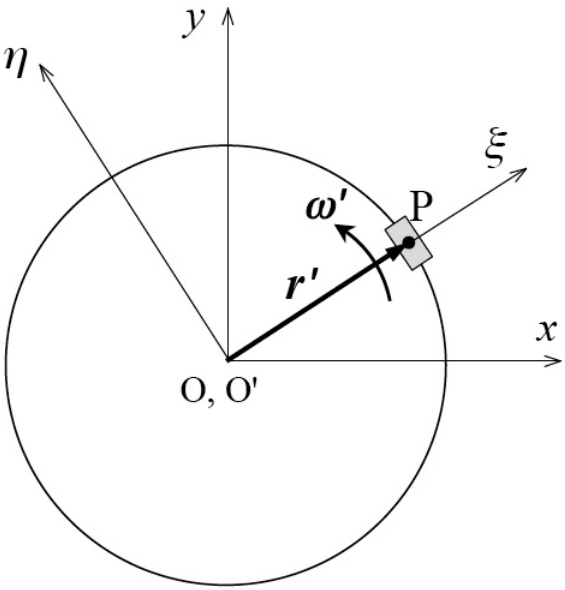
・右辺第 1 項は、運搬速度

（電車が円弧状に運動しているときの速度を意味する。ただし、この速度は運動座標系の表示で表わされており、原点からの位置ベクトル $\boldsymbol{r}'$ と角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}'$ の外積で求まる。）

・右辺第 2 項は、運動座標系でみたときの点 P の速度

（*印が付いているので、運動座標系を基準にしている相対速度。つまり、電車内の観察者がみているボールの速度である。）

まとめ：回転を伴う運動でも、「**絶対速度=運搬速度+相対速度**」の関係で表せる。円弧状に走行する電車本体の運動（運搬速度）と電車内の運動（相対速度）に分けて考えていることに相当する。回転を伴う加速度の表現は少し複雑になる。それは第 3 回講義の内容となる。



二次元の回転運動

O'-$\xi\eta$系は電車と一緒に動く運動座標。

例題 4.15 も確認のこと。

参考：テンソルと行列

テンソルは、線形関係で表せる物理量あるいは幾何学的な関係を配列として表現したものである。テンソルは「階数」によって分類される。

１階のテンソル：力、角速度などのベクトル量で教科書では $\boldsymbol{a}=\{a_1, a_2, a_3\}^{\mathrm{T}}$ と表している。

２階のテンソル：座標変換、応力テンソル、歪テンソルなどの線形関係が成立する量で三次元では３行３列の行列（成分 a_{ij}）で表現され、工学では特に重要である。（応力テンソル、歪テンソルは二年次以降の専門科目で学習する。）したがってテンソル=行列ではなく、２階のテンソルが行列を使って表現できるという関係になっている。３階、４階のテンソルも考えられるが通常の二次元的な行列では表現できない。ちなみに０階テンソルはスカラー量に対応する。