第4章(続き)

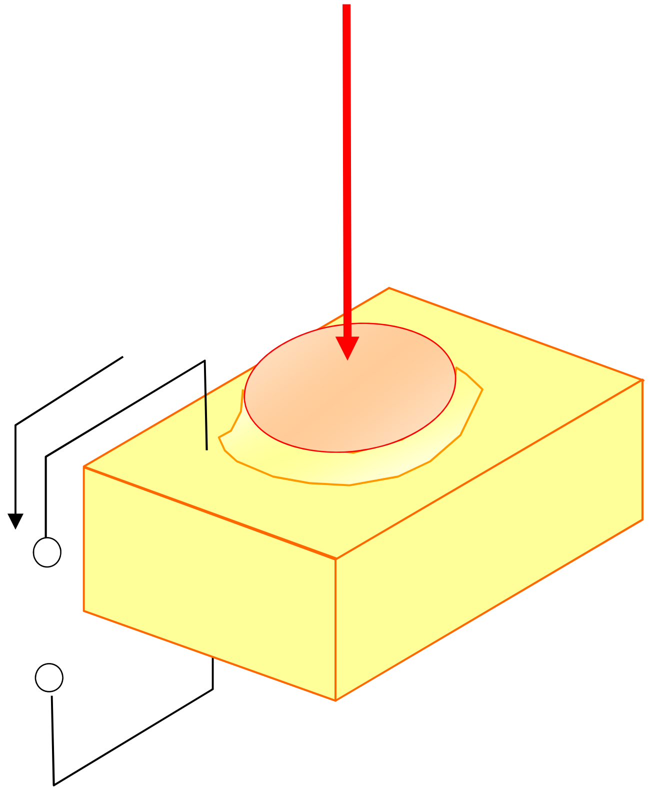
光変復器技術(2)

2011年12月19日(月)

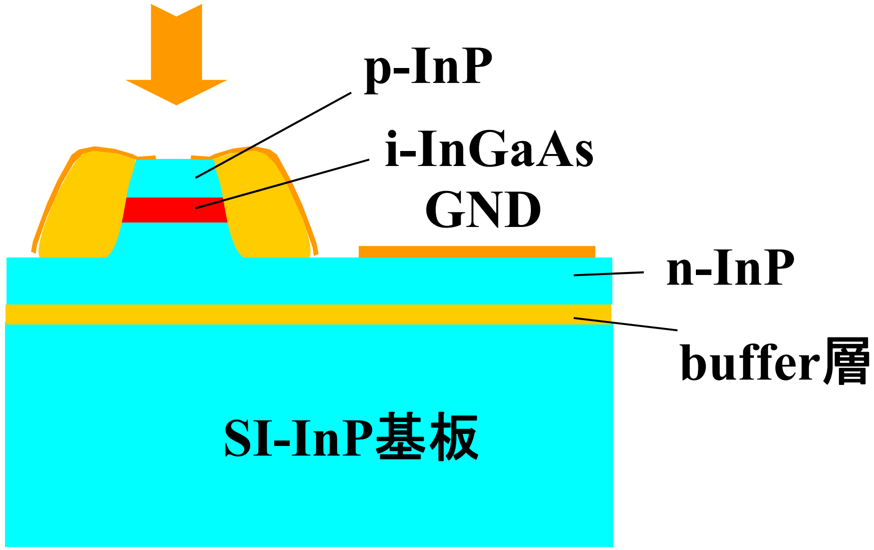
光受信器（2）

面入射型PDの構造

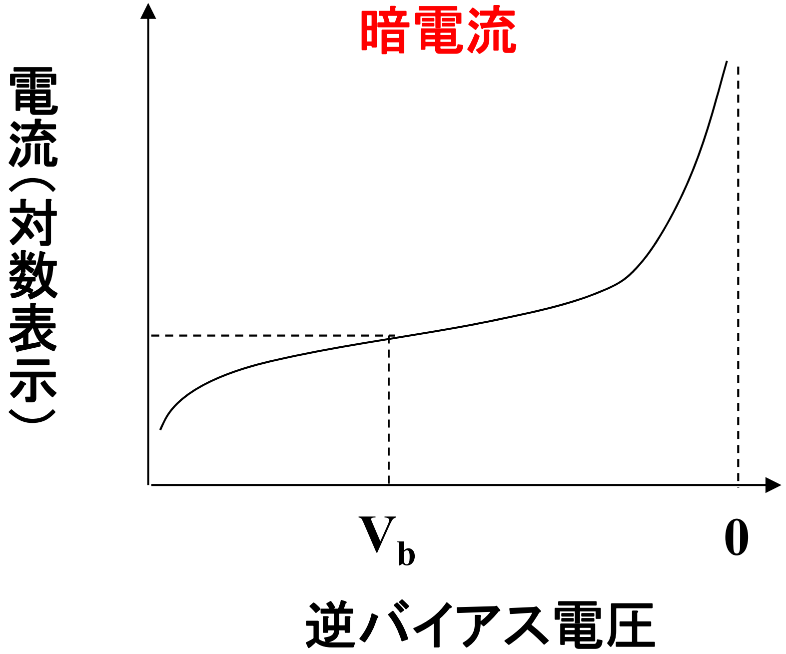
鳥瞰図

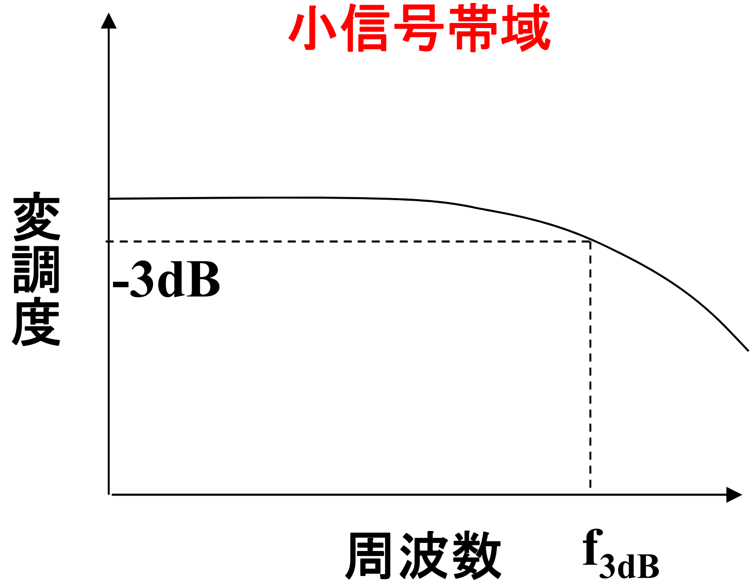


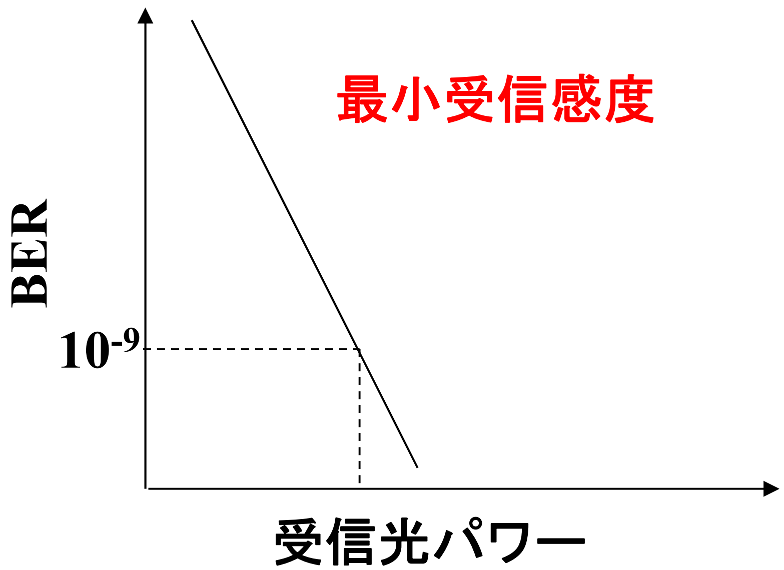
断面図



pin-PDの基本特性

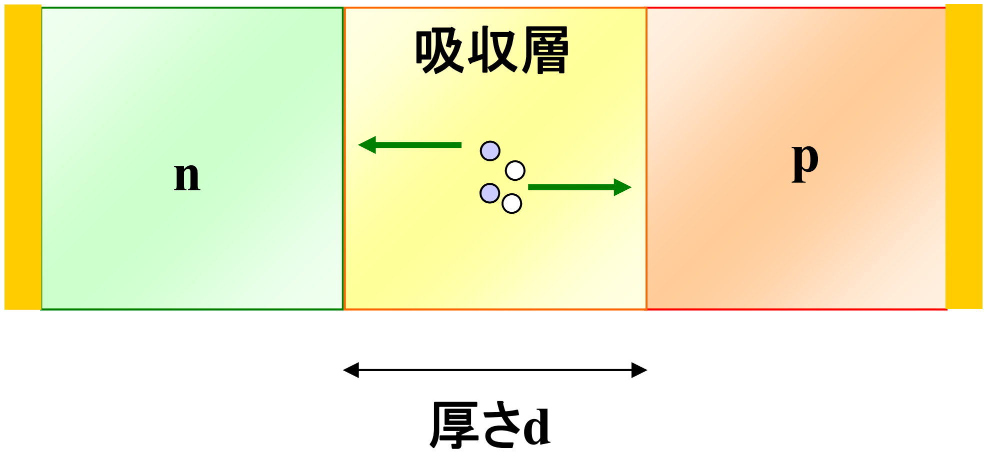

暗電流
電流(対数表示)
V_b
0
逆バイアス電圧

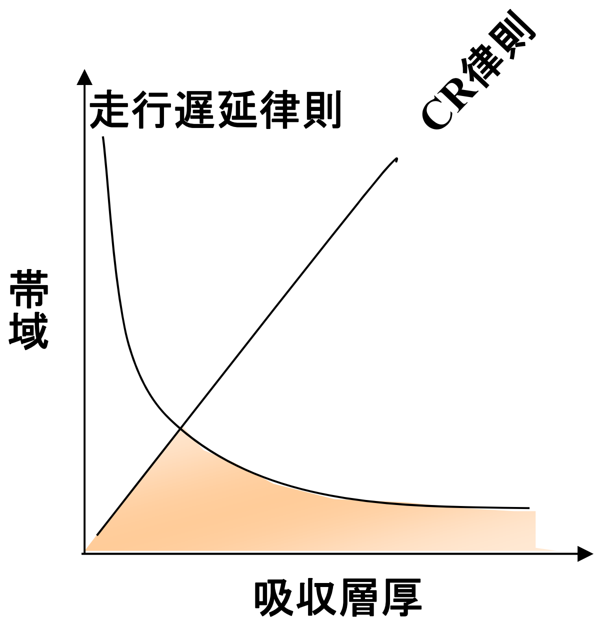

小信号帯域
変調度
-3dB
周波数
f_{3dB}


最小受信感度
BER
10^{-9}
受信光パワー

光受光器の高速化のポイント(1)

走行遅延・CR時定数のトレードオフ





- 光励起電流(Photocurrent):厚さが薄い方が走行遅延小　→　広帯域
- 平行平板キャパシタ:厚さが厚いほうが低容量　→　広帯域

目標帯域に対して適した吸収層厚が存在

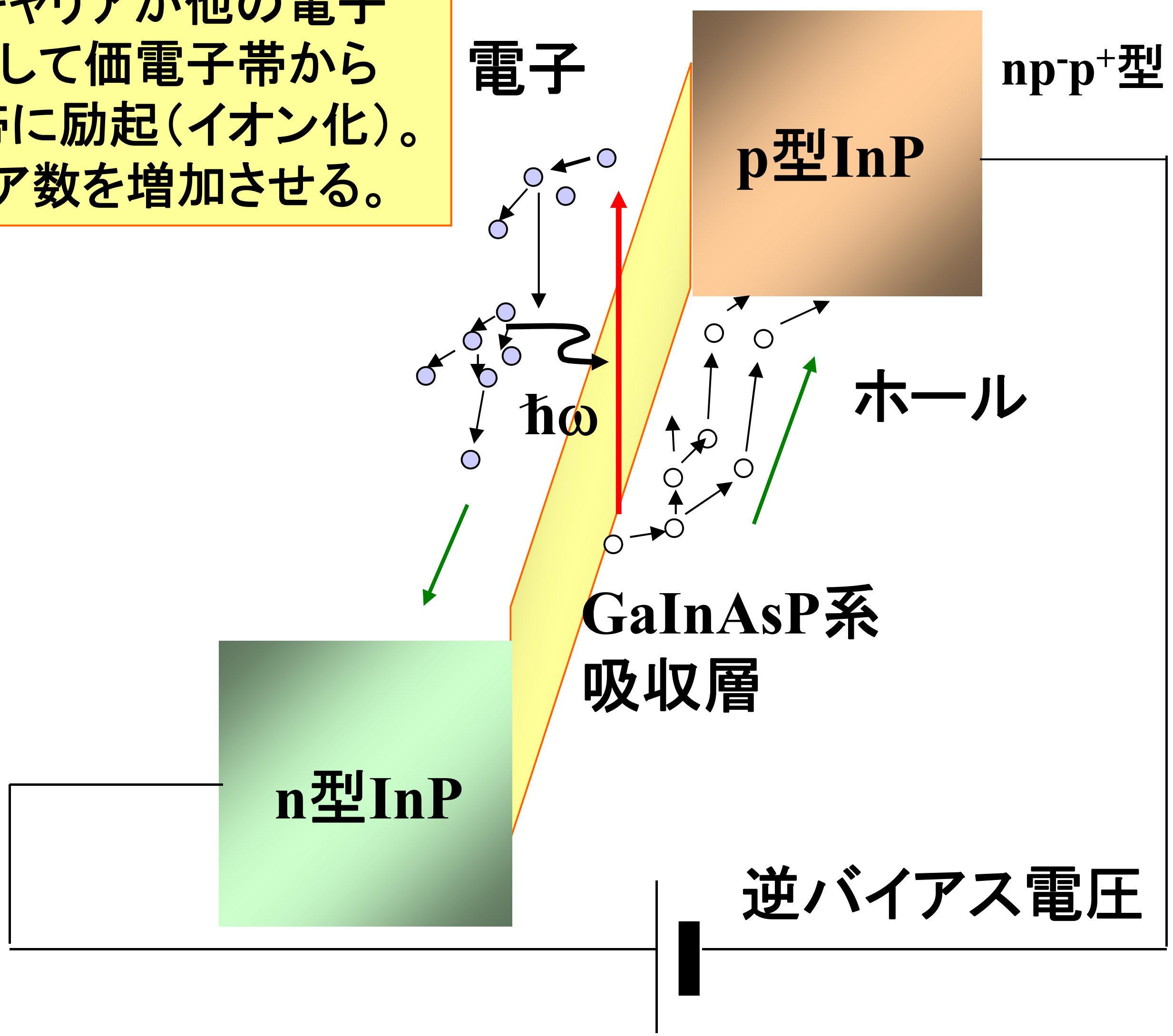
ただし、吸収層が薄いと受信感度が劣化の影響あり($\propto$ 1-exp(-α**d**))

α:吸収係数

フォトディテクタの動作原理(2)

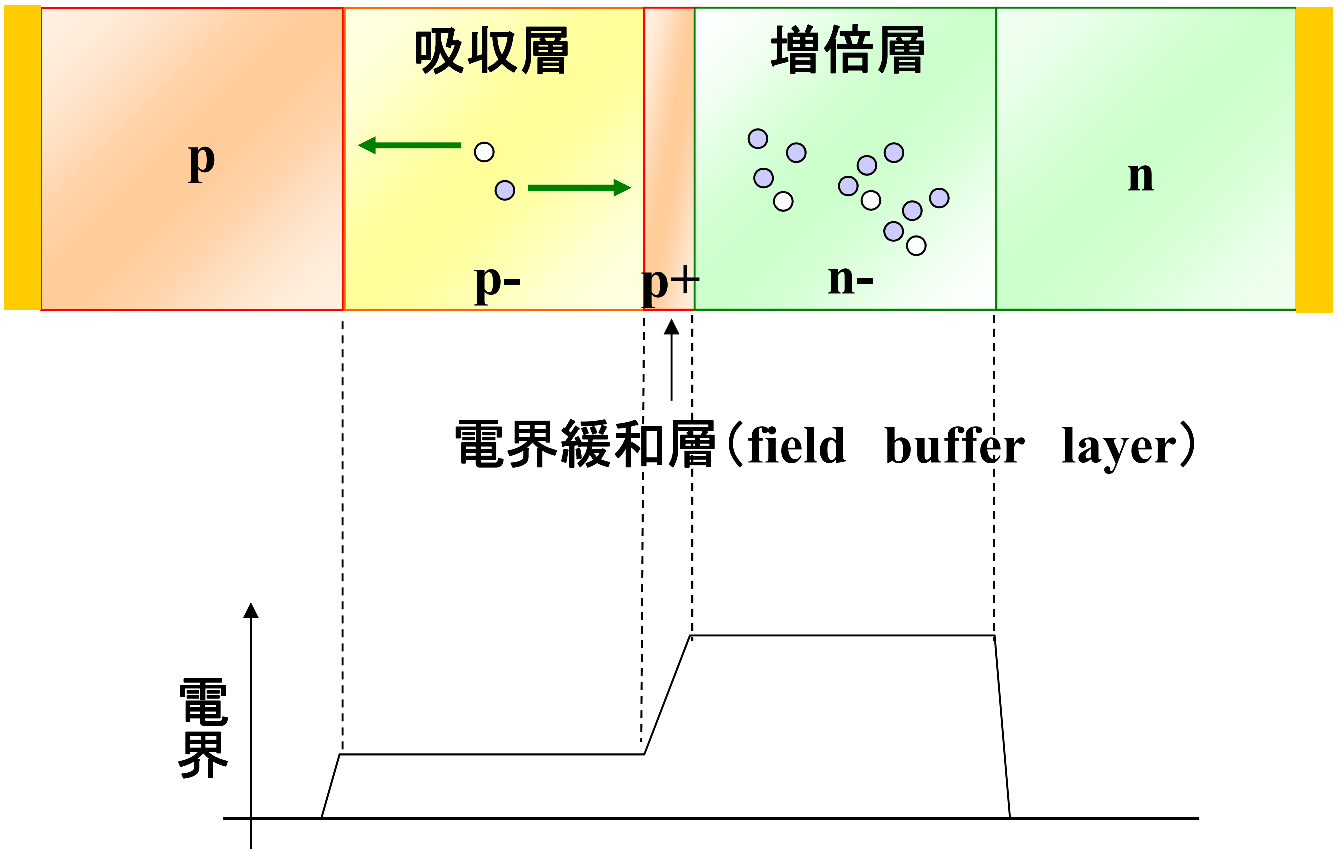
APD(Avalanche Photodiode)の構造

走行キャリアが他の電子と衝突して価電子帯から伝導帯に励起(イオン化)。キャリア数を増加させる。



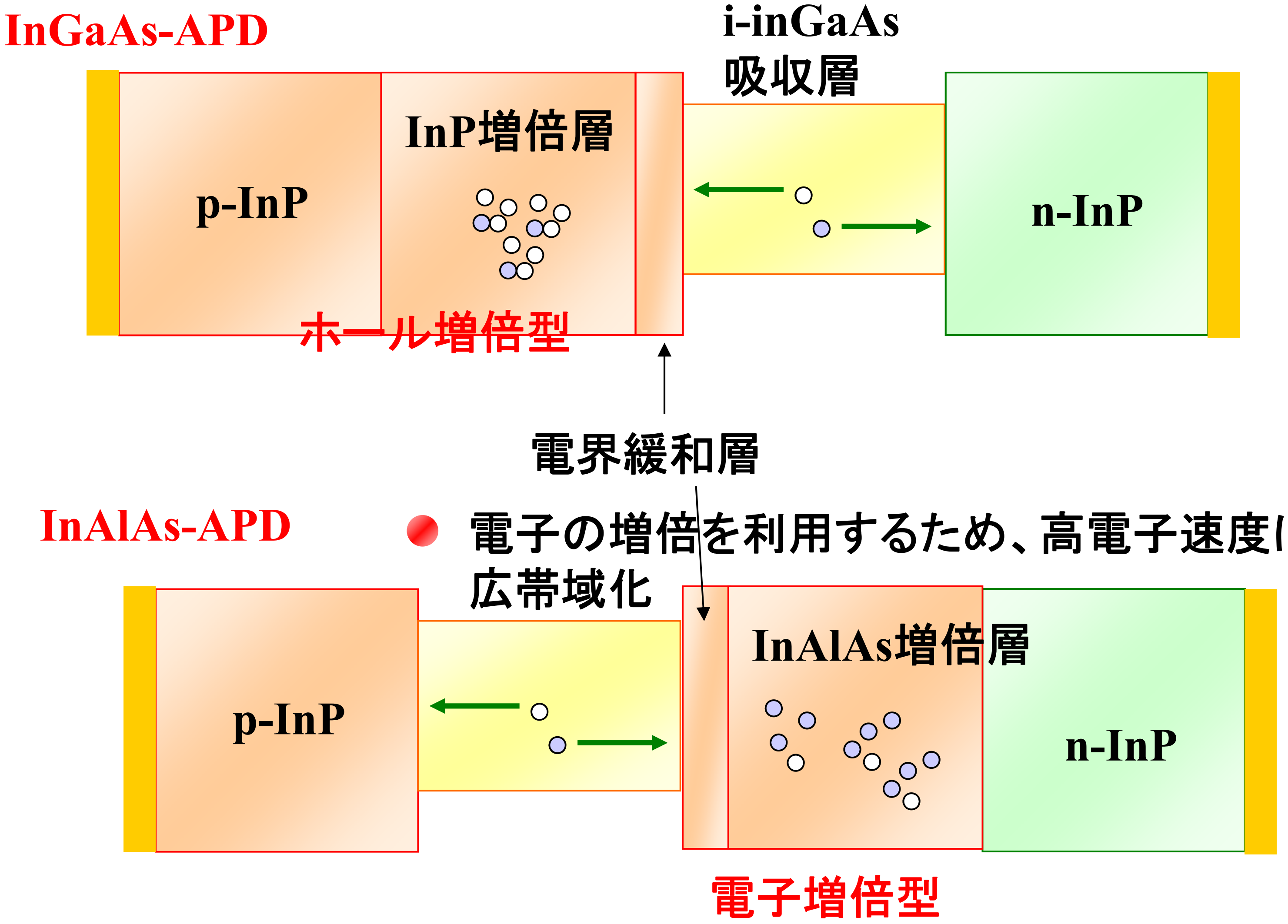
実際のAPDの層構造

SAM型：Separate Absorption Multiplication



増倍層の材料選択

InGaAs-APDとInAlAs-APDの比較



- 電子の増倍を利用するため、高電子速度により広帯域化

イオン化率比

過剰雑音指数F （APDの増倍過程で加わる雑音の大きさの程度を表す指標）

$$F = M\left\{1-(1-k)\frac{(M-1)^2}{M^2}\right\}$$

M:増倍率，k:イオン化率比

$$= M\left[k\left(1-\frac{1}{M}\right)^2 + \frac{1}{M}\left(2-\frac{1}{M}\right)\right]$$

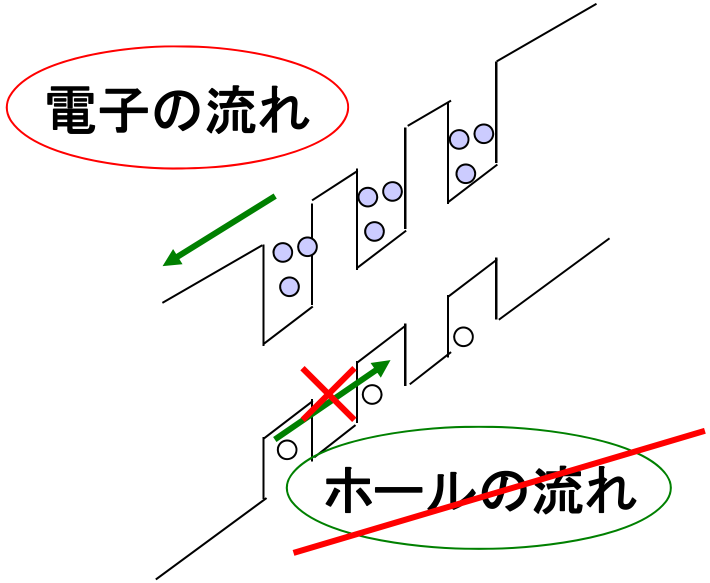
ここで、 $k = \frac{\beta}{\alpha}\ (\text{if}\quad \alpha \geq \beta),\ \text{or}\ \frac{\alpha}{\beta}\ (\text{if}\quad \beta \geq \alpha)$

α: 電子のイオン化率，β: ホールのイオン化率

Fはkに比例し、k=0で最小，k=1で最大

イオン化率比の低減が低雑音化に重要

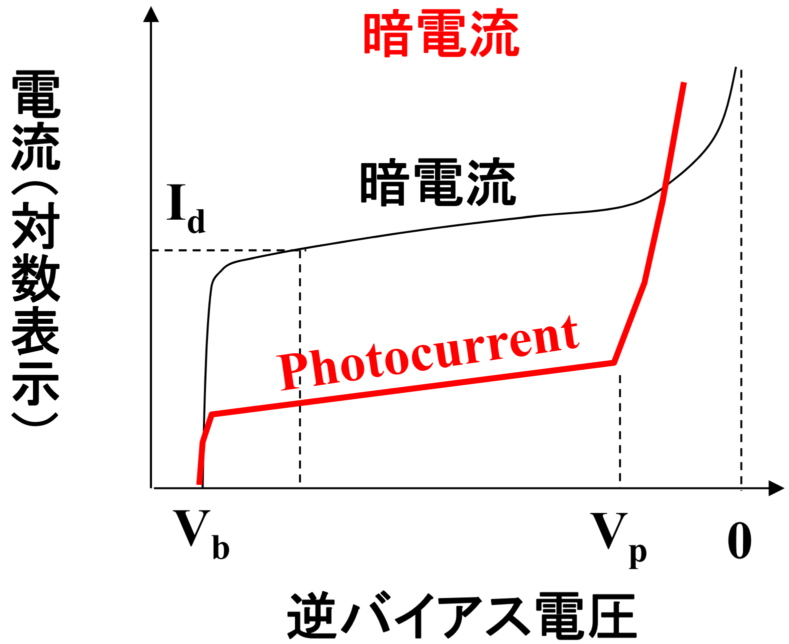
超格子APD

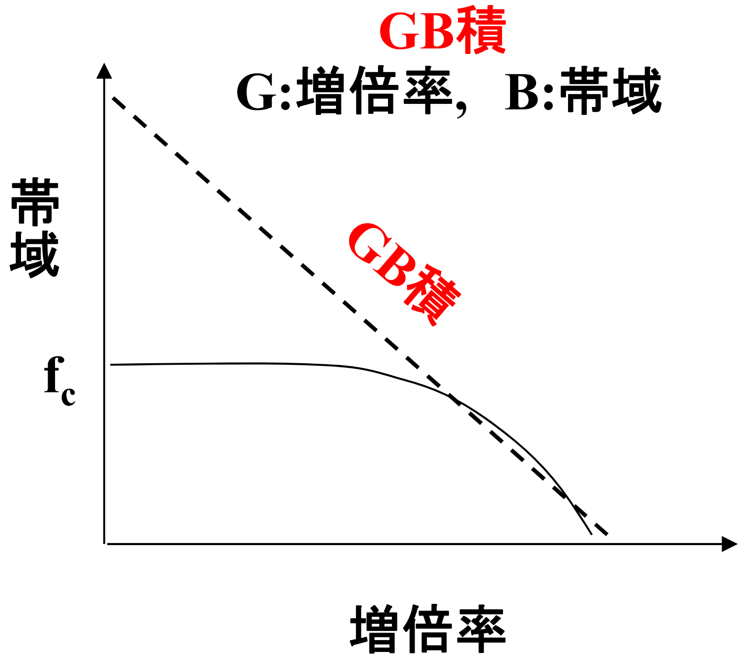


超格子のポテンシャルを
ホールが超えにくい

⇒ イオン化率比の低減

APDの特性評価パラメータ

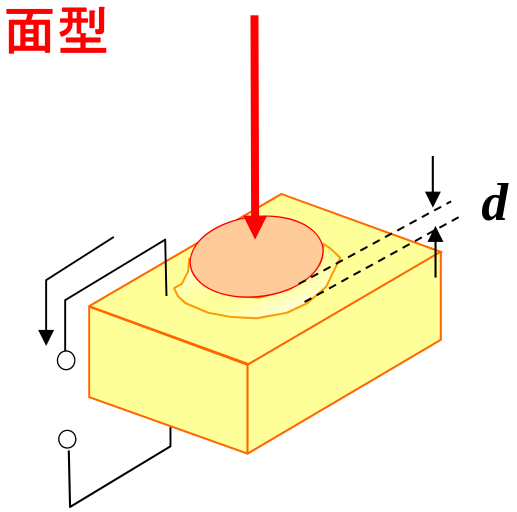


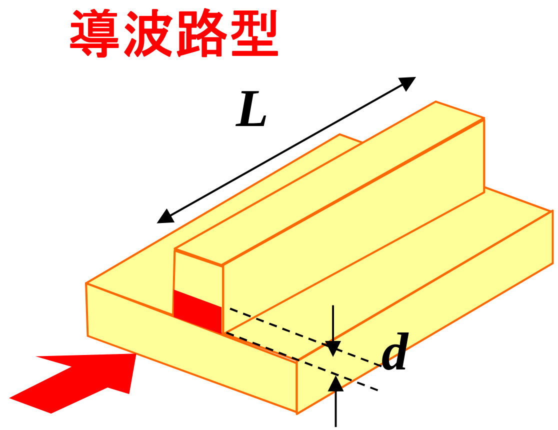


光受光器の高速化のポイント(2)

面型から導波路型へ

走行遅延・受信感度のトレードオフ





受信感度(吸収率)∝ $1\text{-}\exp(-\alpha d)$

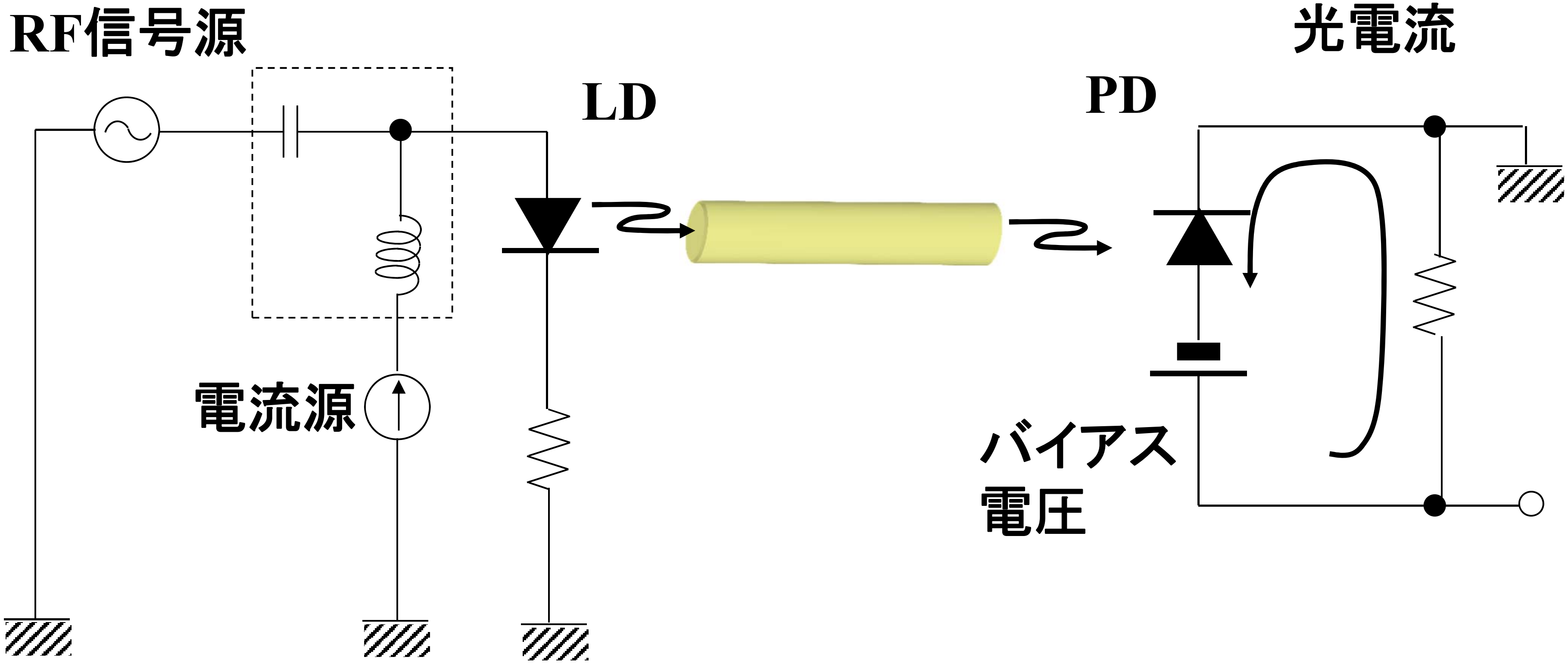
**dを厚くすると感度は上がり
CR時定数も低減するが、
走行遅延劣化が起きる**

受信感度(吸収率)∝ $1\text{-}\exp(-\alpha L)$

**Lを長くすると感度があがり
走行遅延と独立に最適化設計化
(L短尺化によるCR低減は必要)**

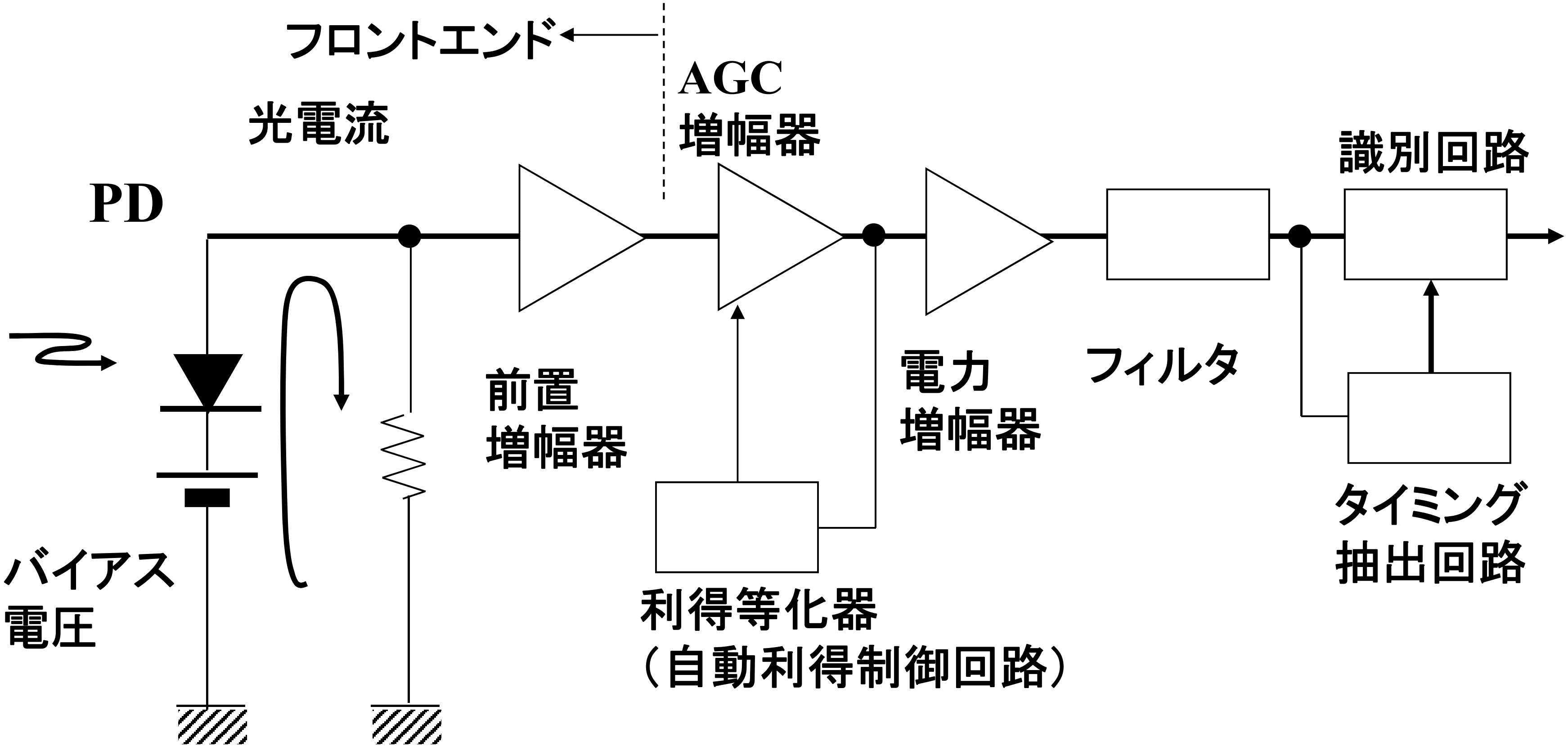
光強度変調方式における受信の基本構成

直接検波（IM-DD）方式の場合



受信回路の構成（前置増幅器あり）

直接検波（IM-DD）方式の場合



WDM用光送信器

多波長DFB-LD/EA変調器の構造図（2.5Gbps用）

**K. Kudo, M. Ishizaki, T. Sasaki, H. Yamazaki and M. Yamaguchi（NEC）,
IEEE Photon. Technol. Lett., vol.10, pp.929-931 (1998).**

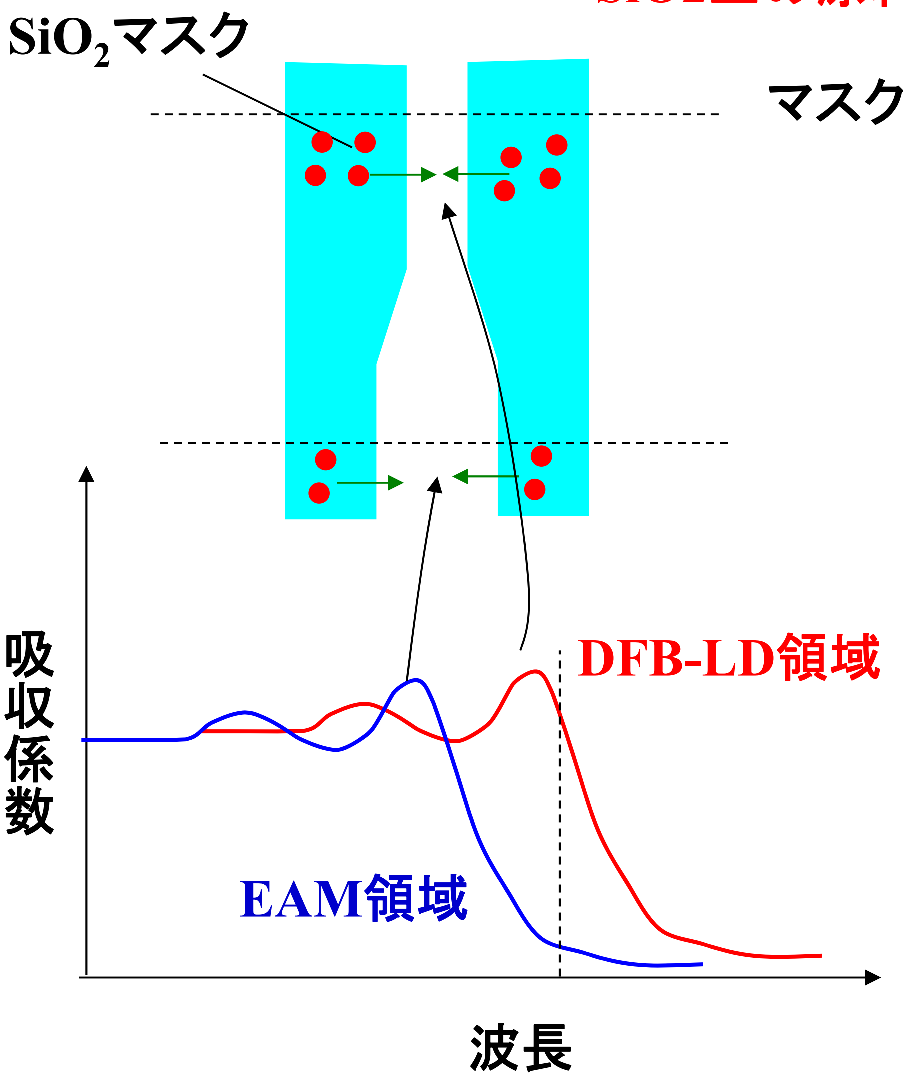
構造図

閾値・波長・消光比特性

多波長DFB-LD/EA変調器の構造図（10Gbps用）

K. Kudo et al.（NEC）, IEEE Photon. Technol. Lett., vol.10, pp.929-931 (1998).

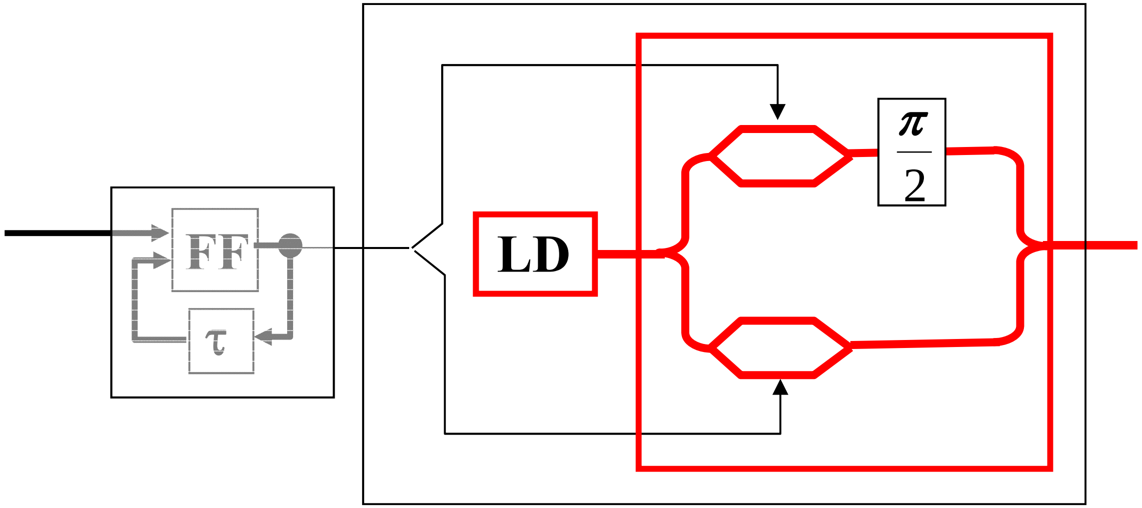
選択MOVPE成長による
一括多波長EAM集積DFB－LDウエハの成長



SiO2上の原料が拡散 → 成長速度に影響

マスク幅広い → 原料拡散量多い
→ 成長速度速い
→ 層厚厚い
→ 量子化準位 長波長

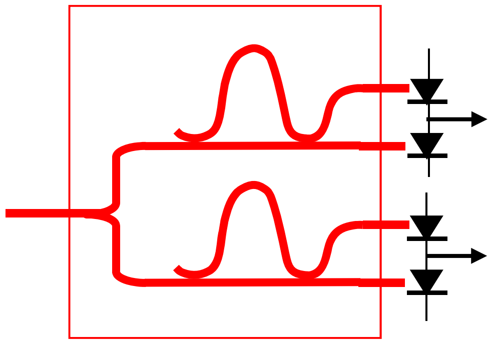
DQPSK用変調器



M. Sugiyama, M. Doi, T. Hasegawa, T. Shiraishi, and K. Tanaka(Fujitsu), ECOC2007, 10.3.4.

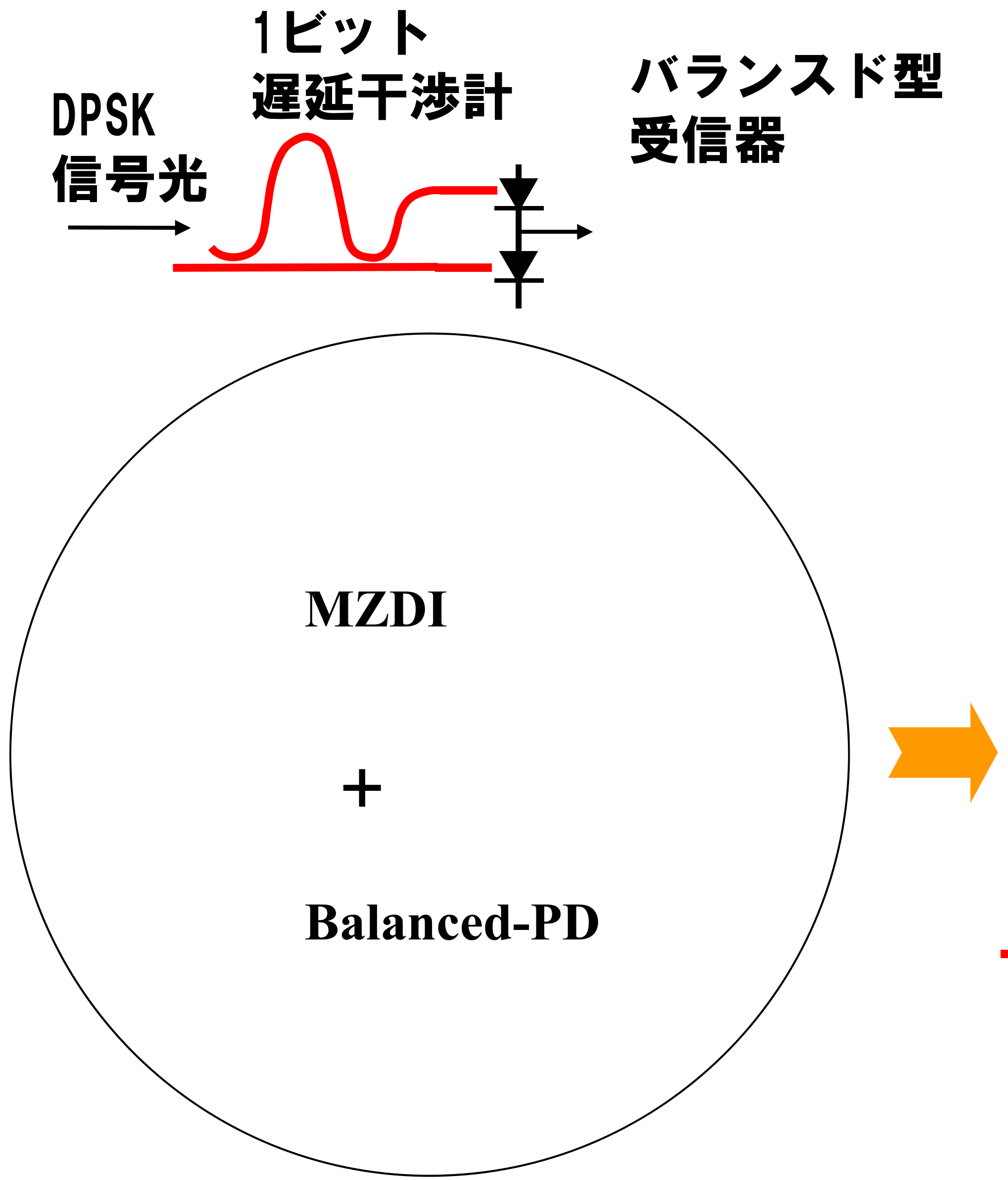
- 172×17×14mm^3
- Bending radius: 1mm
- Driving Voltage: 3.5V

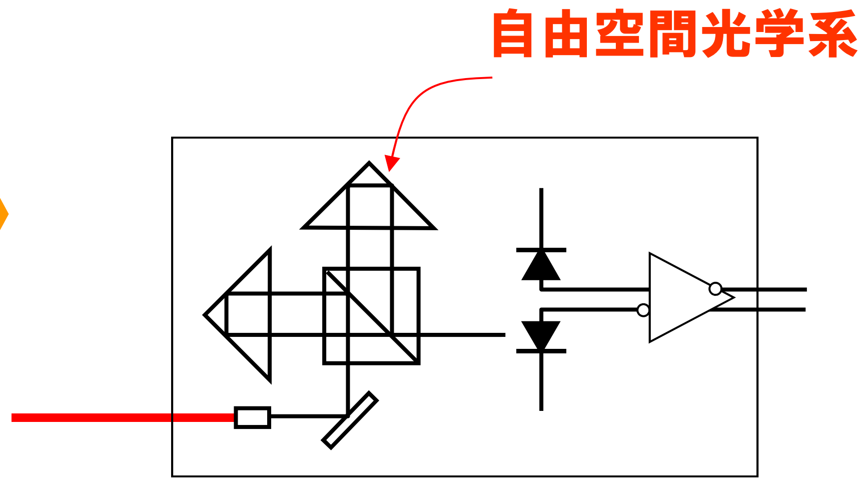
DQPSK受信回路



DPSK復調回路２並列を一体化

小型化が進むDPSK受信回路





46mm×41mm×8.5mm

大容量光送信器（１）

- **半導体集積化（Tunable DFB-LD, EAM, Power Monitor, VOA）の進展**

40Gbps NRZ, 40ch(1.6Tbps DWDM PIC)

R. Nagarajan(Infinera), COIN2008, C-16-AM2-2-3.

パッケージ

素子構造

半導体集積DQPSK変調器（１）

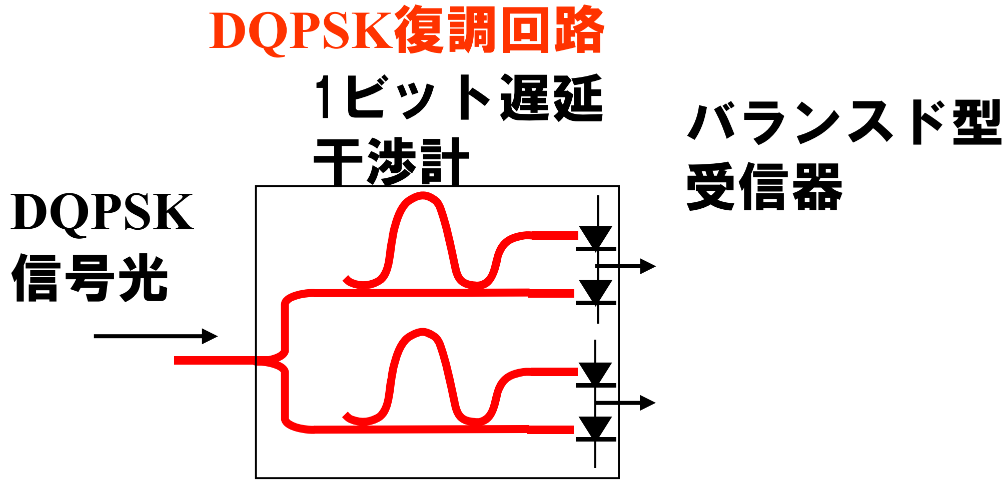
C.R. Doerr (Alcatel-Lucent), OFC2007, PDP33.

WDMーDQPSK送信器

R. Nagarajan(Infinera), COIN2008, C-16-AM2-2-3.

43Gbps DQPSK×10ch
PIC

DQPSK用復調回路（１）



C.R. Doerr, L. Zhang, S. Chandrasekhar, N.J. Sauer, J.H. Sinsky,and A.L. Adamiecki, ECOC2007, PD2.9.

DQPSK用復調回路（２）

C.R. Doerr, L. Zhang, S. Chandrasekhar, N.J. Sauer, J.H. Sinsky,and A.L. Adamiecki, ECOC2007, PD2.9.

Size: 3.2mm✕0.8mm

PD: 25μm-long

Bending radius: 240μm

Loss: 1.2dB/mm

53.5Gbpz RZ-DQPSK

BER=2.5✕10^{-3}

InP集積DQPSK送信器

1.7.2 M. Ziari et al. (Infinera)

"Large scale integration of photonic integrated circuits on Indium Phosphide and high-index-contrast Si platforms"

偏波多重(PM) DQPSK送信器用PIC

**10Gsymbol/s×2(DQPSK)×2(PM
=400Gbps**

InP集積DQPSKレシーバ回路（１）

R. Nagarajan, OFC2010, PDPB2 (2010).

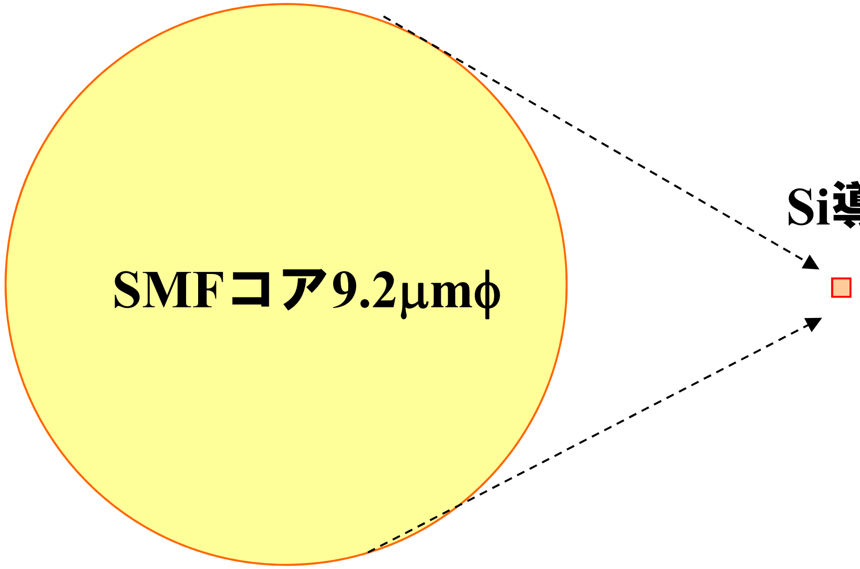
InP集積QPSK送信器

P. Evans, M. Fisher, R. Malendevich, A. James, P. Studenkov, G. Goldfarb, T. Vallaitis, M. Kato, P. Samra, S. Corzine, E. Stzelecka, R. Salvatore, F. Sedgwick, M. Kuntz, V. Lal, D. Lambert, A. Dentai, D. Pavinski, J. Zhang, B. Behnia, J. Bostak, V. Dominic, A. Nilsson, B. Tayler, J. Rahn, S. Sanders, H. Sun, K.-T. Wu, J. Pleumeekers, R. Muthiah, M. Missey, R. Schneider, J. Stewart, M. Reffle, T. Butrie, R. Nagarajan, C. Joyner, M. Ziari, F. Kish, and D. Welch, OFC/NFOEC2011, PDPC7 (2011).

InP集積コヒーレントレシーバ回路（1）

R. Nagarajan, OFC2010, PDPB2 (2010).

Siフォトニクスのこれまでと今後の方向性



特徴

- CMOSプロセス準拠：微細加工可
- 高い屈折率差：小曲率半径による小型化・各種パッシブ素子可能
- 品質の良いGe成長可能：受光器
- 高い光子密度：高高率な非線形素子

弱み

- モノリシックで形成できる発光素子が困難

↓

III-V族半導体素子の融着で動作可能

- 高効率な吸収変調困難

↓

共振型素子

光アクセス系用光送信器

アクセス系NW用光デバイスへの要求条件

アクセスネットワークの特質

- ユーザはビジネスユーザではなく個人ユーザ
- コスト感覚が厳しい
- 家庭内には各個人につき（最低）1台の装置が必要

↓

光デバイスへの要求条件

- 経済性（低コストな光部品）
- 生産性
- 耐環境性

アクセス系光デバイスの技術ポイント

（1） 低コスト実現のための実装負担の軽減技術が主体

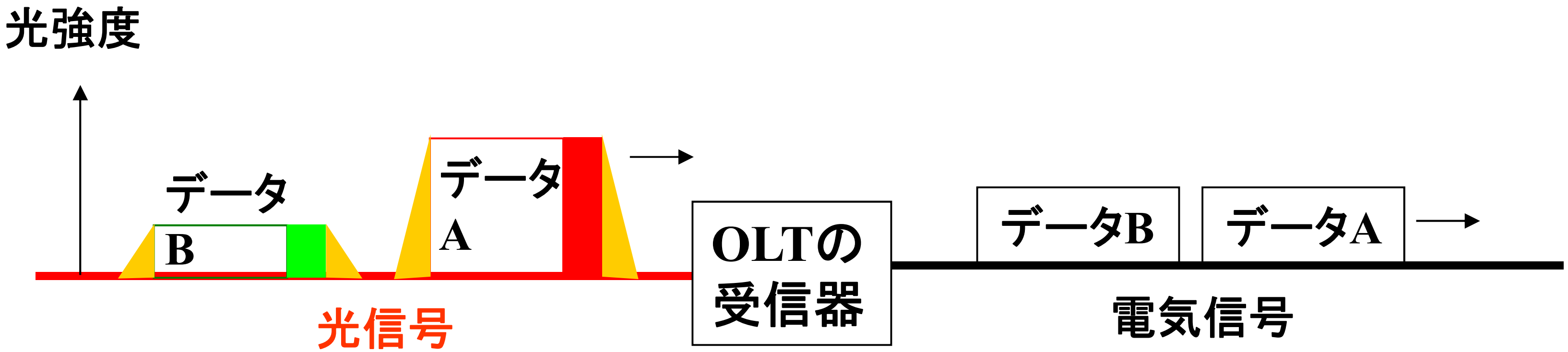
- LD／PDと光ファイバの調心トレランスを拡大するためのスポットサイズ変換器

- パッシブ・アライメント技術

- 温調無しで-40℃～+85℃動作が可能な耐環境材料の使用

アクセス用バースト受信器

- 異なる距離・送信パワー差などによりONU間の信号強度に差が発生
- 同レベルの電気信号に等化（自動利得等化、Auto-Gain Control, AGC）
- セットアップ信号を読み取りながら、クロック抽出・同期確立



Burst Mode Receiver (Rx)

LAN用送信器

光送信器(半導体レーザ)への要求拡大と改善方法

要求

- 高温動作特性(閾値電流上昇・出力低下の抑制)の改善

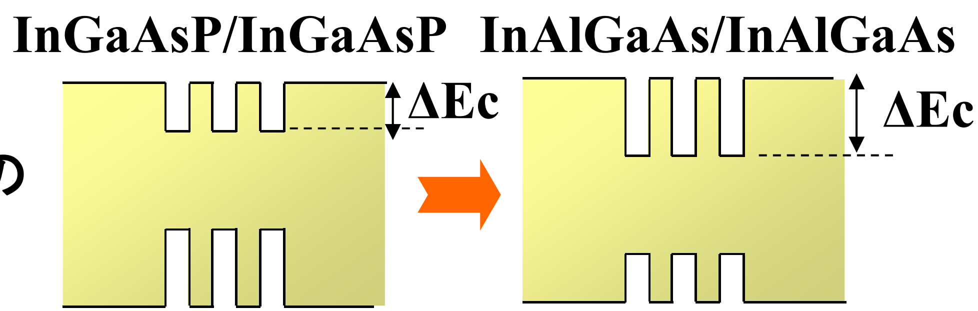
  特にアクセス系(FTTH)用途・LAN用途は低コスト化の要求が厳しい

  Telcordia規格：-40℃～+85℃ → -40℃～+100℃

- 無温調化によるシステムの低コスト化・低消費電力化

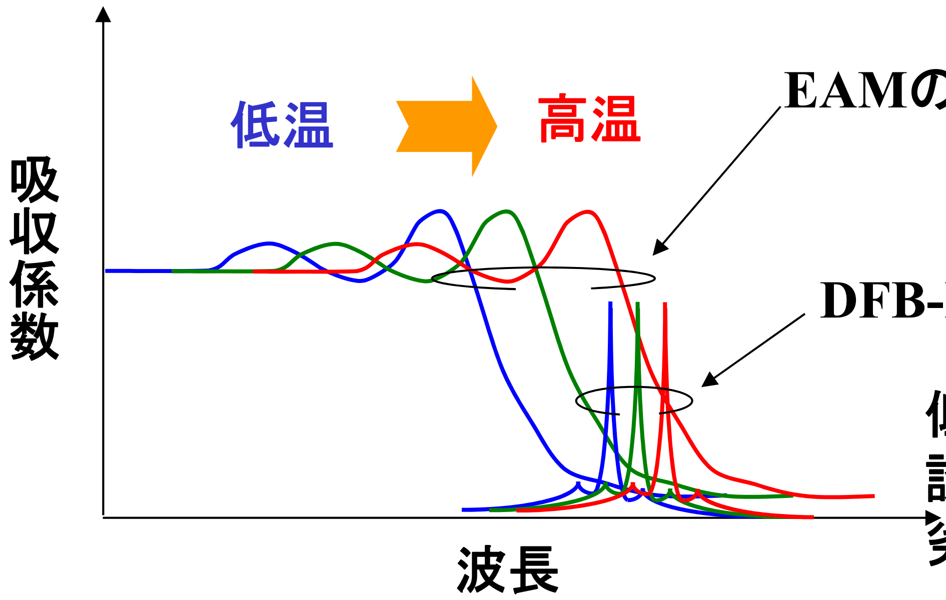
改善方法

- 高ΔEc(伝導帯不連続値)材料の導入



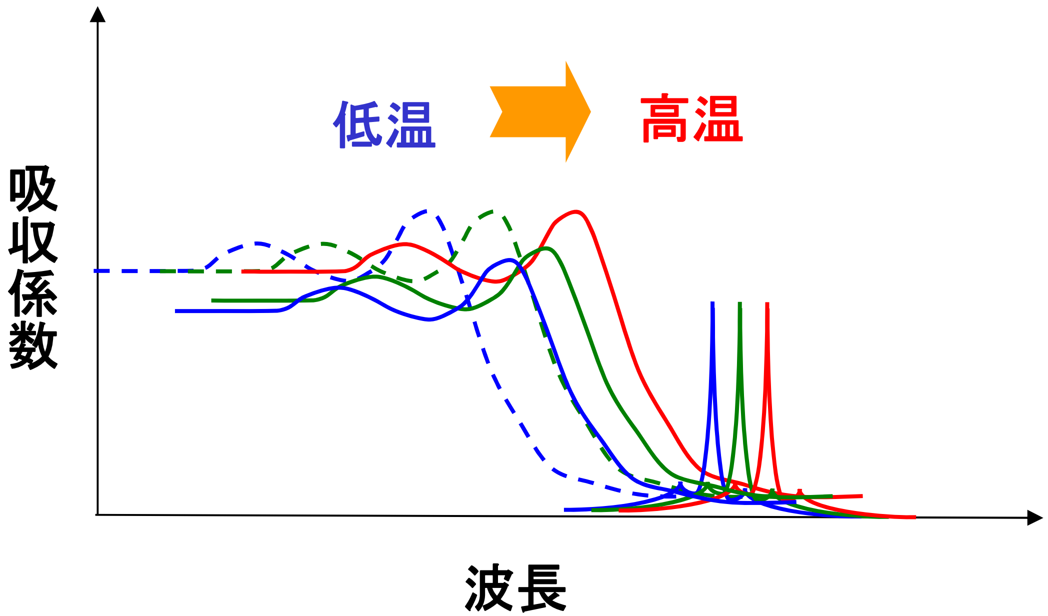
100GbE用EAM集積DFB－LD（1）（設計時の課題）

- 無温調（UncooledまたはCoolerless）による低コスト化（0～85℃）



低温で高消光比の波長離調の設計をすると、高温では消光が劣化

100GbE用EAM集積DFBーLD（２）
（バイアス設定による課題解決）



消光比が温度に対して一定となるよう、EAMのDCバイアスを調整

高温の”0”レベルで最適離調に設定した場合：
低温　→　大きな離調を低DCバイアスで調整

100GbE用EAM集積DFB－LD（３－１）（報告例）

S. Makino(Hitachi), COIN2008, C-15-PM3-2-4 (2008).

DFB-LD: 400μm
EAM: 100μm

無温調化のための技術

- **高温動作時のLD特性劣化抑制**
  InGaAsAs系MQW構造による
  キャリア・オーバーフロー抑制
- **LDとEAMの離調調整**
  オフセットバイアス調整

第５章

光ファイバのモード特性（１）

５章の内容

１．構造(ごく簡単に)

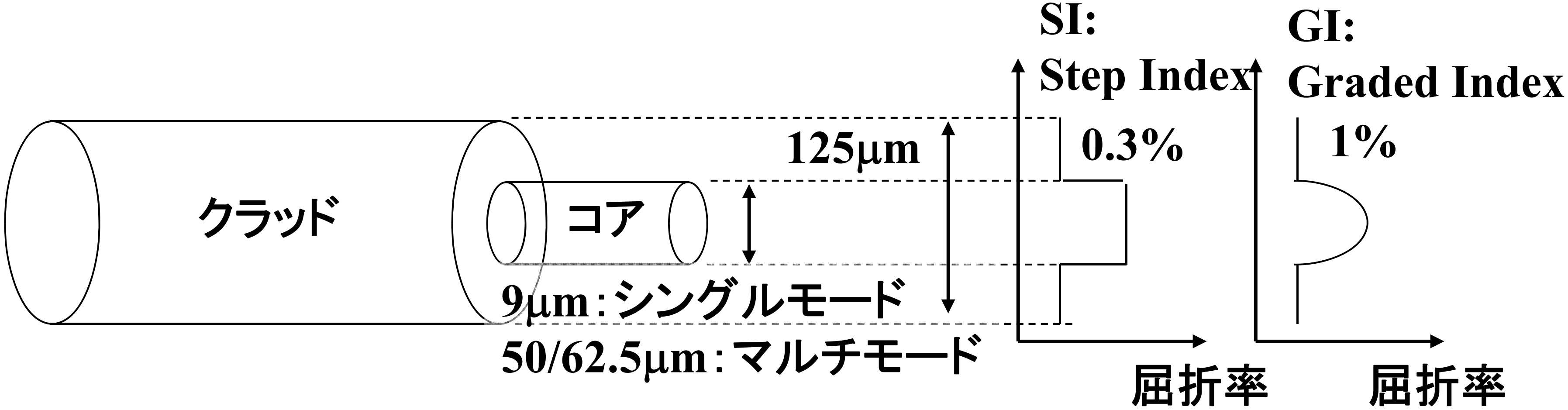
２．波動方程式の導出

３．解法(１)：スラブ導波路

４．解法(２)：光ファイバ

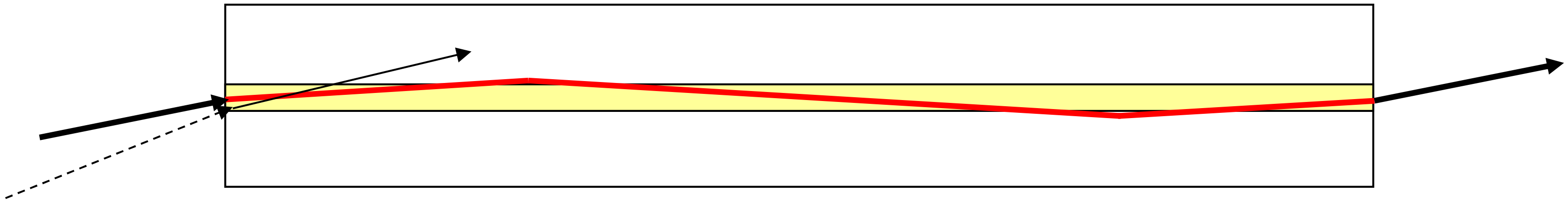
５．偏波

光ファイバケーブル


クラッド
コア
125μm
9μm：シングルモード
50/62.5μm：マルチモード
SI:
Step Index
0.3%
屈折率
GI:
Graded Index
1%
屈折率

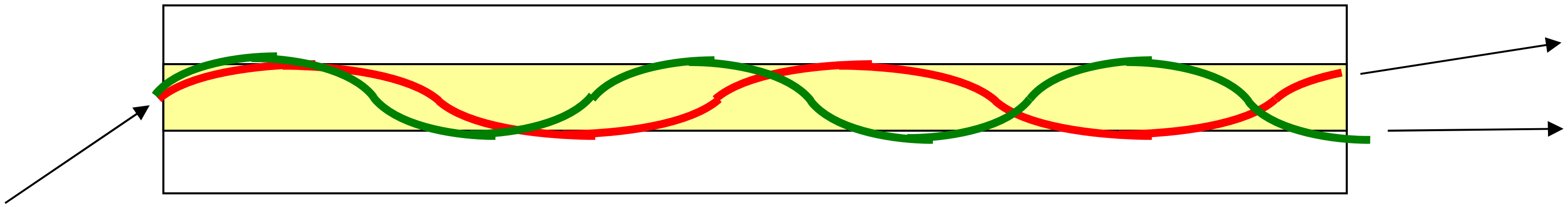
単一モードファイバ・多モードファイバ

単一モードファイバ(コア径約9μm)



・一つの伝送モードのみ　→　異なるモード間の時間の影響なし
・長距離伝送向き

多モードファイバ(コア径50/62.5μm)



・複数の伝送モードが許される　→　異なるモード間の時間差
・短距離／低コスト用途向き

波動方程式の導出

マクスウェルの方程式（1）

マクスウェルの方程式

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}} \qquad (5.1)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \qquad (5.2)$$

$$\nabla \cdot D = 0 \qquad (5.3)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \qquad (5.4)$$

仮定

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon = \varepsilon_0 n_i^2 (i = 1,2) \quad (n_i \text{ :屈折率}) \\ &\mu = \mu_0 \quad \text{（非磁性体）} \\ &\sigma = 0 \quad \text{（絶縁体, } J=0\text{）} \end{aligned}\right\} \qquad (5.5)$$

電界と磁界の時間依存性

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= \boldsymbol{E}^0(x, y, z) e^{j\omega t} \\ \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{H}^0(x, y, z) e^{j\omega t} \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

マクスウェルの方程式(2)

式(5.5), (5.6)を式(5.1), (5.2)に代入

$$\nabla \times \boldsymbol{E}^0 = -j\omega\mu_0 \boldsymbol{H}^0 \qquad (5.7)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}^0 = j\omega\varepsilon_0 n_i^2 \boldsymbol{E}^0 \qquad (5.8)$$

電界の式

式(5.7)の両辺に $\nabla \times$ を作用させると、

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E}^0 = -j\omega\mu_0 \nabla \times \boldsymbol{H}^0 \qquad (5.9)$$

左辺＝ $\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}^0) - \nabla^2 \boldsymbol{E}^0$

式(5.3)より $\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \nabla \cdot (\varepsilon \boldsymbol{E}) = \varepsilon \nabla \cdot \boldsymbol{E} + (\nabla \varepsilon) \cdot \boldsymbol{E} = 0$ だから、

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = -\frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{E} \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \boldsymbol{E}^0 = -\frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{E}^0$$

（時間項削除）

マクスウェルの方程式（3）

よって左辺＝ $-\nabla\left(\dfrac{\nabla n_i^{\,2}}{n_i^{\,2}}\cdot E^0\right)-\nabla^2 E^0$

式(5.9)の右辺に式(5.8)を代入すると、

右辺= $-j\omega\mu_0\cdot j\omega\varepsilon_0 n_i^{\,2}E^0=\omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i^{\,2}E^0$

よって、

$$\boxed{\nabla^2 E^0+\omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i^{\,2}E^0=-\nabla\left(\frac{\nabla n_i^{\,2}}{n_i^{\,2}}\cdot E^0\right)}$$

（波動方程式）
(5.10)

右辺は屈折率の空間依存性の項なので、屈折率の一様な媒質あるいは屈折率差が数%と小さい媒質については $\nabla n_i^{\,2}=0$ より

$$\boxed{\nabla^2 E^0+\omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i^{\,2}E^0=0}$$

(5.11)

マクスウェルの方程式(4)

磁界の式

電界の式の導出と同様に式(5.8)の両辺に　$\nabla\times$　を作用させると、

$$\nabla\times\nabla\times \boldsymbol{H}^{0} = j\omega\varepsilon_0 \nabla\times(n_i{}^2 \boldsymbol{E}^{0})$$

左辺＝ $$\nabla(\nabla\cdot \boldsymbol{H}^{0}) - \nabla^2 \boldsymbol{H}^{0} = \nabla\left(\frac{\nabla\cdot \boldsymbol{B}^{0}}{\mu_0}\right) - \nabla^2 \boldsymbol{H}^{0} = -\nabla^2 \boldsymbol{H}^{0}$$

（$\nabla\cdot \boldsymbol{B}=0$ を使用）

右辺＝ $$j\omega\varepsilon_0 n_i{}^2 (\nabla\times \boldsymbol{E}^{0}) + \nabla n_i{}^2 \times j\omega\varepsilon_0 \boldsymbol{E}^{0}$$ （ベクトル公式より）

$$= \omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i{}^2 \boldsymbol{H}^{0} + \frac{\nabla n_i{}^2}{n_i{}^2}\times(\nabla\times \boldsymbol{H}^{0}) \cong \omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i{}^2 \boldsymbol{H}^{0}$$

よって、

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{H}^{0} + \omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i{}^2 \boldsymbol{H}^{0} = 0} \qquad (5.12)$$

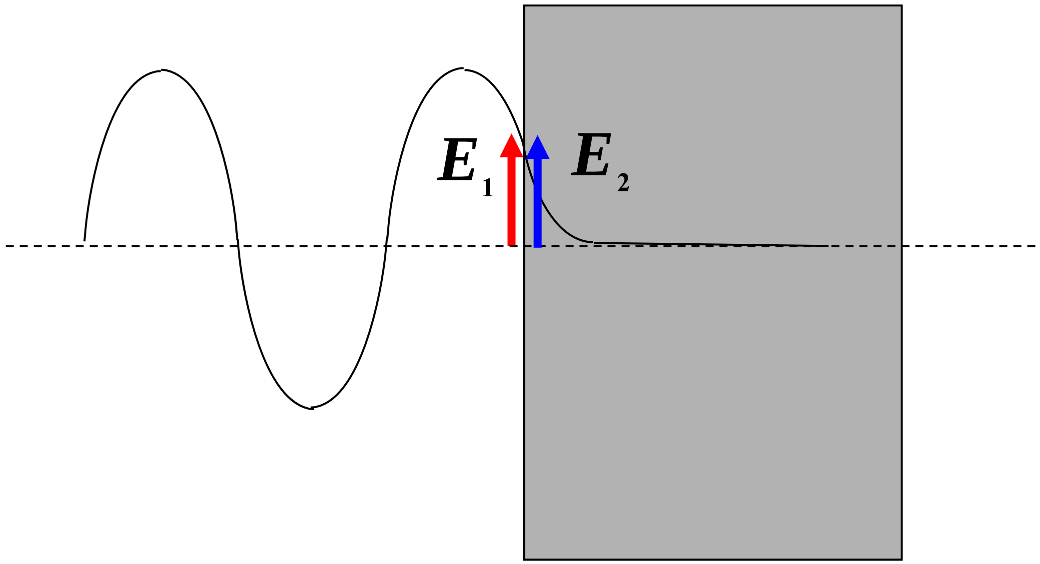
※時間依存の項は場所依存の解に $e^{j\omega t}$ を加えればよい。

解法（1）:スラブ導波路

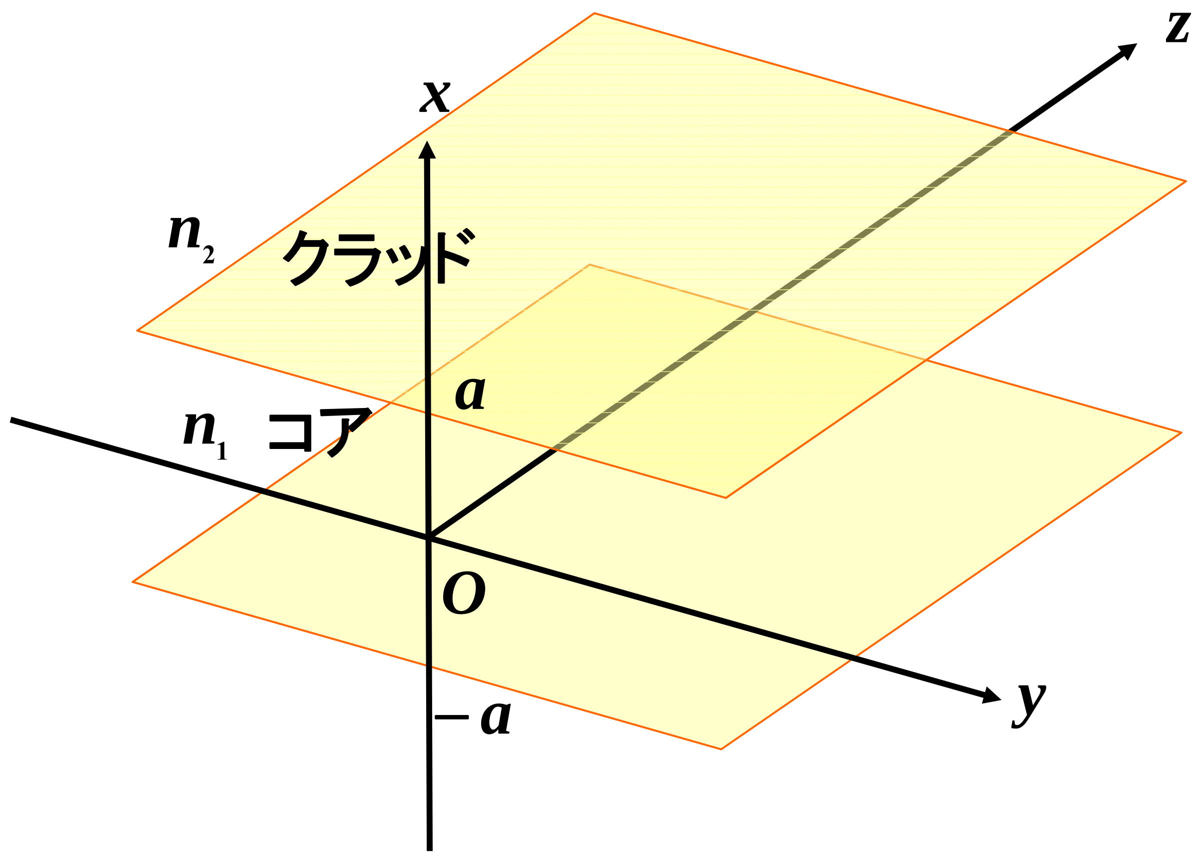
不連続部での境界条件

$\boldsymbol{n}$ を境界面に対する単位法線ベクトルとすると、

$$\begin{cases} (\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) \times \boldsymbol{n} = 0 & \text{:電界の接線成分が等しい} \\ (\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) \times \boldsymbol{n} = 0 & \text{:磁界の接線成分が等しい} \end{cases}$$



（例題） ３層スラブ構造（１）



スラブ構造:コアが y 方向、z方向に無限に広がる構造。
x方向にのみ境界が存在。

※コア幅: $2a$ として以下計算していることに注意。
core thickness = $2a$

TEモードとTMモード（１）

伝搬定数をβとおいて電磁界のz方向依存性を$e^{-j\beta z}$と仮定。

$$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta$$

⇨ 最終解は以下の解に$e^{j(\omega t-\beta z)}$を補足したものとなる。

スラブ構造の条件

光はy方向に一様であり、$\frac{\partial}{\partial y} = 0$

⇨ 式(5.7), (5.8)を書き下すと次ページの通り。

$$\nabla \times E^0 = -j\omega\mu_0 H^0 \qquad (5.7)$$

$$\nabla \times H^0 = j\omega\varepsilon_0 n_i{}^2 E^0 \qquad (5.8)$$

TEモードとTMモード(2)

成分	式(5.7)	式(5.8)
x	$j\beta \boxed{E_y} = -j\omega\mu_0 \boxed{H_x}$	$j\beta H_y = j\omega\mu_0 n_i^2 E_x$
y	$-j\beta E_x - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y$	$-j\beta \boxed{H_x} - \dfrac{\partial \boxed{H_z}}{\partial x} = j\omega\mu_0 n_i^2 \boxed{E_y}$
z	$\dfrac{\partial \boxed{E_y}}{\partial x} = -j\omega\mu_0 \boxed{H_z}$	$\dfrac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega\mu_0 n_i^2 E_z$

E_y, H_x, H_zを有する解：$E(0, E_y, 0)$, $H(H_x, 0, H_z)$

TE(Transverse Electric)モード

E_x, E_z, H_yを有する解：$E(E_x, 0, E_z)$, $H(0, H_y, 0)$

TM(Transverse Magnetic)モード

TEモードの解（1）

式(5.11)に$E(0, E_y, 0)$ を代入して、

$$\left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}+\underbrace{\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}}_{=0}+\underbrace{\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}}\right)+\omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i^2 E_y=0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}=-j\beta,\quad \frac{\partial^2}{\partial z^2}=(-j\beta)^2=-\beta^2$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}+(\omega^2\varepsilon_0\mu_0 n_i^2-\beta^2)E_y=0 \qquad (5.13)$$

更に $k_0^2=\omega^2\varepsilon_0\mu_0$ とおいてコア内($n=n_1$)とクラッド内($n= n_2$)について表現すると、

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}+\underbrace{(k_0^2 n_1^2-\beta^2)}_{>0}E_y=0 & \text{（コア内）} \quad (5.14) \\ \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}-\underbrace{(\beta^2-k_0^2 n_2^2)}_{>0}E_y=0 & \text{（クラッド内）} \quad (5.15) \end{cases}$$

TEモードの解（2）

式(5.14), (5.15)に電界の接線成分の境界条件を適用する。

$$E_y(x \to \pm a_{+0}) = E_y(x \to \pm a_{-0}) \qquad (5.16)$$

ただし複合同順、a_{+0}, a_{-0}はそれぞれコア側、クラッド側から近づけることを意味する。

磁界の接線成分に対しても同様にして、

$$H_z(x \to \pm a_{+0}) = H_z(x \to \pm a_{-0}) \qquad (5.17)$$

$\dfrac{\partial E_y}{\partial x}$ の連続の式

クラッド内では

$$\left.\begin{aligned} E(x \to \pm\infty) = 0 \\ H(x \to \pm\infty) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (5.18)$$

の条件が適用される。

TEモードの解（3）

電界について

導波モードは $k_0 n_2 \le \beta \le k_0 n_1$ を満足する。

式(5.14)、(5.15)について以下の変数をおく。

$$\left\{\begin{aligned} \kappa^2 &= k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \\ \gamma^2 &= \beta^2 - k_0^2 n_2^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{(\kappa a)^2 + (\gamma a)^2 = (k_0 a)^2 (n_1^2 - n_2^2) = V^2}$$

半径(V/a)、中心Oのκ-γ座標の円

ただし $\boxed{V = k_0 n_1 a \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}} = k_0 n_1 a \sqrt{2\Delta}}$ V：Vパラメータ（規格化周波数）

（Δ：比屈折率差）

式(5.14)、(5.15)は以下のように変形される。

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \kappa^2 E_y = 0 \quad \text{（コア内）} \quad (5.19) \\ &\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \gamma^2 E_y = 0 \quad \text{（クラッド内）} \quad (5.20) \end{aligned}\right.$$

TEモードの解（4）

式(5.19)、(5.20)の一般解は以下の式で与えられる。

$$\begin{cases} E_y = Ae^{-j\kappa x} + Be^{j\kappa x} & \text{（コア内）} \quad (5.21) \\ E_y = Ce^{-\gamma x} + De^{\gamma x} & \text{（クラッド内）} \quad (5.22) \end{cases}$$

Oscillation

Attenuation

まず式(5.18)の条件より、

$$\begin{cases} D = 0(x > a) & (5.23) \\ C = 0(x < -a) & (5.24) \end{cases}$$

また式(5.16)より、

$$\begin{cases} Ae^{-j\kappa a} + Be^{j\kappa a} = Ce^{-\gamma a} & (x \to a) \quad (5.25) \\ Ae^{j\kappa a} + Be^{-j\kappa a} = De^{-\gamma a} & (x \to -a) \quad (5.26) \end{cases}$$

TEモードの解（5）

次に $x=\pm a$ において磁界の接線成分H_zが連続である条件(5.17)を用いる。

$$H_z=\frac{j}{\omega\mu_0}\cdot\frac{\partial E_y}{\partial x}$$ だから

$$\begin{cases}\dfrac{dE_y}{dx}=-j\kappa Ae^{-j\kappa x}+j\kappa Be^{j\kappa x} & (5.27)\\[2ex] \dfrac{dE_y}{dx}=-\gamma Ce^{-\gamma x}+\gamma De^{\gamma x} & (5.28)\end{cases}$$

より、

$$\begin{cases}-j\kappa Ae^{-j\kappa a}+j\kappa Be^{j\kappa a}=-\gamma Ce^{-\gamma a} & (x=a)\\ -j\kappa Ae^{j\kappa a}+j\kappa Be^{-j\kappa a}=\gamma De^{-\gamma a} & (x=-a)\end{cases}$$

TEモードの解（6）

変形して、

$$\begin{cases} Ae^{-j\kappa a} - Be^{j\kappa a} = -\dfrac{j\gamma C}{\kappa}e^{-\gamma a} & (x=a) \qquad (5.29) \\ Ae^{j\kappa a} - Be^{-j\kappa a} = \dfrac{j\gamma D}{\kappa}e^{-\gamma a} & (x=-a) \qquad (5.30) \end{cases}$$

AとBの関係を求めるため、CおよびDを消去する。

(5.29)÷(5.25)より、
$$\frac{Ae^{-j\kappa a} - Be^{j\kappa a}}{Ae^{-j\kappa a} + Be^{j\kappa a}} = -\frac{j\gamma}{\kappa} \qquad (5.31)$$

(5.30)÷(5.26)より、
$$\frac{Ae^{j\kappa a} - Be^{-j\kappa a}}{Ae^{j\kappa a} + Be^{-j\kappa a}} = \frac{j\gamma}{\kappa} \qquad (5.32)$$

さらに(5.31)÷(5.32)を計算して右辺の変数を消去

TEモードの解(7)

$$\frac{(Ae^{-j\kappa a} - Be^{j\kappa a})(Ae^{j\kappa a} + Be^{-j\kappa a})}{(Ae^{-j\kappa a} + Be^{j\kappa a})(Ae^{j\kappa a} - Be^{-j\kappa a})} = -1$$

変形して、$A^2=B^2$を得る。

① $A=B$の場合

式(5.25)より $A(e^{j\kappa a} + e^{-j\kappa a}) = Ce^{-\gamma a}$

$$2A\cos(\kappa a) = Ce^{-\gamma a} \qquad (5.33)$$

式(5.29)より $A(e^{j\kappa a} - e^{-j\kappa a}) = \dfrac{j\gamma C}{\kappa} e^{-\gamma a}$

$$2A\sin(\kappa a) = \frac{\gamma C}{\kappa} e^{-\gamma a} \qquad (5.34)$$

(5.34)÷(5.33)より、 $\boxed{\tan(\kappa a) = \dfrac{\gamma}{\kappa} = \dfrac{\gamma a}{\kappa a}}$ (5.35)

TEモードの偶数次モード

TEモードの解(8)

① $A=-B$の場合

式(5.25)より $A(e^{j\kappa a}-e^{-j\kappa a})=-Ce^{-\gamma a}$

$$2A\sin(\kappa a)=jCe^{-\gamma a} \qquad (5.36)$$

式(5.29)より $A(e^{j\kappa a}+e^{-j\kappa a})=jCe^{-\gamma a}$

$$2A\cos(\kappa a)=-\frac{j\gamma C}{\kappa}e^{-\gamma a} \qquad (5.37)$$

(5.37)÷(5.36)より、

$$\boxed{\cot(\kappa a)=-\frac{\gamma}{\kappa}=-\frac{\gamma a}{\kappa a}} \qquad (5.38)$$

TEモードの奇数次モード

$\gamma=\kappa\tan(\kappa a+\frac{n\pi}{2})$ $\quad (n=0,1,2,\cdots)$

$\kappa^2+\gamma^2=(V/a)^2$ の交点が解

(5.35)と(5.38)を一つの式にまとめると、

$$\boxed{\tan(\kappa a+\frac{n\pi}{2})=\frac{\gamma a}{\kappa a} \qquad (n=0,1,2,\cdots)} \qquad (5.39)$$

n: 横モードの次数
order of transverse (lateral) mode

対称3層スラブ導波路のモード電磁界式

モード	モード電磁界式 $\lvert x\rvert \le a$	モード電磁界式 $\lvert x\rvert > a$	固有値(分散)方程式
TE偶数次	$E_y = A_e \cos(\kappa x)$	$E_y = A_e \cos(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(\lvert x\rvert - a)}$	$\tan(\kappa a) = \dfrac{\gamma a}{\kappa a}$
TE奇数次	$E_y = A_o \sin(\kappa x)$	$E_y = \dfrac{x}{\lvert x\rvert} A_o \sin(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(\lvert x\rvert - a)}$	$\cot(\kappa a) = -\dfrac{\gamma a}{\kappa a}$
TM偶数次	$H_y = B_e \cos(\kappa x)$	$H_y = B_e \cos(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(\lvert x\rvert - a)}$	$\tan(\kappa a) = \boxed{(\dfrac{n_1}{n_2})^2} \dfrac{\gamma a}{\kappa a}$
TM奇数次	$H_y = B_o \sin(\kappa x)$	$H_y = \dfrac{x}{\lvert x\rvert} B_o \sin(\kappa a) \cdot e^{-\gamma(\lvert x\rvert - a)}$	$\cot(\kappa a) = -\boxed{(\dfrac{n_1}{n_2})^2} \dfrac{\gamma a}{\kappa a}$

複屈折性
birefringence

光導波路の電磁界（３次元の場合）

岡本勝就著『光導波路の基礎』pp.30　図2.11

分散方程式(1)

式(5.39)を規格化した変数で表現する。

⇒ 構造パラメータの変化に対する伝搬定数の変化の特性を一般化できる。

以下の式で**規格化伝搬定数b**を定義する。

$$\boxed{b=\frac{(\beta/k_0)^2-n_2^2}{n_1^2-n_2^2}}$$

$$b=\frac{(\beta^2-k_0^2n_2^2)a^2}{(k_0a)^2(n_1^2-n_2^2)}=\frac{(\gamma a)^2}{(\kappa a)^2+(\gamma a)^2}=\left(\frac{\gamma a}{V}\right)^2 \qquad (5.40)$$

よって、 $\gamma a=V\sqrt{b}$ (5.41)

分散方程式（2）

式(5.40)を変形して、

$$\kappa a = \sqrt{(\frac{1}{b}-1)(\gamma a)^2} = V\sqrt{1-b} \qquad (5.42)$$

(5.41), (5.42)を(5.39)に代入して変形し、以下の式を得る。

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-b}}\{\tan^{-1}\sqrt{\frac{b}{1-b}} + \frac{n\pi}{2}\} \qquad (n = 0,1,2,\cdots) \qquad (5.43)$$

TEモードの分散方程式

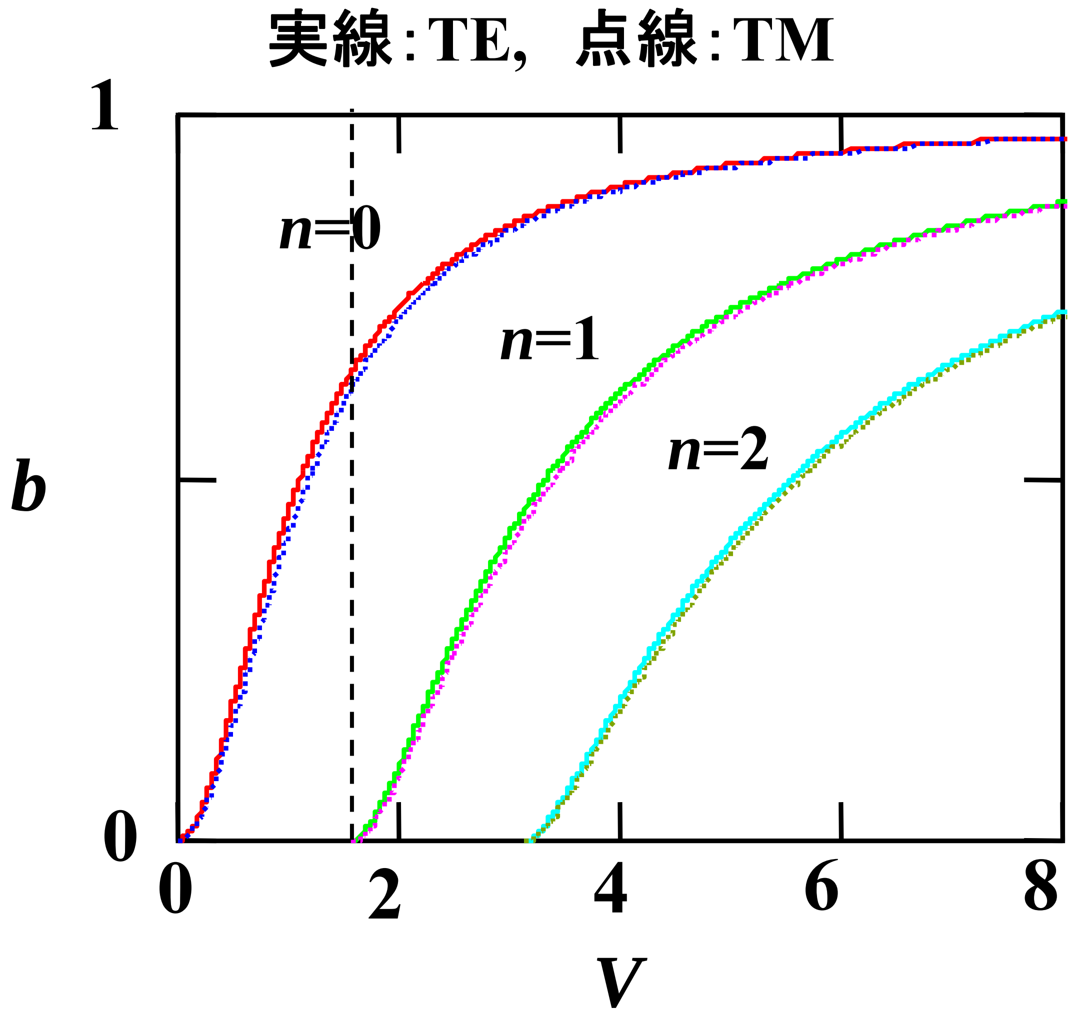
TMモードについても同様にして以下の式を得ることができる。

$$V = \frac{1}{\sqrt{1-b}}[\tan^{-1}\{(\frac{n_1}{n_2})^2\sqrt{\frac{b}{1-b}}\} + \frac{n\pi}{2}] \qquad (n = 0,1,2,\cdots) \qquad (5.44)$$

TMモードの分散方程式

分散方程式の数値解析結果

n_1=1.63, n_2=1.45, Δ=0.104の条件の解析結果



●解析方法:
式(5.43), (5.44)を*b*をパラメータに*V*を求め、*b*軸-*V*軸を入れ替える。

●ある構造が与えられると *V*が決まる
→ 横モードごとの*b*が求まる

単一(シングル)モード条件

n=1, b=0のときのVを求めると、分散方程式より、

$$V = \frac{\pi}{2}$$

解析のグラフより、$V < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲ではn=0の解しかないことがわかる。

単一(シングル)モード条件

光ファイバ・光導波路・半導体レーザなど各種デバイスの設計で必須

モードの分類(1)

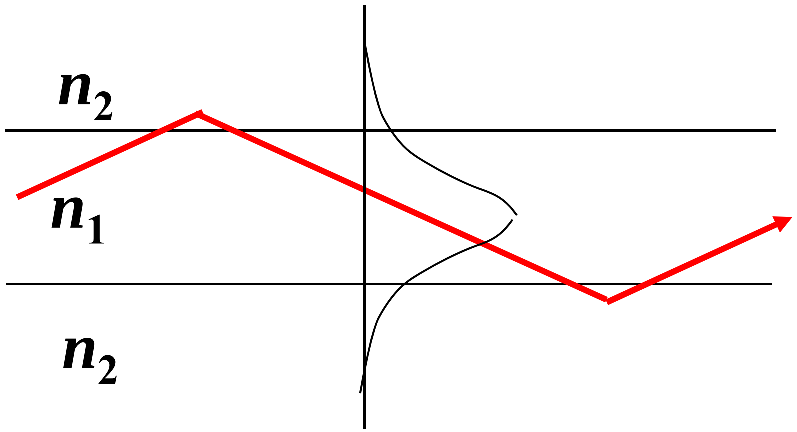
① 導波モード

式(5.13)：

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_1{}^2 - \beta^2) E_y = 0 & （コア内）\\[2ex]
\dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_2{}^2 - \beta^2) E_y = 0 & （クラッド内）
\end{cases}
$$

において $k_0 n_2 \leq \beta \leq k_0 n_1$ の関係を仮定していた。

⇒ 式(5.43), (5.44)で決まる離散的な導波モード

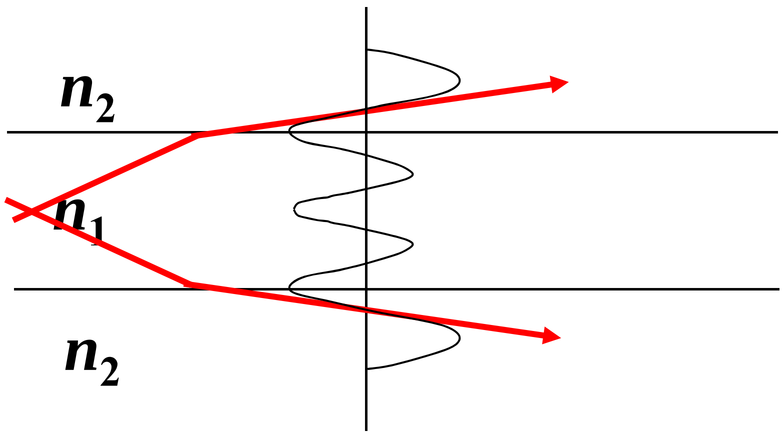


モードの分類(2)

② 放射モード

$\beta \le k_0 n_1, \quad \beta \le k_0 n_2$ の場合、コア内・クラッド内ともに振動解。

⇨ コア内に閉じ込められず全空間に広がるモード

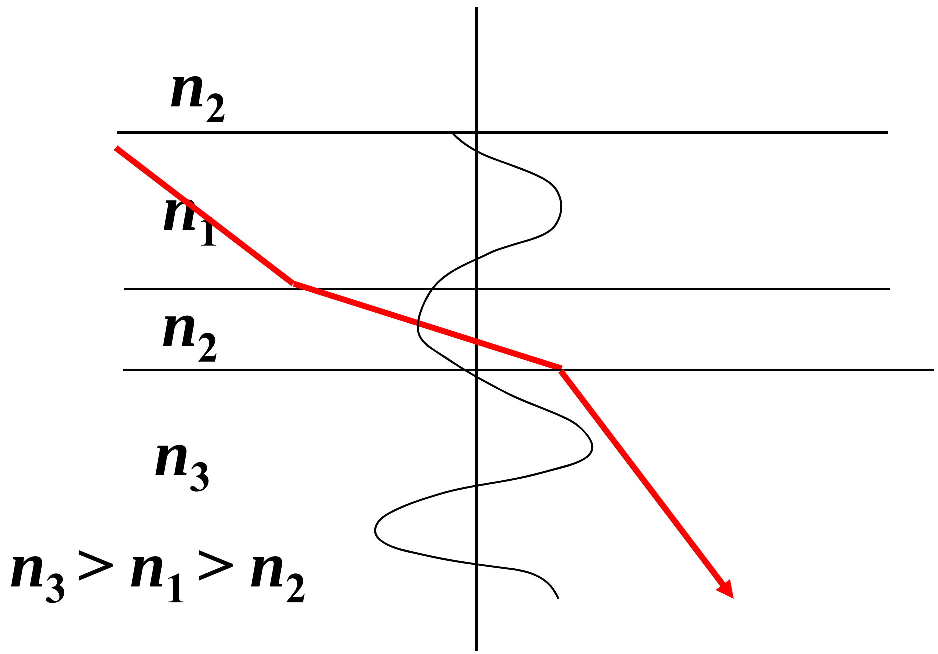


モードの分類(3)

③ 基板放射モード

$\beta > k_0 n_1, \quad \beta > k_0 n_2$ の場合、コア内・クラッド内ともに減衰解

⇨ 屈折率最大の別の層(基板など)に放射するモード



シュレーディンガーの方程式との類似性

波動方程式　式(5.11)

$$\nabla^2 E^0 + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_i{}^2 E^0 = 0$$

シュレーディンガーの方程式（時間無依存）

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$

$$\Rightarrow \quad \nabla^2\psi + \frac{2m^*}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0$$

物理的な現象としての差

同じ式の形をしているため、分散方程式(5.43)と同様の解となる。

ただし、ポテンシャルVの有無の差がある。

物理的なイメージとしては、
シュレーディンガーの方程式におけるポテンシャル：
電子がコンデンサに蓄積される
マクスウェルの方程式：
光のコンデンサがない（蓄積困難）