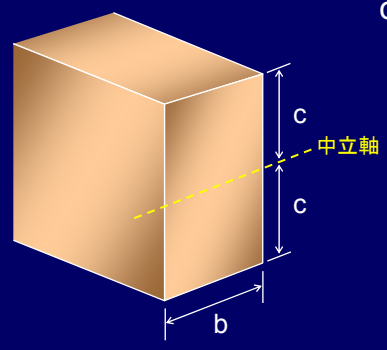
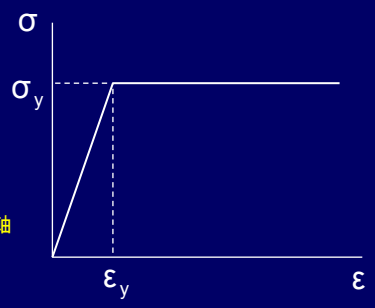
Members made of an Elastoplastic Material
弾塑性材料でできている部材

Idealized elastoplastic material
完全弾塑性材料，弾完全塑性材料，理想弾塑性材料

矩形断面はりを考える





Members made of an Elastoplastic Material
弾塑性材料でできている部材

直応力 σ_x が降伏応力を超えない範囲では

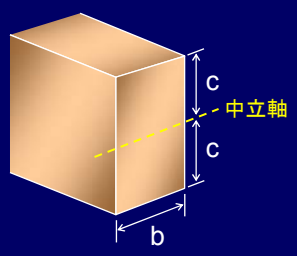
$$\sigma_m = \frac{Mc}{I}$$

曲げモーメントが徐々に増加し，σ_m が降伏応力 σ_Y に届いたときのモーメントを最大弾性モーメント，あるいは降伏モーメントと呼ぶ

$$M_Y = \frac{I}{c}\sigma_Y$$

$$\frac{I}{c} = \frac{b\cdot(2c)^3}{12c} = \frac{2}{3}bc^2$$

$$\therefore M_Y = \frac{2}{3}bc^2\sigma_Y$$



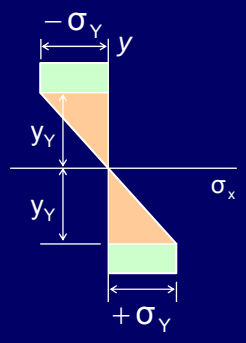
Members made of an Elastoplastic Material
弾塑性材料でできている部材

さらに曲げモーメントが増加すると降伏する領域は拡大する

応力は降伏した領域では σ_Y で一定

弾性域の領域では応力は線形に分布

$$\sigma_x = \frac{\sigma_Y}{y_Y} y$$



モーメントを計算すると

$$M = -2b\int_0^{y_Y} y\left(-\frac{\sigma_Y}{y_Y}\right)dy - 2b\int_{y_Y}^{c} y(-\sigma_Y)dy$$

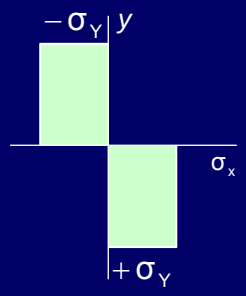
$$= \frac{2}{3}by_Y^2\sigma_Y + bc^2\sigma_Y - by_Y^2\sigma_Y$$

$$= bc^2\sigma_Y\left(1 - \frac{1}{3}\frac{y_Y^2}{c^2}\right)$$

Members made of an Elastoplastic Material
弾塑性材料でできている部材

さらにモーメントが増加すると

$$M_P = \frac{3}{2}M_Y \qquad (4.39)$$



このM$_P$は塑性モーメントと呼ぶ

式(4.39)は矩形断面の場合のみ成立する

M$_P$とM$_Y$の割合は断面形状に依存する．Kを断面係数と呼ぶ

ひずみの分布は線形．したがって，式(4.8)はつかえる

$y_Y = \varepsilon_Y \cdot \rho$　　ε_Y :降伏ひずみ　　ρ :M≥M$_Y$での曲率

M=M$_Y$ で y_Y=c　　$\therefore c = \varepsilon_Y \cdot \rho_Y$　　ρ_Y :M=M$_Y$のときの曲率

$$\therefore \frac{y_Y}{c} = \frac{\rho}{\rho_Y}$$

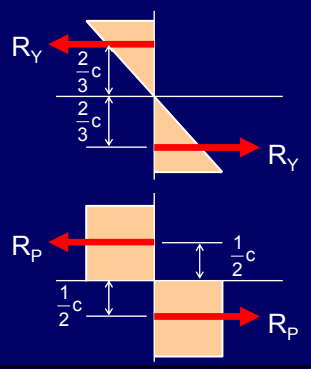
したがって

$$M = \frac{3}{2}M_Y\left(1 - \frac{1}{3}\frac{\rho^2}{\rho_Y^2}\right) \qquad (4.43)$$

Members made of an Elastoplastic Material
弾塑性材料でできている部材

今，式(4.43)をみると，曲率 ρ が0のときにM_P=M_Yが実現される
しかし，ρ =0はありえないこと
したがって，純曲げ状態で塑性モーメントは実現しないといえる
でも，断面が耐えられる強度を考える上で重要な値である

降伏モーメントと塑性モーメントは以下のように考えることができる



$$R_Y = \frac{1}{2}bc\sigma_Y$$

$$M_Y = \frac{4}{3}cR_Y = \frac{2}{3}bc^2\sigma_Y$$

$$R_P = bc\sigma_Y$$

$$M_P = cR_P = bc^2\sigma_Y$$

Members made of an Elastoplastic Material
弾塑性材料でできている部材

矩形でない断面の場合はM_YとM_Pの比は簡単には求まらない
Shape factor 形状係数を導入する

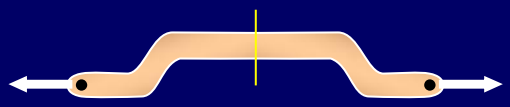
$$M_P = kM_Y$$

$$M_P = Z\sigma_Y$$

$$k = \frac{M_P}{M_Y} = \frac{Z\sigma_Y}{S\sigma_Y} = \frac{Z}{S}$$

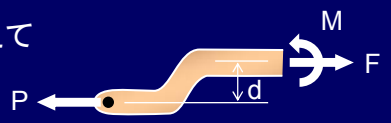
Eccentric Loading in a Plane of Symmetry
対称軸面内での偏心荷重

部材の重心軸から外れた位置に荷重が作用
多くの例
　柱，トラス構造



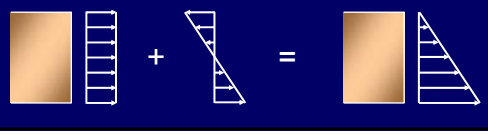
断面に作用する力は
　F=P と M=Pd

微小変位の範囲では独立に考えて
重ね合わせる

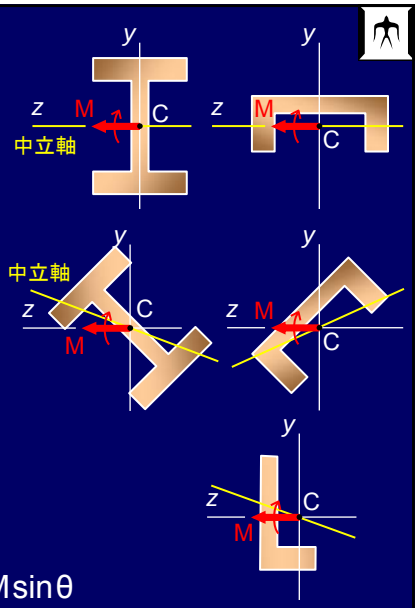


$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M}{I}y$$

F=P
M=Pd



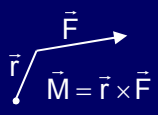
Unsymmetric Bending
非対称曲げ



ここまでは全て対称軸まわりの検討

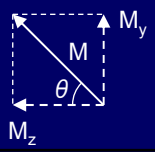
構造物，構造物中の構造部材によっては対称軸の面内ではない面での曲げが作用することがある

モーメントはベクトル量



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

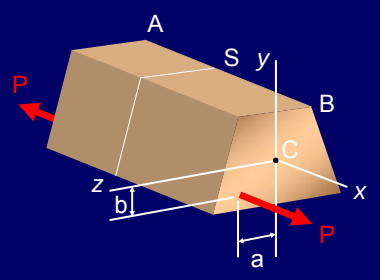
成分に分けることができる
それぞれの成分で応力を計算し，重ね合わせる

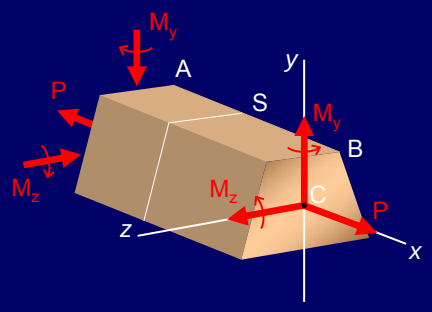


$$M_z = M\cos\theta \qquad M_y = M\sin\theta$$

$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} \qquad \sigma_x = +\frac{M_y z}{I_y} \qquad \sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

General Case of Eccentric Axial Loading
偏心荷重の一般的な場合の応力





$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$