

2011年前期
無線通信システム

第8回 符号間干渉と波形等化器

荒木 純道 <araki@mobile.ee.>
2011年5月25日

講義スケジュール(前半)
改訂版2011/05/24

	日付	教科書	内容
第1回	4月6日	1、7	無線通信システムの概要 ～IEEE802.11WLANを例に～
第2回	4月13日	2、5、他	無線通信システムのモデルとフェージング
第3回	4月20日		電波伝搬の統計的性質
第4回	4月27日	3.3、3.4	デジタル変調と波形整形
第5回	5月4日(水)	3.5	復調方式と誤り率特性
第6回	5月13日(金)	3.5	フェージングとダイバーシチ
第7回	5月18日	4.3	中間試験
第8回	5月25日	4.4	符号間干渉と波形等化器

2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

2

講義スケジュール(後半)

	日付	教科書	内容
第9回	6月 1日	4.6	誤り訂正符号
第10回	6月15日	3.6、4.5	スペクトル拡散とRAKE受信
第11回	6月22日	3.7	直交周波数分割多重 (OFDM)
第12回	6月25日(土)	6	アクセス制御
第13回	6月29日	7	IEEE802.11a WLAN
第14回	7月 6日		予備日
第15回	7月13日		期末試験

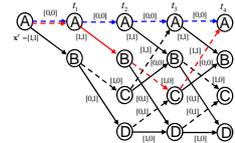
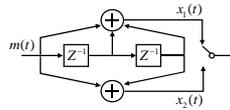
2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

3

復習

■ 畳込み符号とビタビ復号



■ 復号後誤り率特性

$$P_e < \sum_{d=d_{min}}^{\infty} 2^{d-d_{min}} P_2(d)$$

$$\text{硬判定: } P_2(d) = \sum_{k=d+1}^d \binom{d}{k} p_e^k (1-p_e)^{d-k}$$

$$\text{軟判定: } P_2(d) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{d})$$

■ インターリーブと時間ダイバーシチ

$$\text{時間ダイバーシチによるバースト誤りの回避 } P_2(d) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\sum_{i=1}^d \gamma_i}\right)$$

2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

4

講義内容

- 遅延分散と符号間干渉
- 等化器の分類
 - 線形等化 (ZF, MMSE)
 - 逐次演算アルゴリズム (LMS)
 - 最尤系列推定 (MLSE)
 - 周波数領域等化 (FDE)
- デモ

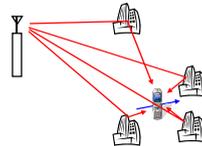
2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

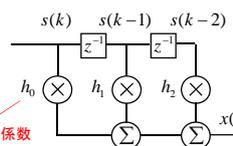
5

遅延分散のあるマルチパス伝搬路

遅延分散のあるマルチパス伝搬路



送信信号と伝搬路の畳込み



受信信号モデル

$$x(t) = \int h(\tau)s(t-\tau)d\tau + n(t)$$

$$x(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i s(k-i) + n(k)$$

伝搬路は一種のフィルタ

2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

6

遅延分散と周波数応答

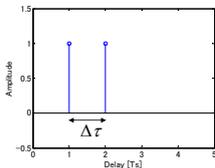
インパルスレスポンス

周波数応答

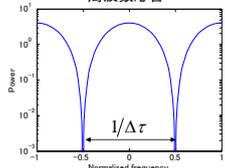
$$h(\tau) = h_0\delta(\tau) + h_{\Delta\tau}\delta(\tau - \Delta\tau)$$

$$H(f) = h_0 + h_{\Delta\tau} \exp(-j2\pi f\Delta\tau)$$

インパルスレスポンス



周波数応答



$B > 1/\Delta\tau$: 広帯域信号 $B << 1/\Delta\tau$: 狭帯域信号

2011年5月25日

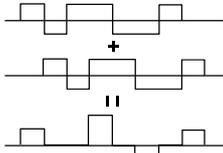
符号間干渉と波形等化器

7

遅延分散と符号間干渉

2波モデル

$$x(t) = h(0)s(t) + h(\tau)s(t - \tau) + n(t)$$

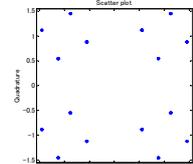


信号対干渉雑音電力比 (SINR)

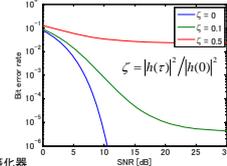
$$\gamma = \frac{|h(0)|^2 P}{|h(\tau)|^2 P + \sigma^2}$$

干渉信号電力

QPSKコンスタレーション



ビット誤り率

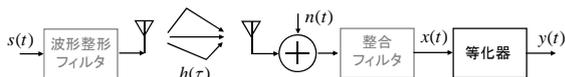


2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

8

等化器の分類



	アルゴリズム	特徴
線形	ゼロフォーシング(ZF) 最小二乗誤差(MMSE) 周波数領域等化(FDE)	周波数逆特性 逐次アルゴリズム(LMS) ブロック伝送
非線形	判定帰還型(DFE) 最尤系列推定(MLSE)	無限インパルス応答(IIR) ビタビアルゴリズム

2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

9

トランスバーサルフィルタ

トランスバーサルフィルタ(FIRフィルタ) 行列表現

$$y(k) = \sum_{i=-N}^N w_i^* x(k-i)$$

$$\begin{bmatrix} y(-2) \\ y(-1) \\ y(0) \\ y(1) \\ y(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) & x(-1) & x(-2) & x(-3) & x(-4) \\ x(1) & x(0) & x(-1) & x(-2) & x(-3) \\ x(2) & x(1) & x(0) & x(-1) & x(-2) \\ x(3) & x(2) & x(1) & x(0) & x(-1) \\ x(4) & x(3) & x(2) & x(1) & x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{-2}^* \\ w_{-1}^* \\ w_0^* \\ w_1^* \\ w_2^* \end{bmatrix}$$

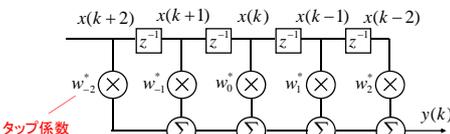
Z変換

$$Y(z) = W^*(z)X(z)$$

$$F(z) = \sum_k f(k)z^{-k} \quad z = \exp(j2\pi f)$$

$$y = \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{w}^*$$

巡回シフト行列



2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

10

線形等化(ZF)

受信信号のZ変換

$$x(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i s(k-i) + n(k)$$

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} w_i^* x(k-i)$$

$$Y(z) = W^*(z)H(z)S(z) + W^*(z)N(z)$$

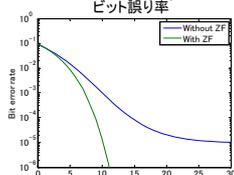
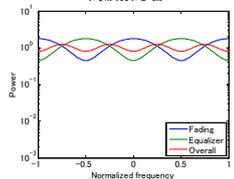
ZF線形等化

IIRフィルタ

$$W^*(z) = 1/H(z) \quad \mathbf{w}^* = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{e}_0$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & h_0 \\ h_4 & h_3 & h_2 & h_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{-2}^* \\ w_{-1}^* \\ w_0^* \\ w_1^* \\ w_2^* \end{bmatrix}$$

周波数応答



2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

11

線形等化(MMSE)

シンボル推定値の二乗誤差

$$\hat{s}(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} w_i^* x(k-i) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$$

$$J = E[|e(k)|^2] = E[|s(k) - \hat{s}(k)|^2]$$

$$= E[\mathbf{w}^H \mathbf{x} \mathbf{x}^H \mathbf{w} - 2 \operatorname{Re}[\mathbf{w}^H \mathbf{x} s^*(k)] + |s(k)|^2]$$

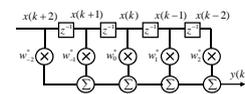
$$= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} - 2 \operatorname{Re}[\mathbf{w}^H \mathbf{h}] + P$$

最小二乗誤差解

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} J = 2 \mathbf{R}_x \mathbf{w} - 2 \mathbf{h} = 0$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{h}$$

ウィナー解



行列の微分

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mathbf{w}^*} = \frac{\partial \alpha}{\partial w_1} + j \frac{\partial \alpha}{\partial w_2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{h} = 2 \mathbf{h}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} = 2 \mathbf{R}_x \mathbf{w}$$

2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

12

逐次演算アルゴリズム(LMS)

二乗誤差の勾配

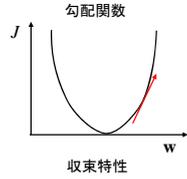
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} J &= 2\mathbf{R}\mathbf{w} - 2\mathbf{h} \\ &= 2E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H \mathbf{w} - s^*(k)] \\ &= -2E[\mathbf{x}e^*(k)] \end{aligned}$$

タップ係数が最適のとき

$$E[\mathbf{x}^* e(k)] = 0$$

勾配に基づく逐次ウェイト計算

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k+1) &= \mathbf{w}(k) - \mu \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}} \\ &= \mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{x}(k+1)e^*(k) \end{aligned}$$



2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

13

最尤推定

受信信号

$$x(k) = \sum_{i=0}^2 h_i s(k-i) + n(k)$$

尤度関数

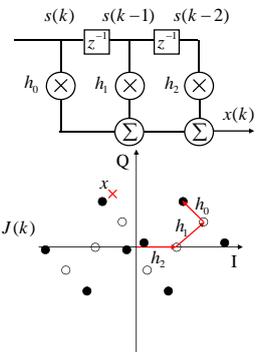
$$J(k) = \left| x(k) - \sum_{i=0}^2 h_i \hat{s}(k-i) \right|^2$$

最尤推定

$$\hat{s}(k), \hat{s}(k-1), \hat{s}(k-2) = \arg \min_{\hat{s}(k), \hat{s}(k-1), \hat{s}(k-2)} J(k)$$

計算量

$$\left. \begin{array}{l} \text{各シンボル候補 } M \\ \text{遅延タップ数 } L \end{array} \right\} M^L \text{の探索問題}$$



2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

14

最尤系列推定 (MLSE)

受信信号

$$x(k) = \sum_{i=0}^2 h_i s(k-i) + n(k)$$

ブランチメトリック

$$\begin{aligned} B_{AA}(k) &= x(k) - h_0 - h_1 - h_2 \\ B_{AC}(k) &= x(k) - h_0 - h_1 + h_2 \end{aligned}$$

バスメトリック

$$\begin{aligned} P_{AA}(k) &= P_A(k-1) + B_{AA}(k) \\ P_{AC}(k) &= P_A(k-1) + B_{AC}(k) \end{aligned}$$

生き残りパス

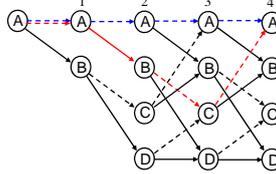
$$P_A(k) = \min[P_{AA}(k), P_{AC}(k)]$$

3波モデル



BPSKの場合の内部状態

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} & B &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & D &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

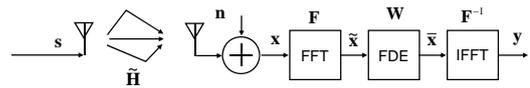


2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

15

周波数領域等化 (FDE)



ブロック伝送

$$\mathbf{s} = [s_0 \ s_1 \ \dots \ s_{L-1}]^T$$



受信ブロックの行列表現

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{L-2} \\ x_{L-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_{L-2} & h_{L-1} & \dots & h_1 & h_0 \\ 0 & h_{M-1} & \dots & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_{L-2} \\ s_{L-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1 \\ \vdots \\ n_{L-2} \\ n_{L-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

離散フーリエ変換の行列表現

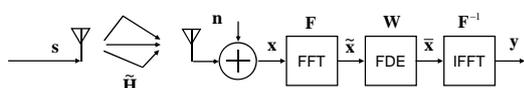
$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n} \\ \mathbf{F}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{s} &= \mathbf{F}\mathbf{h} \otimes \mathbf{s} \quad \text{アダマール積} \\ \mathbf{F}_{kl} &= \frac{1}{\sqrt{L}} \exp\left(-j \frac{2\pi}{L} kl\right) \end{aligned}$$

2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

16

周波数領域等化 (FDE)



周波数領域受信信号

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}\mathbf{x} = \mathbf{F}\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n} = \tilde{\mathbf{h}} \otimes \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{\mathbf{n}} \\ \tilde{\mathbf{h}} &= \mathbf{F}\mathbf{h} = [\tilde{h}_0 \ \tilde{h}_1 \ \dots \ \tilde{h}_{N-1}]^T \quad \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{F}\mathbf{s} = [\tilde{s}_0 \ \tilde{s}_1 \ \dots \ \tilde{s}_{N-1}]^T \end{aligned}$$

ZF等化

$$\tilde{\mathbf{w}} = [1/\tilde{h}_0 \ 1/\tilde{h}_1 \ \dots \ 1/\tilde{h}_{N-1}]^T$$

MMSE等化

$$\tilde{\mathbf{w}} = \left[\frac{\tilde{P}\tilde{h}_0^*}{\tilde{P}|\tilde{h}_0|^2 + \sigma^2} \ \dots \ \frac{\tilde{P}\tilde{h}_{N-1}^*}{\tilde{P}|\tilde{h}_{N-1}|^2 + \sigma^2} \right]^T$$

周波数領域等化出力

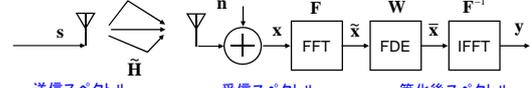
$$\mathbf{y} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{F}\mathbf{x} \quad \mathbf{W} = \text{diag}[\tilde{\mathbf{w}}]$$

2011年5月25日

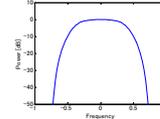
符号間干渉と波形等化器

17

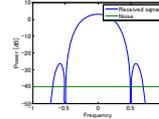
周波数領域等化 (FDE)



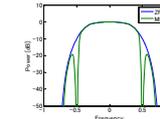
送信スペクトル



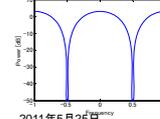
受信スペクトル



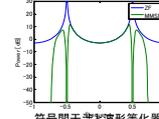
等化後スペクトル



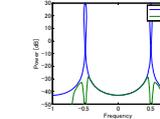
伝搬路スペクトル



FDEスペクトル



雑音スペクトル (ZF, MMSE)



2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

18

まとめ

- 遅延分散のあるマルチパス伝搬路

$$x(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i s(k-i) + n(k)$$

- 線形等化 (ZF, MMSE)

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} w_i x(k-i)$$

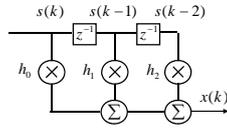
$$\text{ZF: } \mathbf{w}^* = \hat{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{e}_0 \quad \text{MMSE: } \mathbf{w} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{h}$$

- 最尤系列推定 (MLSE)

$$\hat{s}(k), \hat{s}(k-1), \hat{s}(k-2) = \arg \min_{\hat{s}(k), \hat{s}(k-1), \hat{s}(k-2)} \left| x(k) - \sum_{i=0}^{\infty} h_i \hat{s}(k-i) \right|^2$$

- 周波数領域等化 (FDE)

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{F} \mathbf{x} \quad \tilde{\mathbf{W}} = \text{diag} \left[1/\tilde{h}_0, 1/\tilde{h}_1, \dots, 1/\tilde{h}_{N-1} \right]$$



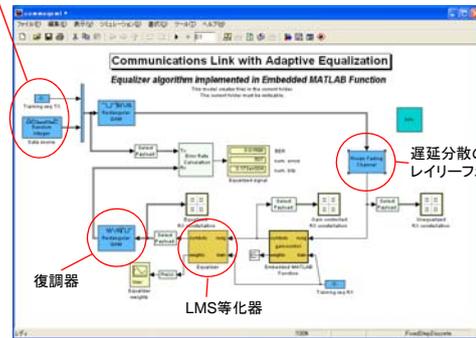
2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

19

デモ

変調器+トレーニング系列

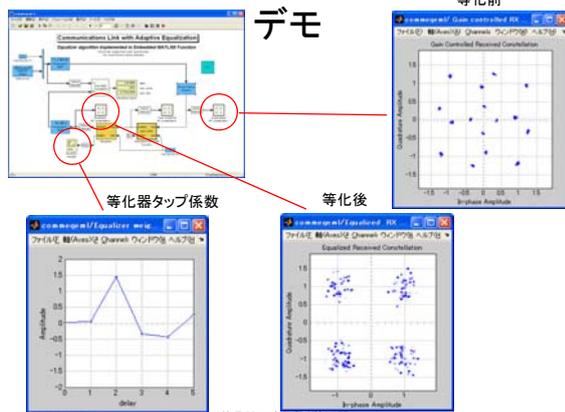


2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

20

デモ



2011年5月25日

符号間干渉と波形等化器

21