

1. [波動伝搬] 1次元波動方程式の一般解が

$$F(x,t)=f(x-vt)+g(x+vt)$$

となることを示せ。但し、 $f()$ 、 $g()$: 任意の1変数関数、 v :伝搬速度
さらに通信システム(情報伝送)における波動の役割りを述べよ。

$x+vt=u$, $x-vt=w$ と変数変換すると波動方程式は $\partial/\partial u \partial/\partial w F=0$ と変換される。

$$\therefore \partial/\partial w F=h(w) \quad \therefore F=\int h(w)dw+g(u)=f(w)+g(u)$$

$f(w)$: 前進波 $g(u)$: 後退波

例えば、前進波のみに着目すると $w=x-vt$ 一定であれば $f(w)$ は同一な値になる。つまり離れた2点で(時間遅れはあるが)同一の情報を共有できることになる。このため波動は通信システムにとっては不可欠な手段となる。

2. [送受信機] 送受信機の構成を示し、無線通信システムでは周波数変換が不可欠である理由を述べよ。

また周波数変換を行う回路はどのような構成になるかを示せ。

データ列→符号化→変調→周波数変換(UC)→電力増幅器→アンテナ→自由空間→受信アンテナ→低雑音増幅器→周波数変換(DC)→復調→復号化→受信データ列

周波数変換器は効率良く電磁波を送受信するため、混信をさけるために指定された高い周波数帯に伝送すべき情報を移動させる。

周波数変換は局部発振器とミキサ(乗算器)から構成

3. [通信容量] 利用可能な帯域幅: B 、受信機における SNR : Γ とすると Shannon 通信容量 C (誤り無しで伝送可能な情報伝送レートの上限) はどのようになるか?

また、通信システムの直交化資源と非直交化資源は何を指しているか?

$$C=B\log(1+\Gamma)$$

直交化資源: B

非直交化資源: Γ (もしくは送信電力)

4. [無線チャンネル] 無線チャンネルは固定せずに変動する。この時、波長程度の範囲で生じる変動(複数素波の重畳)である Rayleigh Fading の確率密度関数を示せ。さらに数10~数100波長程度の範囲での平均値の変動(複数伝達係数の乗算)である Shadowing の確率密度関数を示せ。

Rayleigh Fading : $p(|h|)=2|h|\exp(-|h|^2/\Gamma)/\Gamma$ 但し $\Gamma = |h|^2$ の平均値

Shadowing : $p(\Gamma)=\exp(-(\log \Gamma - \log \Gamma_0)^2/(2\Sigma^2))/(\Gamma\sqrt{2\pi})\Sigma$

但し、 $\log \Gamma_0$: $\log \Gamma$ の平均、 Σ^2 : $\log \Gamma$ の分散

5. [ダイバーシティ] 2 ブランチのダイバーシティを行う際、最終的に得られる SNR の最大値と最適重み (w_1, w_2) を求めよ。(MRC 合成)

但し、2 ブランチの伝達係数を h_1, h_2 , 送信電力 P , 受信機雑音電力 N とする。

さらに h_1, h_2 を独立で同一の複素ガウス分布に従うとすると MRC 合成後の SNR はどのような確率分布になるか?

ダイバーシティ合成後の受信信号の SNR は

$$\Gamma = |w_1 h_1 + w_2 h_2|^2 P / (|w_1|^2 + |w_2|^2) N \leq (|h_1|^2 + |h_2|^2) P / N$$

最後の等号成立は、 $w_1 = c h_1^*$ $w_2 = c h_2^*$ の時に限られる。(c : 任意定数)

$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ で定義される確率変数の pdf は、特性関数を用いて求めることができる。

但し、 Γ_1, Γ_2 は独立で同一な指数分布に従う確率変数

$$p(\Gamma) = \Gamma \exp(-\Gamma/\Gamma_0) / \Gamma_0^2 \quad \text{但し、} \Gamma_0 : |h_1|^2 P / N \text{ の平均値}$$

以上のことより、自由度 4 の χ^2 分布に従うことが分かる。

6. [通信品質] 瞬時 SNR、 γ におけるビット誤り率を $pe(\gamma)$ 、瞬時 SNR が従う確率密度関数を $P(\gamma; \Gamma)$ とすると SNR が変動する環境での平均ビット誤り率、 $Pe(\Gamma)$ はどのようにして求められるかを述べよ。但し、 $\Gamma : \gamma$ の平均値

平均ビット誤り率の定義に従い

$$Pe(\Gamma) = \int pe(\gamma) P(\gamma; \Gamma) d\gamma$$
