## 2011年前期
## 無線通信システム

# 第3回　電波伝搬の統計的性質

荒木　純道 <araki@mobile.ee.>

2011年4月20日



## 講義スケジュール（前半）

| | 日付 | 教科書 | 内容 |
|---|---|---|---|
| 第1回 | 4月6日 | 1、7 | 無線通信システムの概要<br>～IEEE802.11WLANを例に～ |
| 第2回 | 4月13日 | 2、5、他 | 無線通信システムのモデルとフェージング |
| 第3回 | 4月20日 | | 電波伝搬の統計的性質 |
| 第4回 | 4月27日 | 3.3、3.4 | ディジタル変調と波形整形 |
| 第5回 | 5月4日(水)<br>祝　日 | 3.5 | 復調方式と誤り率特性 |
| 第6回 | 5月13日(金) | 3.5 | 符号間干渉と波形等化器 |
| 第7回 | 5月18日 | 4.3 | 中間試験 |
| 第8回 | 5月25日 | 4.4 | フェージングとダイバーシチ |



## 復習

■（狭帯域）無線システムモデル

$$y(t)=\sum_{l=1}^{L}h_l(t)s(t)+n(t)$$
$$=h(t)s(t)+n(t)$$

■ 伝搬路の利得

$$|h(t)|^2=g_{\mathrm{rxant}}(\phi)g_{\mathrm{fading}}(t)g_{\mathrm{shadow}}(t)$$
$$\times g_{\mathrm{pl}}(d)g_{\mathrm{txant}}(\phi)$$

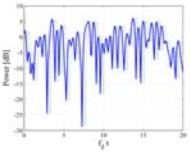
■ レイリーフェージング

$$p=|h|^2 \qquad \sigma^2=\mathrm{E}[|h|^2]$$

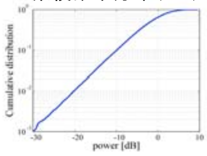
※ 前回と定義が違うので注意！

$$f(p)=\frac{1}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{p}{\sigma^2}\right)$$

フェージング変動特性




累積確率分布（dB）





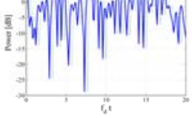

## 講義内容

- 相関と電力プロファイル（PSD）
- 相関を用いた無線システムの設計
- ドップラプロファイルと時間相関
- 角度プロファイルと空間相関
- 遅延プロファイルと周波数相関
- フェージングデモ

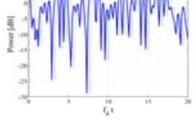


## 確率分布と統計解析（相関）

再現値



観測値



確率分布

$$f(p)=\frac{1}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{p}{\sigma^2}\right)$$
$$p=|h|^2 \qquad \sigma^2=\mathrm{E}[|h|^2]$$

統計解析

平均　$\mu=\mathrm{E}[h(t)]$

分散　$\sigma^2=\mathrm{E}[|h(t)|^2]$

相関　$\rho(\Delta t)=\mathrm{E}[h(t+\Delta t)h^*(t)]$



## 自己相関と電力プロファイル（PSD）

■ 準備（短時間フーリエ変換と無相関散乱）

$$h(t,\tilde{t})=\int H(f,\tilde{t})e^{j2\pi ft}\mathrm{d}f \qquad \mathrm{E}[H(f_i,\tilde{t})H^*(f_j,\tilde{t})]=0,\quad i\neq j$$

■ 電力プロファイル

$$S(f)=\mathrm{E}[|H(f,\tilde{t})|^2]$$

■ 自己相関（Wiener Kinchinの定理）

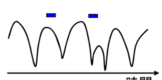
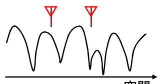
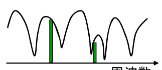
$$\rho(\Delta t)=\mathrm{E}[h(t+\Delta t,\tilde{t})h^*(t,\tilde{t})]$$
$$=\mathrm{E}[\int H(f_1,\tilde{t})e^{j2\pi f_1(t+\Delta t)}\mathrm{d}f_1\int H^*(f_2,\tilde{t})e^{-j2\pi f_2 t}\mathrm{d}f_2]$$
$$=\mathrm{E}[\int H(f,\tilde{t})H^*(f,\tilde{t})e^{j2\pi f\Delta t}\mathrm{d}f] \qquad =\int S(f)e^{j2\pi f\Delta t}\mathrm{d}f$$

電力プロファイル

⇕

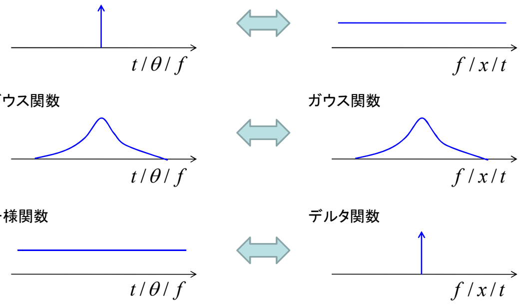
自己相関

## 相関を用いた無線システムの設計

| 誤り制御 | ダイバーシチ | OFDM |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| ドップラプロファイル | 角度プロファイル | 遅延プロファイル |
| ⇩ | ⇩ | ⇩ |
| 時間相関 | 空間相関 | 周波数相関 |
| ⇩ | ⇩ | ⇩ |
| 再送時間 | アンテナ間隔 | サブキャリア間隔 |



## フーリエ変換の性質






## 到来角とドップラ周波数

■ 環境

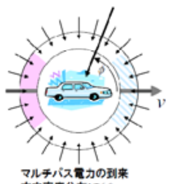
中心周波数 $f_0$

移動速度 $v$

素波の到来角 $\phi$

伝搬路応答

$$h(\phi,t,\tilde{\tau})=\left|h(\phi,\tilde{\tau})\right|e^{j(2\pi f_0 t+kv\cos\phi)}$$




■ ドップラ周波数

$$f=\frac{kv\cos\phi}{2\pi}=\frac{v}{\lambda}\cos\phi=\frac{vf_0}{c}\cos\phi=f_{\mathrm{D}}\cos\phi$$

■ 数値例

$$v=10\ \mathrm{km/h}\qquad f_0=1\,\mathrm{GHz}\quad\longrightarrow\quad f_{\mathrm{D}}=9.3\mathrm{Hz}$$



## ドップラプロファイル

■ 角度プロファイル

$$S(\phi)=\frac{1}{2\pi}$$

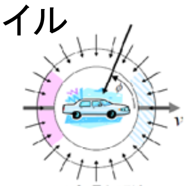
■ ドップラプロファイル

$$f=f_{\mathrm{D}}\cos\phi$$

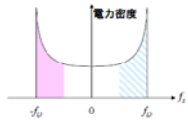
$$S(f)\mathrm{d}f=\{S(\phi)+S(-\phi)\}\mathrm{d}\phi$$

$$\mathrm{d}f=-f_{\mathrm{D}}\sin\phi\,\mathrm{d}\phi$$

$$S(f)=\frac{-2}{2\pi f_{\mathrm{D}}\sin\phi}=\frac{1}{\pi f_{\mathrm{D}}\sqrt{1-(f/f_{\mathrm{D}})^2}}$$




周波数シフト ($f_D\cos\phi$)
のみに着目すると




周波数シフトの(=フェージングの)
スペクトル密度分布：$S(f_s)$



## ドップラプロファイルと時間相関

■ Wiener Kinchin の定理

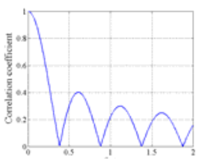
$$\rho(\Delta t)=\int S(f)e^{j2\pi f\Delta t}\mathrm{d}f$$

■ 時間相関

$$\rho(\Delta t)=\int\frac{1}{\pi f_{\mathrm{D}}\sqrt{1-(f/f_{\mathrm{D}})^2}}e^{j2\pi f\Delta t}\mathrm{d}f$$

$$=\int_0^{\pi}\frac{1}{\pi f_{\mathrm{D}}\sin\phi}e^{j2\pi f_{\mathrm{D}}\Delta t\cos\phi}(\text{-}f_{\mathrm{D}}\sin\phi)\mathrm{d}f$$

$$=\int_0^{2\pi}\frac{1}{2\pi}e^{j2\pi f_{\mathrm{D}}\Delta t\cos\phi}\mathrm{d}\phi=\mathrm{J}_0(2\pi f_{\mathrm{D}}\Delta t)$$




■ 数値例

$$f_{\mathrm{D}}\Delta t=0.4\qquad v=10\ \mathrm{km/h}\qquad f_0=1\,\mathrm{GHz}\quad\longrightarrow\quad t=43\,\mathrm{ms}$$



## 角度プロファイルと空間相関

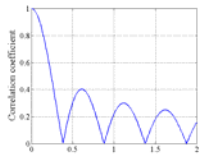
■ Wiener Kinchin の定理

$$\rho(\Delta x)=\int S(\phi)e^{j2\pi\Delta x/\lambda\cos\phi}\mathrm{d}\phi$$

■ 空間相関

$$\rho(\Delta x)=\int_0^{2\pi}\frac{1}{2\pi}e^{j2\pi\Delta x/\lambda\cos\phi}\mathrm{d}\phi$$

$$=\mathrm{J}_0\left(2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)$$




■ 数値例

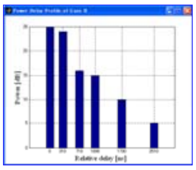
$$x/\lambda=0.4\qquad f_0=1\,\mathrm{GHz}\quad\longrightarrow\quad x=12\,\mathrm{cm}$$

# 遅延プロファイル

■ 遅延プロファイル

$$S(\tau)=\mathrm{E}[|H(\tau,\tilde{t})|^2]$$

指数関数
遅延プロファイル



■ 指数関数プロファイル

$$S(\tau)=\frac{1}{\sigma_\tau}\exp\left(-\frac{\tau}{\sigma_\tau}\right)$$

$\longrightarrow$ 確率密度関数だとみなす

$$f(\tau)=S(\tau) \qquad \int f(\tau)\mathrm{d}\tau=1$$

■ 平均遅延

$$\tau_\mathrm{m}=\int_0^\infty \tau f(\tau)\mathrm{d}\tau$$

■ 遅延スプレッド

$$\sigma_\tau=\sqrt{\int_0^\infty (\tau-\tau_m)^2 f(\tau)\mathrm{d}\tau}$$



# 遅延プロファイルと周波数相関

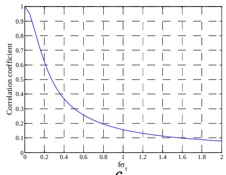
■ Wiener Kinchin の定理

$$\rho(\Delta f)=\int S(\tau)e^{j2\pi\Delta f\tau}\mathrm{d}\tau$$

■ 周波数相関

$$\rho(\Delta f)=\int \frac{1}{\sigma_\tau}e^{-\frac{\tau}{\sigma_\tau}}e^{j2\pi\Delta f\tau}\,\mathrm{d}f$$

$$=\frac{1}{1+j2\pi\Delta f\sigma_\tau}$$



$f\sigma_\tau$

■ 数値例

$$\sigma_\tau=50\text{ ns} \qquad \Delta f\sigma_\tau=1 \qquad \longrightarrow \qquad \Delta f=20\text{ MHz} \;>>\; 300\text{ kHz}$$

11aのサブキャリア間隔



# 遅延拡がりと周波数スペクトル

■ 広帯域システムモデル

$$y(t,\tilde{t})=\int h(\tau,\tilde{t})s(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

■ 送信信号の電力スペクトル密度

$$\rho_s(\Delta t)=\mathrm{E}[s(t+\Delta t)s^*(t)]$$

$$S_s(f)=\int \rho(\Delta t)e^{-j2\pi f\Delta t}\,\mathrm{d}\Delta t$$

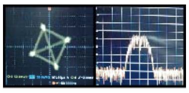
■ 伝搬路応答の短時間フーリエ変換

$$H(f,\tilde{t})=\int h(\tau,\tilde{t})e^{-j2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau$$

■ 受信信号の電力スペクトル密度

$$S_y(f,\tilde{t})=|H(f,\tilde{t})|^2 S_s(f)$$

コンスタレーション
周波数スペクトル



遅延分散なし

遅延分散あり



# まとめ

- 相関と電力プロファイル

$$\rho(\Delta t)=\int S(f)e^{j2\pi f\Delta t}\mathrm{d}f$$

- 時空間パラメタと無線システムの設計

| プロファイル | 相関 | システム設計 |
|---|---|---|
| ドップラプロファイル | 時間相関 | 再送制御 |
| 角度プロファイル | 空間相関 | ダイバーシチ |
| 遅延プロファイル | 周波数相関 | OFDM |



# フェージングデモ