

9. 結合回路

9.1. マジック T

可逆回路

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

対称性より

$$S_{13} = S_{23} \text{ (ポート3} \rightarrow \text{1とポート3} \rightarrow \text{2は同等)}$$

$$S_{11} = S_{22}$$

また、ポート 4 からの入力进行と

$$S_{14} = -S_{24}$$

ポート 3 とポート 4 は結合がないので $S_{34} = S_{43} = 0$ であり、独立に整合をとる ($S_{33} = S_{44} = 0$) ことができる。

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & -S_{14} \\ S_{13} & S_{13} & 0 & 0 \\ S_{14} & -S_{14} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

これに無損失条件を課すと次のような関係式が得られる。

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1 \quad (9.3.a)$$

$$2|S_{13}|^2 = 1 \quad (9.3.b)$$

$$2|S_{14}|^2 = 1 \quad (9.3.c)$$

これより、

$$S_{13} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\phi}$$

$$S_{14} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\theta}$$

$$S_{11} = S_{12} = 0$$

となる。 $\theta = \phi = 0$ となるようにポート 3, 4 の参照面を選べば、散乱行列は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

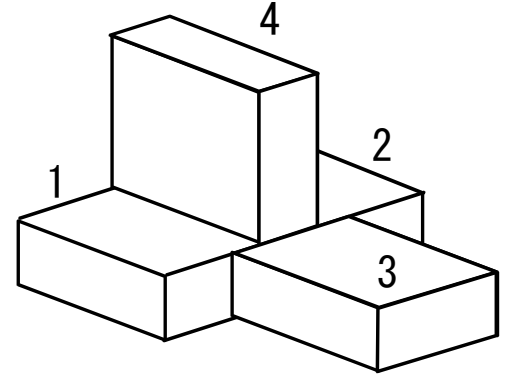


Fig. 9.1 導波管マジック T

9.2.方向性結合器

可逆回路→{S}は対称行列

反射無し→対角要素=0

隣接ポートへの結合なし（方向性）→ $S_{12}=S_{34}=0$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{24} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \quad (9.5)$$



Fig.10.2 4ポート回路

無損失条件から、

$$|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1 \quad (9.6.a)$$

$$|S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \quad (9.6.b)$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 = 1 \quad (9.6.c)$$

$$|S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{44}|^2 = 1 \quad (9.6.d)$$

$$S_{13}S_{23}^* + S_{14}S_{24}^* = 0 \quad (9.6.e)$$

$$S_{13}S_{33}^* = 0 \quad (9.6.f)$$

$$S_{14}S_{44}^* = 0 \quad (9.6.g)$$

$$S_{23}S_{33}^* = 0 \quad (9.6.h)$$

$$S_{24}S_{44}^* = 0 \quad (9.6.i)$$

$$S_{13}S_{14}^* + S_{23}S_{24}^* = 0 \quad (9.6.j)$$

式(9.6.c)と式(9.6.d)を辺々加えると、次の関係式を得る。

$$|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{33}|^2 + |S_{44}|^2 = 2$$

式(9.6.a)と式(9.6.b)を用いれば、 $|S_{33}|^2 + |S_{44}|^2 = 0$ 。すなわち、 $S_{33} = S_{44} = 0$ となる。式(9.6.c)で $|S_{33}|^2 = 0$ から、 $|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1$ となる。式(9.6.a)と比較して $|S_{14}| = |S_{23}|$ を得る。式(9.6.b)と比較して $|S_{13}| = |S_{24}|$ を得る。一つの可能性として $S_{13}=S_{24}=\alpha$ (実数)とおくと、式(9.6.e)より、 $S_{23}^*=-S_{14}$ となる。 $S_{14} = j\beta$ (ただし β は実数)とおけば、 $S_{23} = -S_{14}^* = j\beta$ となる。すなわち、回路は二軸対称性をもつ。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha & j\beta \\ 0 & 0 & j\beta & \alpha \\ \alpha & j\beta & 0 & 0 \\ j\beta & \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

但し、式(9.6.a)より $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ 特に $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ の場合、3dB ハイブリッドとなる。

9.3. ストリップ線路によるハイブリッド

Fig.9.3 の回路を考える。ここで、 a 、 b は線路の規格化アドミタンスである。

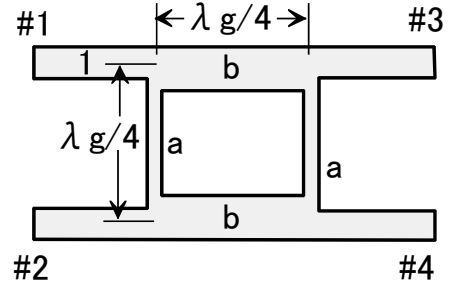


Fig.9.3 ストリップ線路形ハイブリッド

【一軸対称回路の解析】

可逆回路→ $[S]$ は対称行列

一軸対称→ $S_{11}=S_{22}$, $S_{44}=S_{33}$, $S_{31}=S_{42}$,

$$\begin{matrix} S_{41}=S_{32} \\ \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{31} & S_{41} \\ S_{21} & S_{11} & S_{41} & S_{31} \\ S_{31} & S_{41} & S_{33} & S_{43} \\ S_{41} & S_{31} & S_{43} & S_{33} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (9.8)$$

1 のみから入力 → S_{11} 、 S_{21} 、 S_{31} 、 S_{41}

↓

$$\text{ポート 1 : } 1 \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ポート 2 : } 0 \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\begin{matrix} \text{even} & \text{odd 励振} \\ \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{31} & S_{41} \\ S_{21} & S_{11} & S_{41} & S_{31} \\ S_{31} & S_{41} & S_{33} & S_{43} \\ S_{41} & S_{31} & S_{43} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (9.9)$$

(i) even 励振 → $a_1 = a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 、 $a_3 = a_4 = 0$ より

$$b_1 = b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{11} + S_{21}), \quad b_3 = b_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{31} + S_{41}) \text{ から、}$$

$$\Gamma_e = \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = S_{11} + S_{21} \quad (9.10.a)$$

$$T_e = \frac{b_3}{a_1} = \frac{b_4}{a_2} = S_{31} + S_{41} \quad (9.10.b)$$

(ii) odd 励振 → $a_1 = -a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 、 $a_3 = a_4 = 0$ より

$$b_1 = -b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{11} - S_{21}), \quad b_3 = -b_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{31} - S_{41})$$

$$\Gamma_o = \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = S_{11} - S_{21} \quad (9.11.a)$$

$$T_o = \frac{b_3}{a_1} = \frac{b_4}{a_2} = S_{31} - S_{41} \quad (9.11.a)$$

(9.10)と(9.11)から S_{ij} と T 、 Γ の関係は次のようになる。

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{2}(\Gamma_e + \Gamma_o) \\ S_{21} &= \frac{1}{2}(\Gamma_e - \Gamma_o) \\ S_{31} &= \frac{1}{2}(T_e + T_o) \\ S_{41} &= \frac{1}{2}(T_e - T_o) \end{aligned} \quad (9.12)$$

以上のことを利用するために、4 開口回路を even 励振、odd 励振に対応した 2 つの 2 開口回路として考え、それぞれの場合について反射係数 Γ_i と透過係数 T_i ($i=e$ or o) を求めれば (2 開口回路なので容易)、(11.12)から 4 開口回路の $[S]$ を求めることができる。

では、どうやって Γ, T を求めるのか？

F 行列から求める方法

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_3 \\ I_3 \end{pmatrix} \\ Z_1 = \frac{V_1}{I_1} &= \frac{AV_3 + BI_3}{CV_3 + DI_3} = \frac{AZ_c + B}{CZ_c + D} \\ \Gamma &= \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} = \frac{A + \frac{B}{Z_c} - CZ_c - D}{A + \frac{B}{Z_c} + CZ_c + D} \end{aligned} \quad (9.13.a)$$

$$T = \frac{V_3 - Z_c(-I_3)}{V_1 + Z_c I_1} = \frac{2}{A + \frac{B}{Z_c} + CZ_c + D} \quad (9.13.b)$$

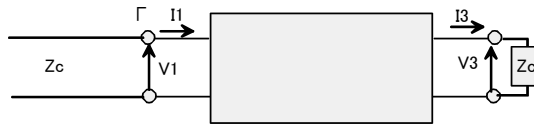


Fig.9.5 反射係数、透過係数算出モデル

スタブ形ハイブリッド

各要素の F 行列

1) 開放(短絡)スタブ

$$V_1 = V_2$$

$$I_1 = \frac{V_2}{z} + I_2$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z} & 1 \end{pmatrix}$$

ここで、

$$\text{open} : z = -jz_c = -j\frac{1}{a} \quad (\because \beta l = \frac{\pi}{4}) \quad (9.14.a)$$

$$\text{short} : z = jz_c = j\frac{1}{a} \quad (9.14.b)$$

2) 特性アドミタンス b 、長さ $\lambda g/4$ の線路

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta l & j\frac{1}{b} \sin \beta l \\ j b \sin \beta l & \cos \beta l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

において $\beta l = \frac{\pi}{2}$ として、F 行列は次のように求まる。

$$F = \begin{pmatrix} 0 & j\frac{1}{b} \\ j b & 0 \end{pmatrix} \quad (9.15)$$

したがって、回路全体の F 行列は次のようになる。

even 励振

$$[F_e] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & j\frac{1}{b} \\ j b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a}{b} & j\frac{1}{b} \\ j\left(b - \frac{a^2}{b}\right) & -\frac{a}{b} \end{pmatrix} \quad (9.16.a)$$

odd 励振

$$[F_o] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -j a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & j\frac{1}{b} \\ j b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -j a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a}{b} & j\frac{1}{b} \\ j\left(b - \frac{a^2}{b}\right) & \frac{a}{b} \end{pmatrix} \quad (9.16.b)$$

この結果を用いれば、次のように Γ 、 T が求まる。

$$\Gamma_e = \frac{j\left(\frac{1}{b} - b + \frac{a^2}{b}\right)}{-\frac{2a}{b} + j\left(\frac{1}{b} + b - \frac{a^2}{b}\right)}, \quad T_e = \frac{2}{-\frac{2a}{b} + j\left(\frac{1}{b} + b - \frac{a^2}{b}\right)} \quad (9.17)$$

$$\Gamma_o = \frac{j\left(\frac{1}{b} - b + \frac{a^2}{b}\right)}{\frac{2a}{b} + j\left(\frac{1}{b} + b - \frac{a^2}{b}\right)}, \quad T_o = \frac{2}{\frac{2a}{b} + j\left(\frac{1}{b} + b - \frac{a^2}{b}\right)}$$

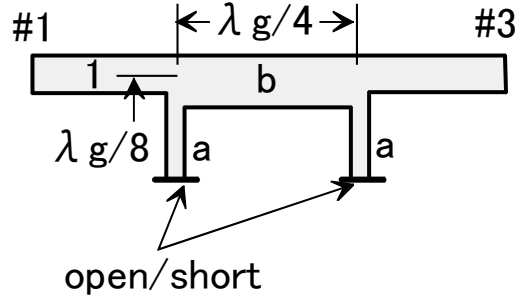


Fig. 9.6 偶・奇励振時のハイブリッドの等価回路

方向性結合器となる条件、 $S_{11}=S_{21}=0$ より $\Gamma_e=\Gamma_o=0 \rightarrow 1+a^2=b^2$

このとき、 $S_{31}=-j\frac{1}{b}, S_{41}=-\frac{a}{b}$ となる。

3dB ハイブリッドは $|S_{31}|=|S_{41}|=\frac{1}{\sqrt{2}}$ であるから、 $a=1, b=\sqrt{2}$ とすればよい。

このとき、回路の散乱行列は、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & j\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & j\frac{1}{\sqrt{2}} \\ j\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & j\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.18)$$