

## 7. 整合回路

インピーダンスの不連続は、反射を発生させる。整合回路は、これを無反射にする。

### 7.1. $\lambda/4$ 整合回路

説明済み

### 7.2. スタブ

伝送線路の特性インピーダンス  $R_c$  に対して、特性インピーダンス  $R_c$  の可動スタブ（スタブの長さ  $l_2$  が可変）を考える。

$$\text{負荷の規格化インピーダンス } z_L = \frac{Z_L}{R_c} \rightarrow \text{規格化アドミタンス } y_L = g_L + jb_L$$

負荷から距離  $l_1$  の位置にスタブを並列に接続

この場合、スタブの接続点から負荷を見込む規格化アドミタンス  $y_1$  とスタブを見込む規格化アドミタンス  $y_2$  は、それぞれ次のように与えられる。

$$y_1 = \frac{y_L + j \tan \beta l_1}{1 + jy_L \tan \beta l_1} \quad (7.1)$$

$$y_2 = \begin{cases} -j \cot \beta l_2 & \text{short} \\ j \tan \beta l_2 & \text{open} \end{cases} \quad (7.2)$$

整合条件は、スタブ接続点から見込む規格化アドミタンスが 1 に等しいことであるから、式(7.1)、(7.2)から、次のようになる。

#### (i) 短絡スタブ

$$\frac{y_L + j \tan \beta l_1}{1 + jy_L \tan \beta l_1} - j \cot \beta l_2 = 1 \quad (7.3)$$

$y_L = g_L + jb_L$  とおいて整理すると

$$(g_L + jb_L) + j \tan \beta l_1 = (1 + j \cot \beta l_2)(1 + j(g_L + jb_L) \tan \beta l_1)$$

実部、虚部の条件から次の式を得る。

$$g_L = (1 - b_L \tan \beta l_1) - g_L \tan \beta l_1 \cot \beta l_2 \quad (7.4.a)$$

$$b_L + \tan \beta l_1 = (1 - b_L \tan \beta l_1) \cot \beta l_2 + g_L \tan \beta l_1 \quad (7.4.b)$$

これを整理すると、

$$(g_L \cot \beta l_2 + b_L) \tan \beta l_1 = 1 - g_L \quad (7.5.a)$$

$$(b_L \cot \beta l_2 - g_L + 1) \tan \beta l_1 = (\cot \beta l_2 - b_L) \quad (7.5.b)$$

式(7.5.a)から、次の関係を得る。

$$\tan \beta l_1 = \frac{1 - g_L}{g_L \cot \beta l_2 + b_L} \quad (7.6)$$

さらに、式(7.5.b)に代入すると、

$$(b_L \cot \beta l_2 + 1 - g_L)(1 - g_L) = (\cot \beta l_2 - b_L)(g_L \cot \beta l_2 + b_L)$$

$$g_L \cot^2 \beta l_2 = b_L^2 + (1 - g_L)^2$$

$$\therefore \cot \beta l_2 = \pm \sqrt{\frac{b_L^2 + (1 - g_L)^2}{g_L}} \quad (7.7)$$

となり、式(7.6)から次の関係を得る。

$$\therefore \tan \beta l_1 = \frac{1 - g_L}{b_L \pm \sqrt{g_L(b_L^2 + (1 - g_L)^2)}} \quad (7.8)$$

(ii)開放スタブ

$$\frac{1 + jz_L \tan \beta l_1}{z_L + j \tan \beta l_1} + j \tan \beta l_2 = 1 \quad (7.9)$$

これは、式(7.3)において  $\beta l_2$  を  $\beta l_2 \pm \frac{\pi}{2} = \beta \left( l_2 \pm \frac{\lambda}{4} \right)$  に置き換えたことに相当する。したがって、式(7.8)で求まる  $l_2$  に対して  $\pm \frac{\lambda}{4}$  した  $l_2$  となる（ただし、正の値になるように選ばなければならない）。その結果を式(7.6)の当てはめ、スタブの位置  $l_1$  が求まる。

## 8.共振回路

例えば、電圧源  $E$ 、インピーダンス  $Z_1$ 、 $Z_2$  の直列回路に流れる電流は、

$$I = \frac{E}{Z_1 + Z_2} \quad (8.1)$$

$Z_1 + Z_2 = 0$  のとき、電流は  $I = \infty$  になる。これを共振とよぶ。

アドミタンス  $Y_1$ 、 $Y_2$  で考えれば、 $Y_1 + Y_2 = 0$  も同様に共振回路となる。

### 【重要】

回路は任意の場所で 2 つに分けて考えてよい。

回路の内部構造は問わない。

### 8.1.伝送線路による共振回路

#### 8.1.1 両端短絡

特性抵抗  $R_c$ 、長さ  $l$  の伝送線路を終端短絡すると、見込むインピーダンスは  $Z_{in} = jR_c \tan \beta l$  となる。これを用いて共振回路を形成する場合には、次のように設定すればよい。

#### (i)共振条件

長さ  $l_1$  と  $l_2$  の伝送線路を接続して共振器を形成する場合、共振条件  $Z_1 + Z_2 = 0$  より

$$R_c (\tan \beta l_1 + \tan \beta l_2) = 0$$

$$\tan \beta (l_1 + l_2) = \frac{\tan \beta l_1 + \tan \beta l_2}{1 - \tan \beta l_1 \tan \beta l_2} = 0 \quad (8.2)$$

$$\beta (l_1 + l_2) = m\pi$$

すなわち、長さを次のように設定すれば共振回路になる。

$$\therefore l_1 + l_2 = m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (8.3)$$

例えば、周波数  $f=300\text{MHz}$  に対しては最短  $l_1 + l_2 = 50\text{cm}$  で、周波数  $f=30\text{GHz}$  の場合には最短  $l_1 + l_2 = 5\text{mm}$  で共振器が形成できる。

#### (ii)電圧・電流分布

電圧と電流は、次の式で与えられる（無損失伝送線路の電圧・電流分布）。

$$V(y) = V_i e^{j\beta y} + V_r e^{-j\beta y}$$

$$I(y) = \frac{1}{R_c} (V_i e^{j\beta y} - V_r e^{-j\beta y})$$

この式において、 $y=0$  で  $V=0$  という終端短絡条件から  $V_i = -V_r$  となるので

$$\therefore V(y) = V_i (e^{j\beta y} - e^{-j\beta y}) = 2jV_i \sin \beta y$$

$$I(y) = \frac{V_i}{R_c} 2 \cos \beta y \quad (8.4)$$

この式から、電圧・電流の瞬時値は、次のように定まる。

$$\begin{aligned} \therefore v(y,t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}[V(y)e^{j\omega t}] = 2\sqrt{2}V_i \sin \beta y \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ i(y,t) &= 2\sqrt{2} \frac{V_i}{R_c} \cos \beta y \cos \omega t \end{aligned} \quad (8.5)$$

一般的に、共振器内部の非縮退モードについて、次のことが言える。

- ・電界（電圧）は、共振器中で空間的に位相は一様である。
- ・磁界（電流）と電界（電圧）の間には 90 度の位相差がある。

### 8.1.2 両端開放

終端開放線路を見込むインピーダンスは、次の式で与えられる。

$$Z_{in} = -jR_c \cot \beta l \quad (8.6)$$

8.1.1 と同様に、共振条件  $Z_1 + Z_2 = 0$  より次の式を得る。

$$l_1 + l_2 = m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (8.7)$$

マイクロストリップ線路では、導体間を短絡するために基板に穴をあけなくてはならない。この場合には、端部開放で形成する方が実現しやすい。ただし、端部効果により、導体の長さを実効的な線路長に差が生ずることに注意。

## 8.2. リング共振器

伝送線路でループを形成し、外部回路とは方向性結合器などで結合させる。ループ中に進行波を励振することで共振器が形成できる。共振条件は、ループの長さが波長の整数倍  $n\lambda$  となる。すなわち、ループを一周した電磁波が、同位相で重ね合わされて共振が起こる。リング共振器は、マイクロ波、ミリ波、光波で、特定の周波数（波長）成分を分離する分波器に応用される。

### 8.3. 円筒共振器の波長計への応用

- ・適当な長さの円筒導波管で、基本モード  $\mathbf{TE}_{11}$  モードを励振して共振器とする。
- ・ $\mathbf{TE}_{11}$  モードの磁界  $\mathbf{H}$  が軸方向に発生するため、 $\mathbf{i} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$ （ $\mathbf{n}$  は管壁に立てた法線ベクトル）の関係から、円筒壁面上を円周方向にだけ電流が流れる。
- ・電流は円筒壁面上を円周方向に流れるので、円形壁を円筒から切り離しても電流を乱すことはない。したがって、円形壁を移動して円筒の長さを変化させてもよい。
- ・これを用いれば共振周波数を変化させることができる。共振波長を測定することで波長計に応用することができる。

## 8.4 共振回路の Q

## (1) Q の定義

Q の定義は、共振周波数を  $f_0$  (角周波数  $\omega_0$ ) として、次の式で与えられる。

$$Q = 2\pi f_0 \frac{L}{R} = \frac{\frac{1}{2} 2\pi f_0 L |I_0|^2}{\frac{1}{2} R |I_0|^2} = \omega_0 \frac{\text{インダクタンに蓄積される最大エネルギー}}{\text{1周期の消費エネルギー}} \quad (8.8)$$

共振時には、共振器内部に蓄えられるエネルギーは電界的エネルギーと磁界的エネルギーの間を時間的に行ったり来たりする。したがって、導体損失のみが損失要因となる場合には、Q は次式で求まる。

$$Q = \omega_0 \frac{\frac{\mu}{2} \iiint |H|^2 dv}{\frac{R_s}{2} \iint |\mathbf{i}|^2 dS} \quad (8.9)$$

ここで、

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} \quad (\delta: \text{表皮厚}): \text{表面抵抗}$$

$$|\mathbf{i}| = |\mathbf{H}_t| \quad (\mathbf{H}_t: \text{磁界の導体壁面に接する成分})$$

## [例]

両端短絡線路の共振器で考える。また、電圧・電流分布は、無損失の線路と同じ電圧・電流で近似する。

$$\begin{aligned} \therefore V(y) &= 2jV_i \sin \beta y = jV_0 \sin \beta y \\ I(y) &= \frac{V_i}{Z_c} 2 \cos \beta y = I_0 \cos \beta y \end{aligned} \quad (8.10)$$

$y \sim y+dy$  区間のインダクタンスに蓄えられるエネルギーは

$$dW_L = \frac{1}{2} |I_0|^2 \cos^2 \beta y L dy \quad (8.11)$$

線路の抵抗分  $Rdy$ 、 $Gdy$  で消費されるエネルギーは

$$dW = \frac{1}{2} |I_0|^2 \cos^2 \beta y R dy + \frac{1}{2} |V_0|^2 \sin^2 \beta y G dy \quad (8.12)$$

共振条件  $\beta l = m\pi$  を利用すれば、

$$W_L = \int_0^l \frac{L}{2} |I_0|^2 \cos^2 \beta y L dy = \frac{L}{2} |I_0|^2 \frac{l}{2} \quad (8.13)$$

$$W = \frac{R}{2} |I_0|^2 \frac{l}{2} + \frac{G}{2} |V_0|^2 \frac{l}{2}$$

$$Q = \omega_0 \frac{L}{R + G \left| \frac{V_0}{I_0} \right|^2} = \omega_0 \frac{L}{R + G |Z_c|^2} \quad (8.14)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{損失は小さい}) \text{ と近似してよく、}$$

$$\begin{aligned}\gamma &= \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \approx \sqrt{-\omega^2 LC + j\omega(LG + RC)} \\ &\approx j\omega\sqrt{LC} \left( 1 - j \frac{1}{2\omega} \left( \frac{G}{C} + \frac{R}{L} \right) \right) = \frac{\sqrt{LC}}{2} \left( \frac{G}{C} + \frac{R}{L} \right) + j\omega\sqrt{LC}\end{aligned}$$

$$\text{つまり、} \alpha = \frac{\sqrt{LC}}{2} \left( \frac{G}{C} + \frac{R}{L} \right), \beta = \omega\sqrt{LC} \quad (8.15)$$

したがって、両端短絡線路で共振器を形成した場合の  $Q$  は次の式で与えられる。

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R + G \frac{L}{C}} = \frac{\omega_0}{\frac{R}{L} + \frac{G}{C}} = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\beta_0}{2\alpha} \quad (8.16)$$

## (2)外部 $Q$

共振回路単体の  $Q$  を  $Q_0$  (無負荷  $Q$ )、回路全体の  $Q$  を  $Q_t$  とすると、定義より、

$$\begin{aligned}Q_t &= \frac{\omega_0 L}{R + R_{ext}} \\ \frac{1}{Q_t} &= \frac{R}{\omega_0 L} + \frac{R_{ext}}{\omega_0 L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}}\end{aligned} \quad (8.18)$$

$$Q_{ext} \equiv \frac{\omega_0 L}{R_{ext}} > 0: \text{外部}Q$$

$$\frac{1}{Q_t} > \frac{1}{Q_0}$$

つまり、外部回路の損失  $R_{ext}$  により、回路全体の  $Q$  は劣化する。

## (3)選択度と共振器の $Q$

選択度  $S$  は、中心周波数  $f_0$  と 3dB 帯域半値全幅  $B$  により、次の式で定まる。

$$S = \frac{f_0}{B}$$

さらに、共振回路の応答、例えば電流  $I$  の周波数変化は、共振回路の  $Q$  と次の関係がある。

$$\left| \frac{I}{I_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( x - \frac{1}{x} \right)^2}} \quad (8.8)$$

ここで、 $x = \frac{f}{f_0}$  は中心周波数で規格化した周波数を表す。

帯域幅  $B$  は、 $\left| \frac{I}{I_0} \right| > \frac{1}{\sqrt{2}}$  なる周波数範囲で定義される。 $Q \gg 1$  の場合、 $S=Q$  となる。

## 8.5.共振器のフィルタへの応用

### (1)共振器の接続

2つの共振器が接続用線路(長さ  $d$ )によって接続されているとき、

- $d=0$  の場合、 $2L$  と  $2R$  の1つの共振器として作用する。

→ $Q$  は変化なし、選択度も同じ

- ・  $d = \lambda/4$  の場合、接続用線路が  $Z_{in} = \frac{R^2}{Z_L}$  なるインピーダンス変換器として作用する。

→ 選択性は先鋭化される

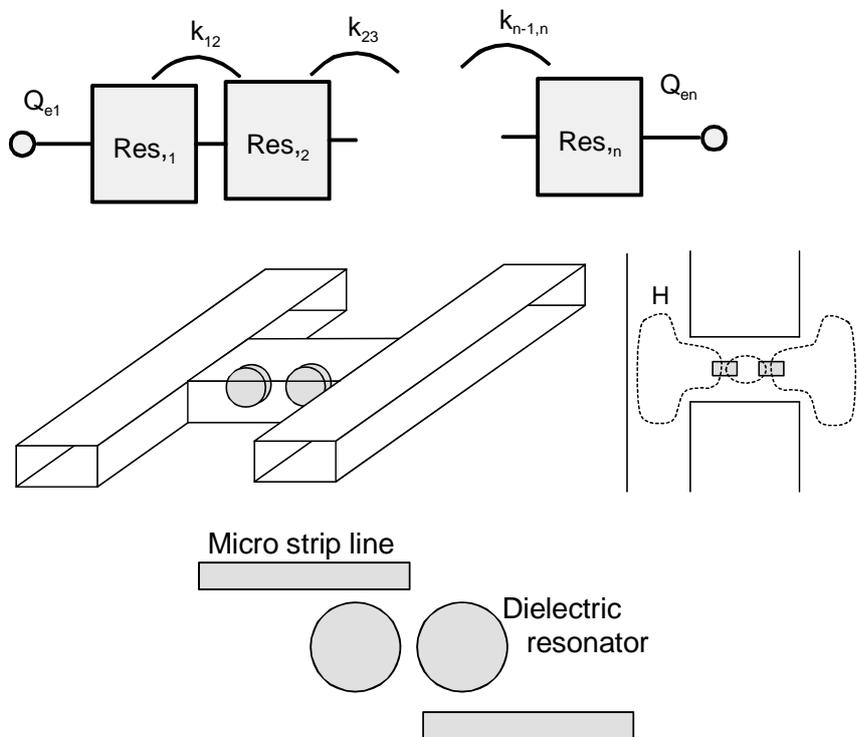


Fig.8.1 共振器の結合

(2)帯域阻止

共振回路を線路に並列に接続すると、特定の周波数が共振器によって損失を受け、帯域阻止形のフィルタを形成することができる。

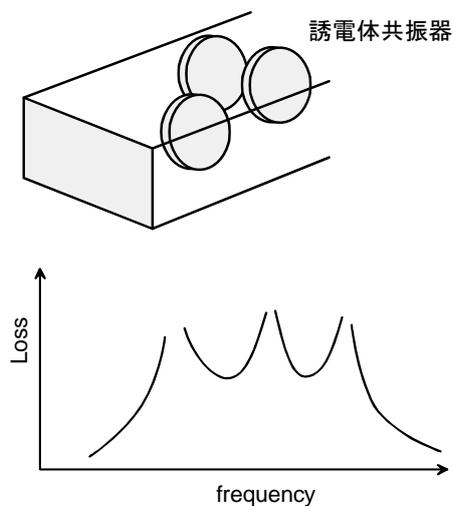


Fig.8.2 誘電体共振器の並列接続