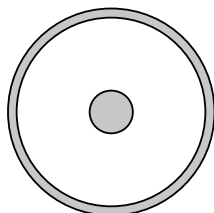


3.導波路

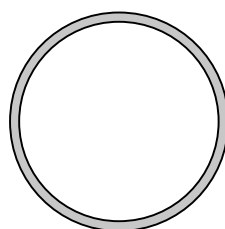
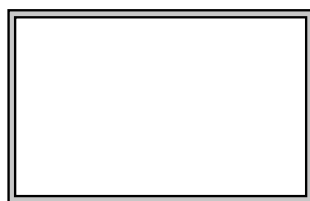
3.1.導波路の種類

導波回路を形成する種々の導波路を、次に示す。大きく分けて、(1)～(3)導体を用いて電磁波を導波するタイプと、(4)誘電体による電磁波閉じ込め効果を用いるタイプの二つに分類することができる。

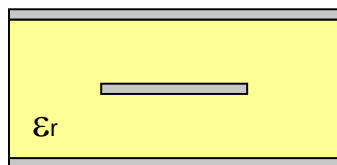
(1)同軸ケーブル



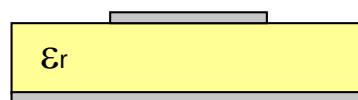
(2)導波管



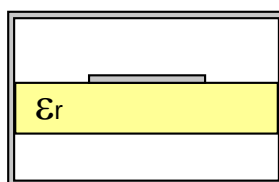
(3)平面導波路



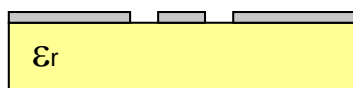
(a)ストリップ線路



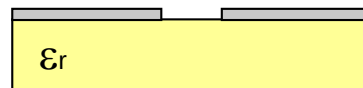
(b)マイクロストリップ線路



(c)サスペンデッドストリップ線路

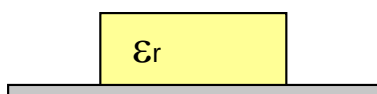


(d)コプレーナ線路

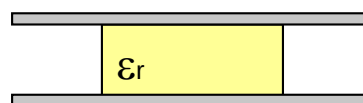


(e)スロット線路

(4)誘電体導波路



(a)イメージ線路



(b)NRD ガイド

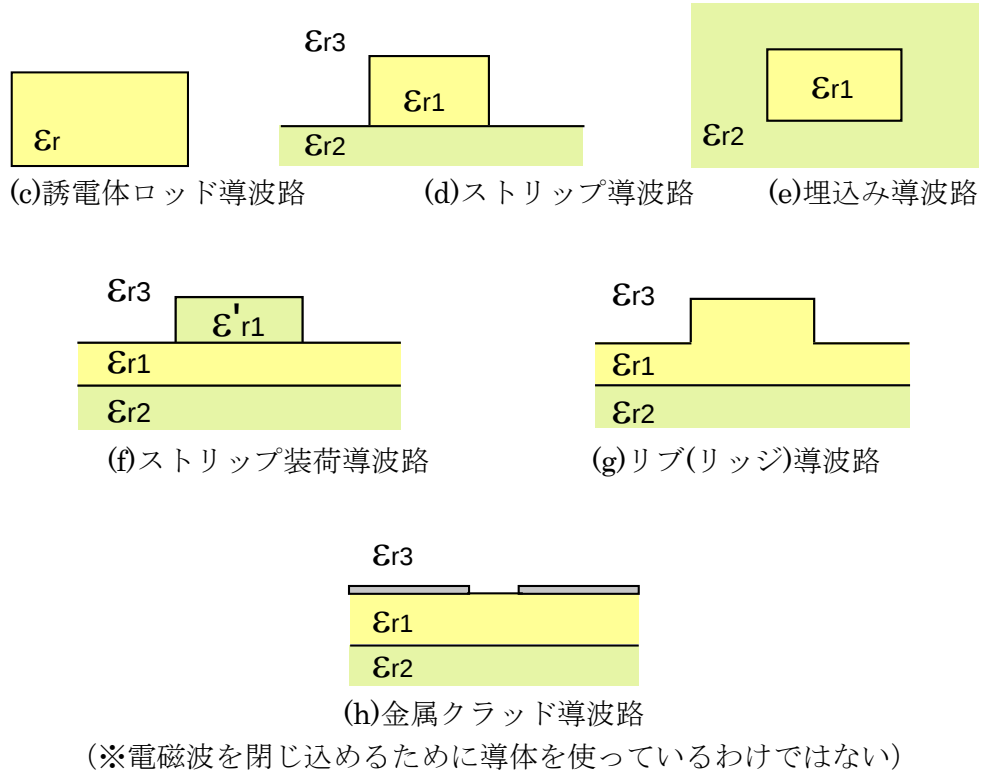


Fig.3.1 様々な導波路

3.2 静電モデル

TEM モードを伝送することができる。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t(x, y)e^{-\gamma z} \quad (3.1.a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_t(x, y)e^{-\gamma z} \quad (3.1.b)$$

$$\nabla = \nabla_t + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} = \nabla_t - \gamma \mathbf{k} \quad (3.2)$$

マクスウェルの方程式 $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$ より、

$$(\nabla_t - \gamma \mathbf{k}) \times \mathbf{E}_t e^{-\gamma z} = -j\omega\mu\mathbf{H}_t e^{-\gamma z} \quad (\text{t 成分のみ}) \quad (3.3)$$

したがって、

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t = 0 \quad (3.4.a)$$

$$-\gamma \mathbf{k} \times \mathbf{E}_t = -j\omega\mu\mathbf{H}_t \quad (3.4.b)$$

同様に、 $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}$ より、

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t = 0 \quad (3.5.a)$$

$$-\gamma \mathbf{k} \times \mathbf{H}_t = j\omega\epsilon\mathbf{E}_t \quad (3.5.b)$$

以上より、次のようにと伝搬定数が決定される。

$$-\gamma \mathbf{k} \times (\gamma \mathbf{k} \times \mathbf{E}_t) = -\omega^2 \epsilon \mu \mathbf{E}_t \quad (3.6)$$

$$\therefore \gamma^2 = -\omega^2 \epsilon \mu$$

この関係式は、TEM モードが伝搬すれば導体の形状には無関係に成り立つことに注意すべきである。

特性インピーダンスを求めるには、 $\mathbf{E}_t$ 、 $\mathbf{H}_t$ を知る必要がある。 $\nabla_t \times \mathbf{E}_t = 0$ 、 $\nabla_t \times \mathbf{H}_t = 0$ か

ら、 $\mathbf{E}_t$ と $\mathbf{H}_t$ はスカラー関数 ϕ_e 、 ϕ_m を用いて次のように表される。

$$\mathbf{E}_t = -\nabla_t \phi_e \quad (3.7.a)$$

$$\mathbf{H}_t = -\nabla_t \phi_m \quad (3.7.b)$$

例えば、 $\mathbf{E}_t = -\nabla_t \phi_e$ とすると、マクスウェルの方程式から、

$$\mathbf{H}_t = \frac{\gamma \mathbf{k} \times \mathbf{E}_t}{j\omega\mu} \quad (3.8)$$

このとき、 $\text{div} \mathbf{E} = 0$ より $\nabla_t^2 \phi_e = 0$ が成り立つ。すなわち、 ϕ_e は二次元静電ポテンシャルと同じ方程式の解である。

さらに、

$$\begin{aligned} \text{div} \mathbf{H} &= \text{div} \mathbf{H}_t = \nabla \cdot \left(\frac{\gamma}{j\omega\mu} \mathbf{k} \times \mathbf{E}_t \right) \\ &= \frac{\gamma}{j\omega\mu} (\mathbf{E}_t \cdot \nabla \times \mathbf{k} - \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{E}_t) = \frac{-\gamma}{j\omega\mu} \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{E}_t = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

であるから、 $\text{div} \mathbf{H} = 0$ も満足する。

したがって、 $\nabla_t^2 \phi_e = 0$ なる静電モデルから、 $\mathbf{E}_t$ 及び $\mathbf{H}_t$ が求められる。

→静電モデルでは、導体の形状によって電磁界 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ が定まる。

→C、L が定まる。

3.3.同軸線路

内導体の外直径が $2a$ 、外導体の内直径が $2b$ なる同軸線路の特性インピーダンスを求める。ただし、導体間の媒質の誘電率、透磁率はそれぞれ ϵ 、 μ とする。

内導体に z 方向単位長さあたり $q[C/m]$ の一様電荷分布を考える（対称性より）。このとき、内外導体間に作られる電界は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \epsilon \int_0^{2\pi} E_r r d\theta \times l &= q \times l \\ 2\pi \epsilon r E_r &= q \\ E_r &= \frac{q}{2\pi \epsilon r} \end{aligned} \quad (3.10)$$

これから、内外導体間の電位差を求めると、次のようになる。

$$V = \int_a^b E_r dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi \epsilon r} dr = \frac{q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{b}{a} \quad (3.11)$$

したがって、単位長さあたりの静電容量 C は、次のように定まる。

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{b}{a}} \quad (3.12)$$

また、内導体に z 方向に流れる電流 I を考えると、この周りにできる磁界の大きさは、次のように求まる。

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} H_\theta r d\theta &= I \\ H_\theta &= \frac{I}{2\pi r} \end{aligned} \quad (3.13)$$

この磁界によって内外導体間に蓄えられる磁気エネルギーを計算すると、

$$W_m = \frac{1}{2} \int_a^b \mu H_\theta^2 2\pi r dr = \frac{\mu I^2}{4\pi} \int_a^b \frac{1}{r} dr = \frac{\mu I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (3.14)$$

次の関係式から単位長さ当たりのインダクタンスが求まる。

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (3.15)$$

式(3.12)、(3.15)から、同軸線路の特性インピーダンスは次のように求まる。

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}}{\frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad (3.16)$$

3.4.ストリップ線路

主伝送モードは **TEM** モード。

端部効果を見無視すると、

$$C = 2 \times \epsilon \frac{w}{b} = \frac{4\epsilon w}{b} \quad (3.17)$$

$$Z_c = \frac{b}{4w} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (3.18)$$

内導体の厚さ t を考慮すると端部効果 $\rightarrow C$ 増加 $\rightarrow Z_c$ 減少

t が無限小の場合、

$$Z_c = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{K(k)}{K(k')} \quad (3.19)$$

ここで、 K は第一種楕円積分を表し、引数は次のようになる。

近似的に、次のようになる。

$$k = \operatorname{sech} \frac{\pi w}{2b}$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2} = \tanh \frac{\pi w}{2b}$$

$$0 < w/b < 0.56 \quad : \quad Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(2 \coth \frac{\pi w}{4b} \right) \quad (3.20.a)$$

$$0.56 < w/b \quad : \quad Z_c = \frac{148}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{\ln \left(2 \exp \left(\frac{\pi w}{4b} \right) \right)} \quad (3.20.b)$$

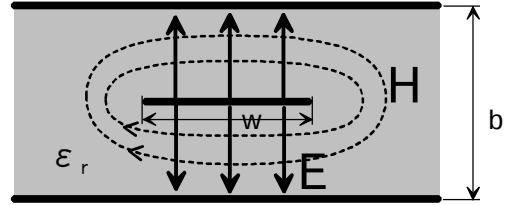


Fig.3.2 ストリップ線路

3.5. マイクロストリップ線路

伝搬モードは準 TEM モードである。 ϵ (基板) $\gg \epsilon_0$ の場合、ほとんどの電磁界が誘電体基板中にあるとして、端部効果も無視し、理想化して近似する。

$$C = \epsilon \frac{w}{h} \quad \rightarrow \quad Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{h}{w} \quad (3.21)$$

しかし、これでは近似度が悪い。

基板の誘電率を ϵ_0 と仮定し、単位長さあたりの静電容量 C_0 を求める (ただし $\mu = \mu_0$)。誘電体基板の誘電率を ϵ とした静電容量 C は、 C_0 と次の関係で表される。

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{C}{C_0} = 1 + q(\epsilon_r - 1) \quad (3.22)$$

ここで、 q ($0 \leq q \leq 1$) は Wheeler の定数とよばれる。

$w/h \rightarrow \infty$ で、 $q \rightarrow 1$ 、 $\epsilon_{\text{eff}} \rightarrow \epsilon_r$ に漸近する

$w/h \rightarrow 0$ で、 $q \rightarrow 1/2$ (全て中心導体のまわりに対称的)、 $\epsilon_{\text{eff}} \rightarrow (\epsilon_r + 1)/2$ に漸近する。

ϵ_{eff} は ϵ_r と h/w の関数として次の近似式で与えられる(M.V.Schneider)。

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{w} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.23)$$

この関係から、位相定数、特性インピーダンスは次式で与えられる。

$$\beta = \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} \beta_0 \quad (\beta_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}) \quad (3.24a)$$

$$Z_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} Z_{c0} \quad (Z_{c0} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{C_0}) \quad (3.24b)$$

なお、 Z_{c0} は近似的に次式で表される。

$$Z_{c0} = 60 \ln \left[f \frac{h}{w_0} + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{w_0} \right)^2} \right] \quad (3.25)$$

$$f = 6 + 0.283 \exp \left[- \left(30.7 \frac{h}{w_0} \right)^{0.753} \right]$$

ただし、 w_0 はストリップ導体の厚さ t を 0 としたときの等価的なストリップ幅を表し、次式で与えられる。

$$w_0 = w + \Delta w = w + \frac{t}{\pi} \ln \left(4e / \sqrt{\left(\frac{t}{h} \right)^2 + \frac{1}{\pi^2 (w/t + 1.1)^2}} \right) \quad (3.26)$$