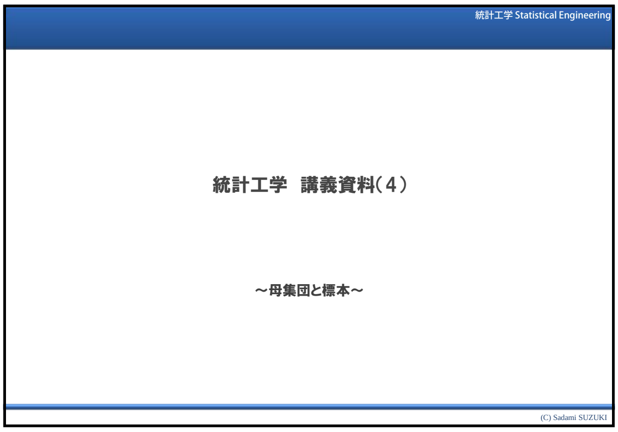
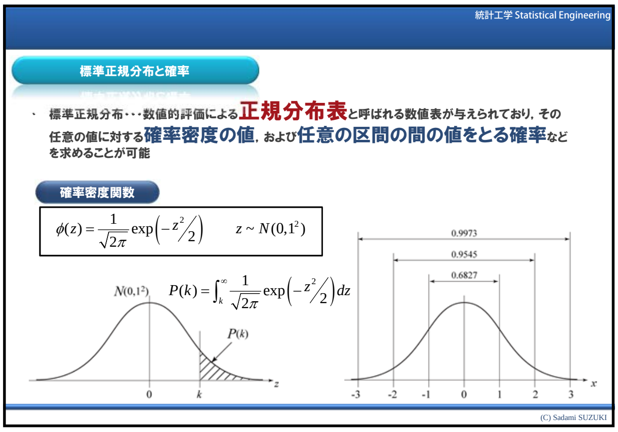
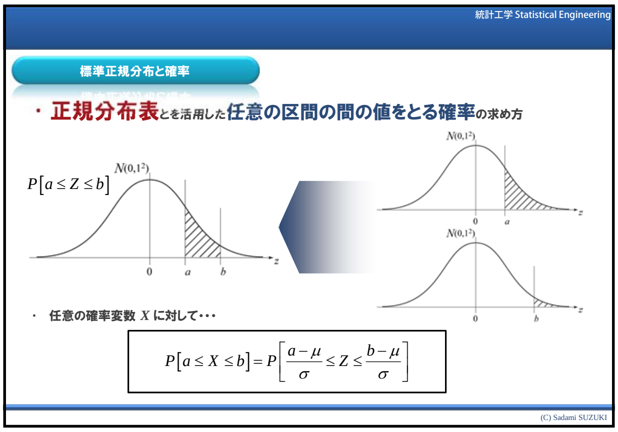
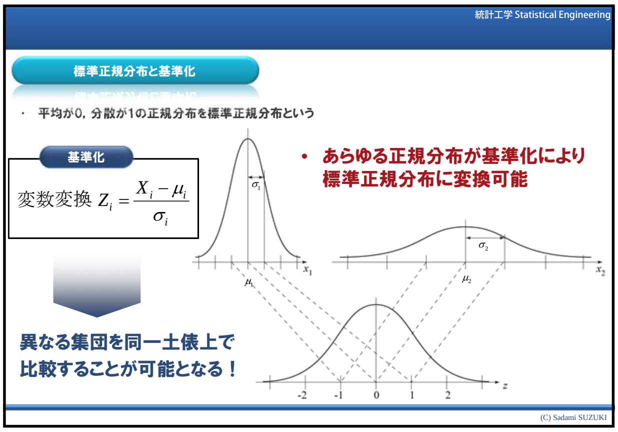
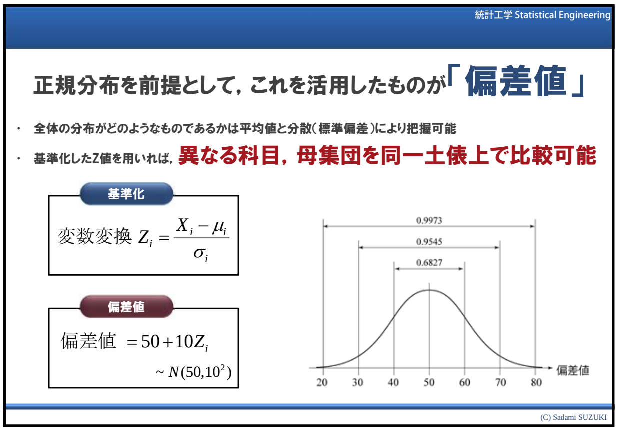
講義にて配布した資料の抜粋・縮小版です

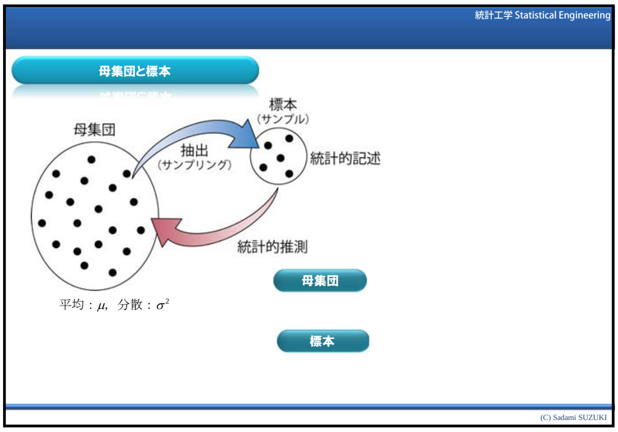






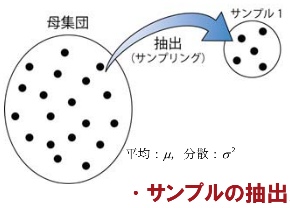






講義にて配布した資料の抜粋・縮小版です

無作為抽出

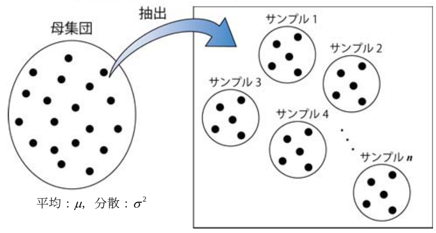


番号	x_i
1	50.8
2	50.3
3	49.6
4	50.6
5	51.5
6	51.0
7	50.8
8	49.2
9	50.7

$\bar{x} = 50.5$

- **サンプルの抽出法は・・・？**

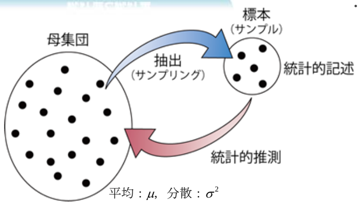
統計値と統計量



$\bar{x}_1 = ○○$
$\bar{x}_2 = ○○$
$\bar{x}_3 = ○○$
$\bar{x}_4 = ○○$
$\vdots$
$\bar{x}_n = ○○$

- **統計値**…標本(サンプル)によって求められた値
  - **サンプルが異なればその標本平均は異なる！**

統計値と統計量



- サンプルを**母集団分布**に従う**確率変数**として捉え，その関数**統計量**を考える

観測値： $x_1, x_2, \cdots, x_n$

確率変数： $X_1, X_2, \cdots, X_n$

- **統計量**…サンプルに対応する**確率変数**の関数： $g(X) = \bar{X} = \dfrac{\sum X_i}{n}$
- **統計値**…統計量の実現値

標本平均 $\bar{X}$ の標本分布

平均値

$$E(\bar{X}) = E\left[\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right] = \frac{1}{n}E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$$
$$= \frac{1}{n}\left[E(X_1) + E(X_2) + \cdots E(X_n)\right]$$
$$= \mu \qquad \because E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X_n) = \mu$$

分散

$$V(\bar{X}) = V\left[\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right] = \frac{1}{n^2}V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$$
$$= \frac{1}{n^2}n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \qquad \because V(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \cdots + V(X_n)$$

> 平均値 μ，分散 σ^2 の母集団からとられた大きさ n の標本の平均値 $\bar{X}$ の期待値は μ，分散は σ^2 / n である．

標本平均 $\bar{X}$ の標本分布

- **母集団の分布が正規分布**であるときは・・・・
  標本平均の分布もまた正規分布となる

- **【定理】いくつかの独立な確率変数のそれぞれが正規分布に従うとき，それらの変数の任意の一次結合は正規分布に従う**

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum X_i = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$$

> 母集団の分布が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ であるとき，そこからとられた大きさ n の無作為標本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ の平均値 $\bar{x}$ の標本分布は $N(\mu, \sigma^2/n)$ である．
> したがって
> $$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$
> の分布は標準正規分布 $N(0,1)$ である．

- **では，母集団が正規分布に従うとは限らない場合は・・・**

中心極限定理

> 分布がどのようなものであっても，平均値 μ，分散 σ^2 をもつ母集団からとられた大きさ n の標本の平均値 $\bar{x}$ の分布は，n が大きいとき正規分布 $N(\mu, \sigma^2/n)$ に近づく．したがって
> $$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$
> の分布は，n が大きいとき標準正規分布 $N(0,1)$ に近づく．

「正規分布が多くの場合に高い適用可能性を有することを示す定理」と位置づけられる