生体工学第一　2011.5.4

第５回講義内容

１．出席点の問題

２．前回ホームワークの解説

３．血管の３乗則（前回のつづき：出席点）

４．骨の形（長骨の半径と厚さに関する文献紹介）

５．長骨の半径と厚さの最適性に関する理論

5.1　曲げ強度を基準にしたモデル（出席点）

5.2　たわみを基準にしたモデル（次回）

5.3　衝撃荷重を基準にしたモデル（次回）

樹木の枝の分岐則（2.5乗則）

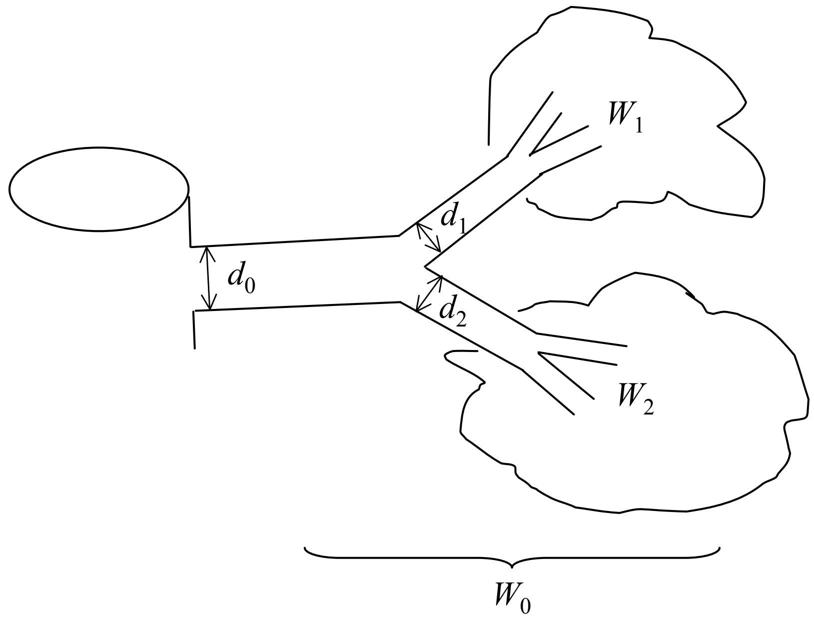
枝の重量と直径の関係

$$W \propto d^{2.5}$$

分岐した枝の関係

$$d_0^{2.5} = d_1^{2.5} + d_2^{2.5}$$

C.D.Murray(1927)



血管分岐の法則（３乗則）

$$r_0^n = r_1^n + r_2^n \qquad n = 2.8〜3.2$$

C.D.Murray(1927)

血液供給は諸器官の活動を維持するのに必須.
→多すぎると無駄，少なすぎると支障
→したがって生命維持には適度な血液流量が必要
→何らかの法則性が成立していると予想.

血管の適応フィードバック

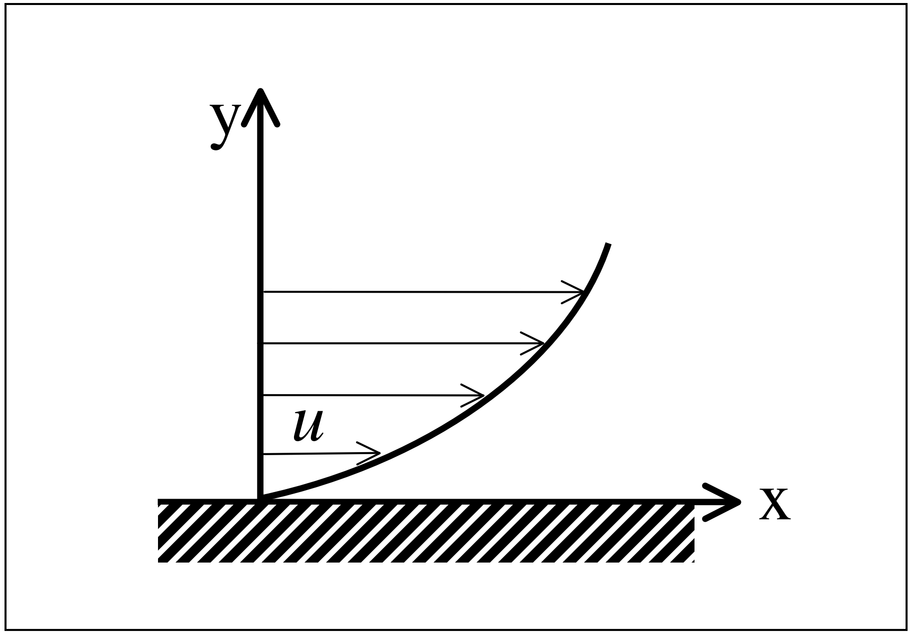
血管の３乗則は血管半径の大小を問わず成立.

→血管自身が血流を把握する機能があるはず.

→学説：血管内壁に作用するずり応力を検出（神谷ら, 1980)

ずり応力

$$\tau = \frac{du}{dy} \cdot \mu$$

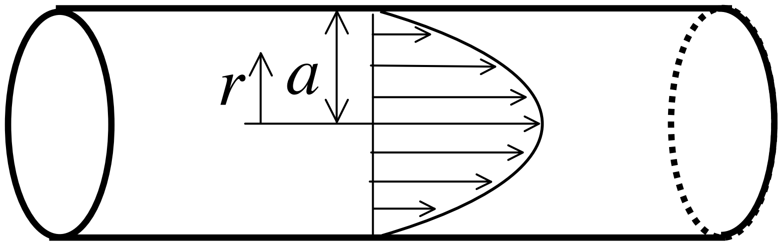


円管内ずり応力の導出

管内流れ　$u = \left(-\frac{dp}{dx}\right)\frac{1}{4\mu}a^2\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\}$

$f = \left(-\frac{dp}{dx}\right)\frac{\pi a^4}{8\mu}$　の関係から

$$u = \frac{2f}{\pi a^2}\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\}$$



$\tau = -\mu \left.\frac{du}{dr}\right|_{r=a} =$　←この計算が出席点

（注意：上図の座標の取り方のため，ずり応力の式にマイナスの符号が付く．）

生体工学第一講義内容

生物を機械工学的観点からながめ，生物の仕組みを理解する．

生物を特徴づける要素

・生物の基本的なデザイン：生物の大きさと代謝エネルギー

・生物の形と機能：法則性，最適性，環境適応性

・生物の感覚器官：仕組みと性能

・生物の運動と移動：運動様式と移動効率

・生体システム：群行動，個体数の増減

・生物の形つくり：遺伝情報，パターン形成

配付資料の図

"BONES -structure and mechanics-",

Princeton University Press, pp.205

by J.D.Currey

骨の厚さと直径の関係について

骨の機能
・身体を支える（支持機能）
・血液を造る（造血機能）←髄液が必要

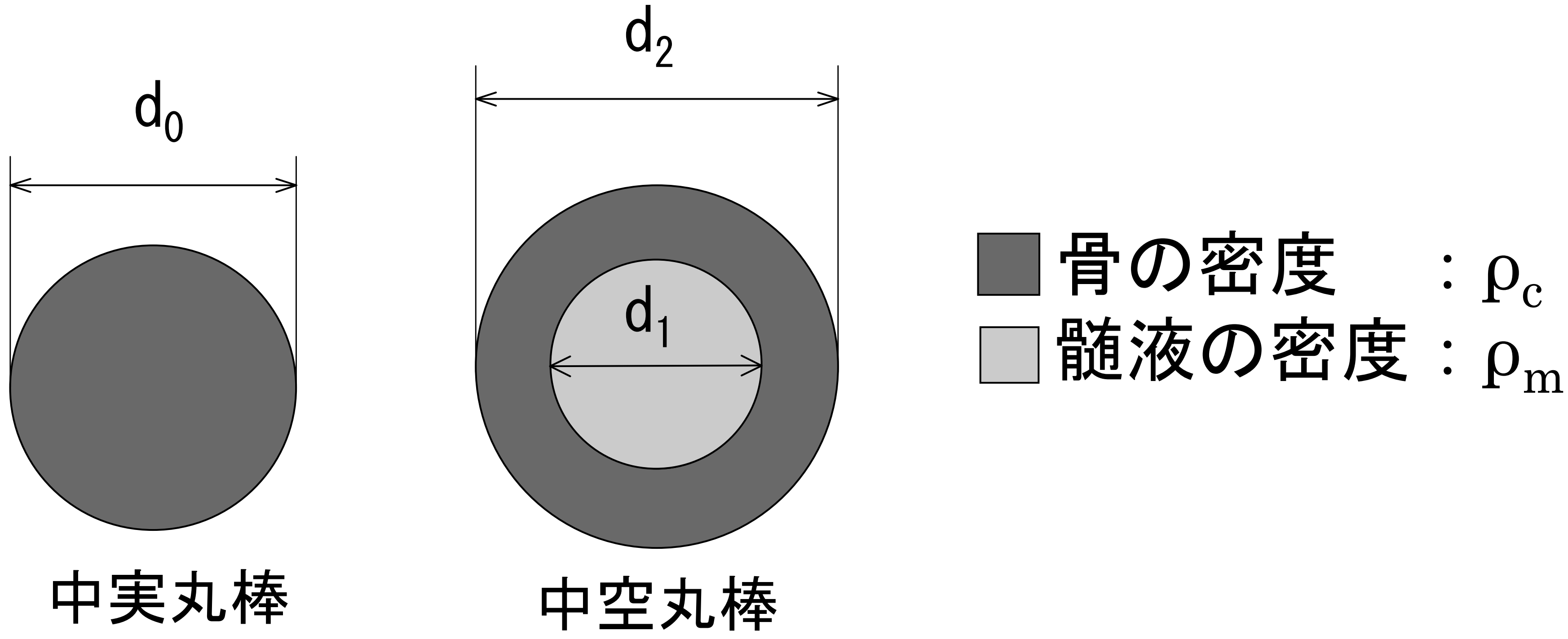
骨の強度が同じなら材料（骨）は少ない方がよい.
パイプ状構造は曲げモーメントを支えるのに有効.

⇩

厚さが薄くて半径が大きいほど有利？

質量比較のモデル化

方針：構造体としての強度が同じという条件下で中実丸棒を基準に中空丸棒の質量を比較.



曲げ強度を基準にした場合

曲げモーメントによって発生する応力

$$\sigma = \frac{M}{Z}$$

ただし，

$$\left(I_m = \frac{\pi}{64}(d_2^4 - d_1^4) \right)$$

断面係数

中実の場合： $Z_0 = I_0 / \left(\frac{d_0}{2} \right) = \frac{\pi}{32} d_0{}^3$

中空の場合： $Z_m = I_m / \left(\frac{d_2}{2} \right) = \frac{\pi}{32} d_2{}^3 \left(1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right)$

強度を同じにする条件　$Z_0 = Z_m \quad \therefore d_0{}^3 = d_2{}^3 \left\{ 1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right\}$

中実に対する中空の質量比

$$\frac{M_m}{M_0} = \frac{\frac{\pi}{4}\left(d_2{}^2 - d_1{}^2\right)\rho_c + \frac{\pi}{4}\,d_1{}^2\,\rho_m}{\frac{\pi}{4}\,d_0{}^2\,\rho_c}$$

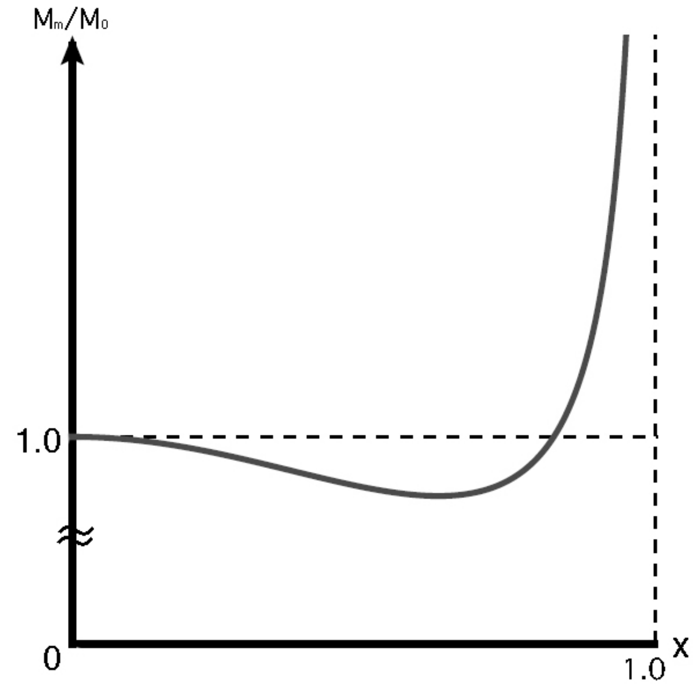
（単位長さ当たり）

$$= \frac{\rho_c\left\{1-\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right\} + \rho_m\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2}{\rho_c\left\{1-\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4\right\}^{\frac{2}{3}}}$$

質量比が最小となる R/t

骨密度ρ_c=2，髄液の密度ρ_m=1とし，$d_1/d_2=x$ とおく．

$$\frac{M_m}{M_0} = \frac{2 - x^2}{2\left(1 - x^4\right)^{\frac{2}{3}}}$$



x は 0 から 1 の範囲で変化

$x = 0$ （中実）で $M_m/M_0=1$

$x \rightarrow 1$（極めて薄い中空）で $M_m/M_0 \rightarrow \infty$

質量比が最小となる x の値から R/t（外半径/厚さ）を計算せよ.

出席点　有効数字二桁程度

余裕のある人はM_m/M_0も求めて欲しい.

第5回講義おわり