

東京工業大学大学院 経営工学専攻

2011/5/27

年金数理第7回

財政方式1

講師 : 渡部善平((株)IICパートナーズ)

第7回の目的

- 責任準備金を理解する
- 責任準備金と年金資産の関係を理解する
- 種々の財政方式を理解する
- Trowbridgeモデルと諸概念の算式を理解する

責任準備金

収支相等と責任準備金

＜収支相等の原則＞

- 給付 = 運用収益 + 掛金

⇔ 掛金を積立てて、そこから生まれる運用収益と合算した元利合計をもって給付を支払う、という意味 : 収支相等の最も単純な形態

＜「現価」で考える収支相等＞

- 現在ある資産で、全て将来の給付をまかなうのであれば次の関係式になる

$$\text{給付現価} = \text{年金資産}$$

- 今ある資産だけでなく、将来の掛金の積立で将来の給付をまかなう場合は次のとおり
掛金が適切に設定されていれば

$$\text{給付現価} = \text{掛金収入現価} + \text{年金資産}$$

定常状態到達前

- 給付現価 = 標準掛金収入現価 + 特別掛金収入現価 + 年金資産

定常状態到達後

- 給付現価 = 標準掛金収入現価 + 年金資産

が成立している「はず」

収支相等と責任準備金

前の設例でこれを検証

第2年度始(定常状態到達前)

$$\begin{aligned}\text{総給付現価} \quad & 100 \cdot (1 + v + v^2 + \dots) = 100 \cdot (1/(1-v)) = 100 \cdot (1+i)/(1+i-1) \\ & = 100 \cdot (1+i)/i = 100 \cdot 1.05/0.05 = 2,100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{標準掛金収入現価} \quad & 75 \cdot (1 + v + v^2 + \dots) = 75 \cdot (1/(1-v)) = 75 \cdot (1+i)/(1+i-1) \\ & = 75 \cdot (1+i)/i = 75 \cdot 1.05/0.05 = 1,575\end{aligned}$$

特別掛金収入現価

$$115.5 \cdot (1 + v + v^2 + v^3) = 115.5 \cdot ((1-v^4)/(1-v)) = 115.5 \cdot (3.72324) = 430$$

年金資産

95.0

$$2100 = 1575 + 430 + 95$$

確かに成立している

収支相等と責任準備金

検証

定常状態到達後

$$\begin{aligned}\text{総給付現価} \quad & 100 \cdot (1 + v + v^2 + \dots) = 100 \cdot (1/(1-v)) = 100 \cdot (1+i)/(1+i-1) \\ & = 100 \cdot (1+i)/i = 100 \cdot 1.05/0.05 = 2,100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{標準掛金収入現価} \quad & 75 \cdot (1 + v + v^2 + \dots) = 75 \cdot (1/(1-v)) = 75 \cdot (1+i)/(1+i-1) \\ & = 75 \cdot (1+i)/i = 75 \cdot 1.05/0.05 = 1,575\end{aligned}$$

年金資産

525.0

$$2100 = 1575 + 525$$

確かに成立している

責任準備金とは

責任準備金(定義):

将来発生すると見込まれる給付を賄うためにその時点で留保しておくべき金額

$$\text{責任準備金} = \text{給付現価} - \text{掛金収入現価}$$

一方、収支相等の関係

$$\text{給付現価} = \text{掛金収入現価} + \text{年金資産}$$

が成立しているのだから、理論的には **責任準備金 = 年金資産**
が成立しているはず

責任準備金と極限方程式

掛金が適切に設定されていれば年金資産額と責任準備金は等しくなる

(逆にいえば「掛金が適正に設定されている」とは年金資産と責任準備金が等しくなるように、掛金が設定されているということ)

概念からも明らかであるが、定常状態においては、これを極限方程式からでも示せる

$$\begin{aligned} F &= (B - C) / d \\ &= (B - C) / (1 - v) \\ &= B / (1 - v) - C / (1 - v) \end{aligned}$$

金額1の永久期間の現価は

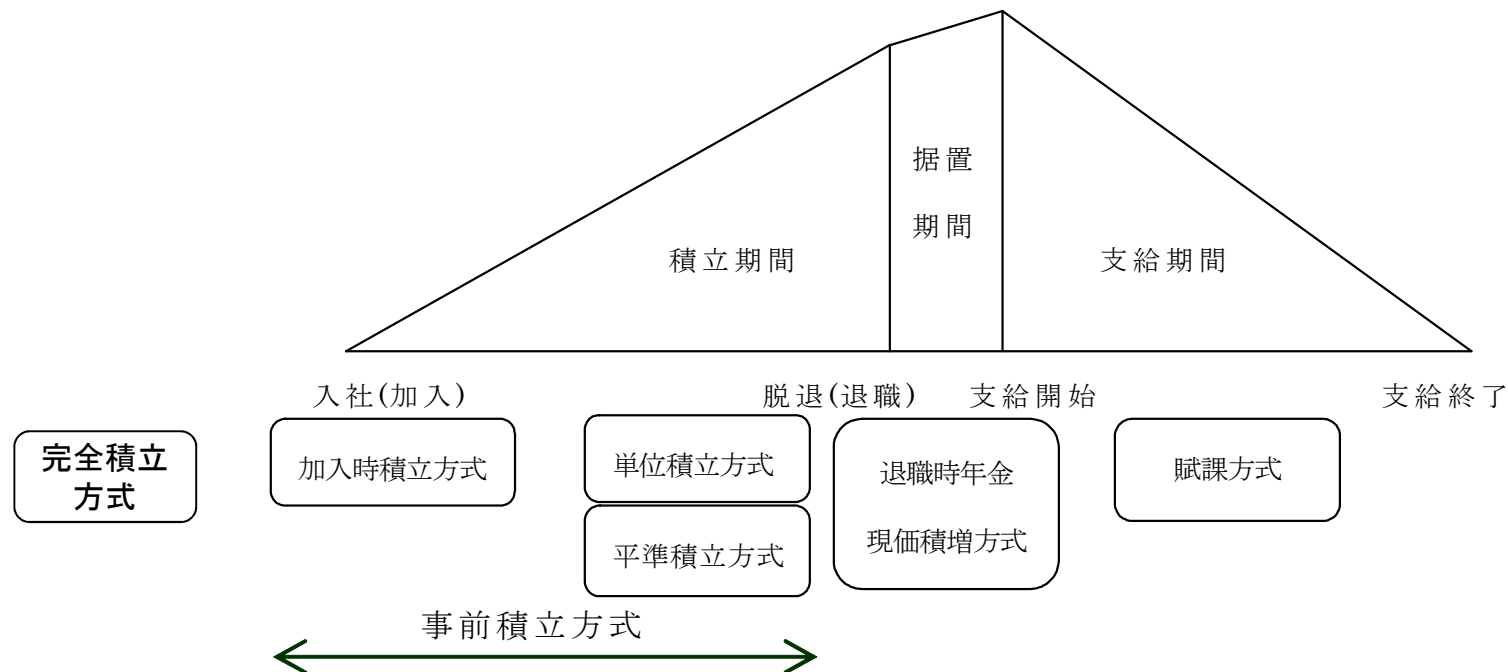
$$1 + v + v^2 + \cdots = 1 / (1 - v) = 1 / (1 - 1 / (1 + i)) = (1 + i) / i = 1 / d$$

財政方式

財政方式とは

年金制度から支払われる給付金(年金や一時金)の財源を確保するための準備計画

= 具体的にいつ、どれだけ積み立てていくか



モデル(定常人口)

X	l_x	q_x	Dx	Nx	X	l_x	q_x	Dx	Nx
30	10,000	0.02	5,521	125,248	60	5,566	0.01	1,696	26,865
31	9,800	0.02	5,304	119,728	61	5,511	0.01	1,647	25,169
32	9,604	0.02	5,096	114,423	62	5,455	0.01	1,598	23,522
33	9,412	0.02	4,896	109,327	63	5,401	0.01	1,551	21,924
34	9,224	0.02	4,704	104,431	64	5,347	0.01	1,506	20,373
35	9,039	0.02	4,520	99,727	65	5,293	0.01	1,461	18,867
36	8,858	0.02	4,343	95,207	66	5,240	0.01	1,418	17,406
37	8,681	0.02	4,172	90,864	67	5,188	0.01	1,377	15,988
38	8,508	0.02	4,009	86,692	68	5,136	0.01	1,336	14,611
39	8,337	0.02	3,851	82,683	69	5,085	0.01	1,297	13,275
40	8,171	0.02	3,700	78,832	70	5,034	0.01	1,259	11,978
41	8,007	0.02	3,555	75,131	71	4,984	0.01	1,222	10,720
42	7,847	0.02	3,416	71,576	72	4,934	0.01	1,186	9,498
43	7,690	0.02	3,282	68,160	73	4,884	0.01	1,151	8,312
44	7,536	0.02	3,153	64,878	74	4,836	0.01	1,117	7,162
45	7,386	0.02	3,030	61,725	75	4,787	0.01	1,084	6,045
46	7,238	0.02	2,911	58,695	76	4,739	0.01	1,052	4,961
47	7,093	0.02	2,797	55,784	77	4,692	0.01	1,021	3,908
48	6,951	0.02	2,687	52,988	78	4,645	0.01	991	2,887
49	6,812	0.02	2,582	50,301	79	4,599	0.01	962	1,896
50	6,676	0.02	2,480	47,719	80	4,553	1	934	934
51	6,543	0.02	2,383	45,239					
52	6,412	0.02	2,290	42,856					
53	6,283	0.02	2,200	40,566					
54	6,158	0.02	2,114	38,366					
55	6,035	0.02	2,031	36,253					
56	5,914	0.02	1,951	34,222					
57	5,796	0.02	1,875	32,271					
58	5,680	0.02	1,801	30,396					
59	5,566	0.02	1,730	28,595					

モデル(制度内容と財政状態)

60歳開始、期始払いで年金額1(終身年金)、60歳に達した者(定年退職)した者のみに支給される。

(次回定義するTroubridge model)

前頁の定常人口

ある財政方式のもと、極限方程式が成立している

$$C + dF = B$$

制度全体にかかる
1年間の掛金総額
掛金は年始払い

$$d = \frac{i}{1+i}$$

年金資産額(年始、
ただし掛金・給付
の発生直前)

制度全体の1年間の
給付額
給付額は年始払い

給付・掛金・資産

$$B = \sum_{X=60}^{80} l_X = 105,909$$

(制度全体の給付額)はモデルを設定すれば決まる

C, F は

$$C + dF = B$$

の関係式を満たす組み合わせとして理論上は無数に解が存在する

賦課方式 (Pay -as –You Go Method)

$$F = 0, {}^p C = B$$

演習：（制度全体の）掛金額はいくらか？

給付現価に対する年金資産の割合は0%

完全積立方式 (Complete Funding Method)

$$C = 0, F = B / d$$

演習：（制度全体の）掛金額はいくらか？

給付現価に対する年金資産の割合は100%

加入時一括積立方式 (Initial Funding Method)

給付制度の前提: 60歳から年金額1が毎年支給される(以下常に同じ制度を想定)

制度加入時(30歳)に、将来必要な給付現価を積立てる

$${}^{\text{In}}C = v^{60-30} l_{30} \cdot (l_{60} / l_{30}) \ddot{a}_{60} = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60}$$

これは毎年新規加入者が積み立てる額

$${}^{\text{In}}C / d = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} / d = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} \sum_{t=0}^{\infty} v^t$$

これは今後新規加入者が積み立てる額の総収入現価
(最初の1回分だけ現在加入員で、あとはすべて将来加入員)

加入時一括積立方式 (Initial Funding Method)

つぎにやりたいことは、この財政方式をとったときの年金資産 F の水準の計算

極限方程式

$$C + dF = B$$

$$C / d + F = B / d$$

より給付現価 B / d の分析・分解を行う

給付現価の分解

$$\begin{aligned}
 S &= B / d = B(1 + v + v^2 + \cdots) \\
 &= (l_{60} + l_{61} + \cdots + l_{80})(1 + v + v^2 + \cdots) \\
 &= l_{80} \\
 &\quad + (l_{79} + l_{80}v) \\
 &\quad + (l_{78} + l_{79}v + v^2l_{80}) \\
 &\quad + \cdots \\
 &\quad + (l_{60} + l_{61}v + \cdots + l_{80}v^{20}) \\
 &\quad + (l_{60}v + l_{61}v^2 + \cdots + l_{80}v^{21}) \\
 &\quad + (l_{60}v^2 + l_{61}v^3 + \cdots + l_{80}v^{22}) \\
 &\quad + \cdots \\
 &\quad + (l_{60}v^{30} + l_{61}v^{31} + \cdots + l_{80}v^{50}) \\
 &\quad + (l_{60}v^{31} + l_{61}v^{32} + \cdots + l_{80}v^{51}) + (l_{60}v^{32} + l_{61}v^{33} + \cdots + l_{80}v^{52}) + \cdots \\
 &= S^p + S^a + S^f
 \end{aligned}$$

↑

↓

↑

↓

年金受給者

現加入者

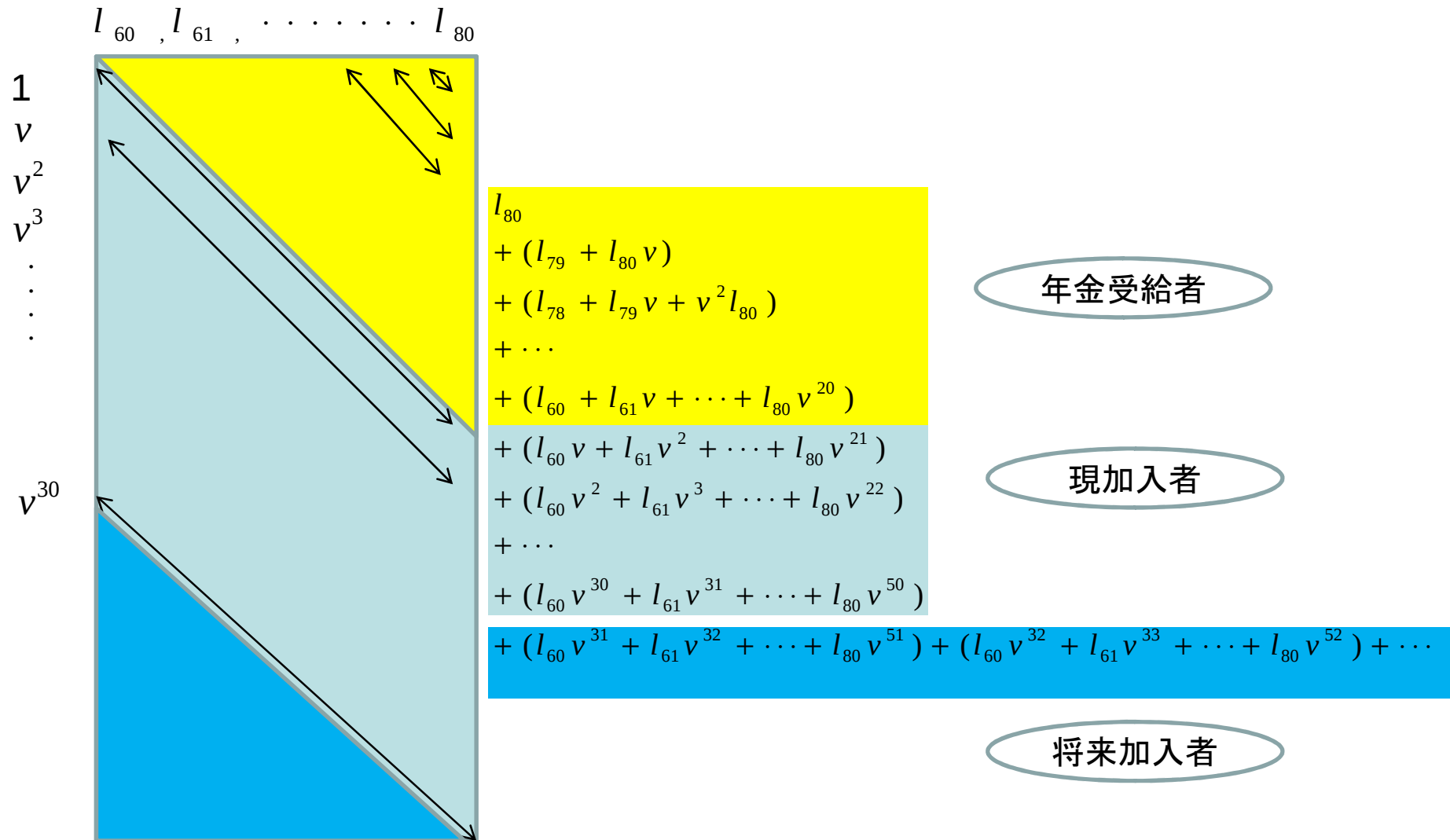
将来加入者

S^p : 年金受給者の給付現価 S^a : 現加入者の給付現価 S^f : 将来加入者の給付現価

初年度始において年金受給中の者(60-80歳)、加入者(30-59歳)も、将来加入してくる者(0-29歳およびまだ生まれていない者も!!)上記算式に網羅されている

$$S = B \cdot \ddot{a}_{\infty} = B / d = S^p + S^a + S^f$$

給付現価の分解



給付現価の分解

$$S^p = l_{60} \cdot \ddot{a}_{60} + l_{61} \cdot \ddot{a}_{61} + \cdots + l_{80} \cdot \ddot{a}_{80} = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$

$$\begin{aligned} S^a &= l_{30} \cdot (l_{60} / l_{30}) v^{60-30} \ddot{a}_{60} + l_{31} \cdot (l_{60} / l_{31}) v^{60-31} \ddot{a}_{60} + \cdots + l_{59} \cdot (l_{60} / l_{59}) v^{60-59} \ddot{a}_{60} \\ &= \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60} \end{aligned}$$

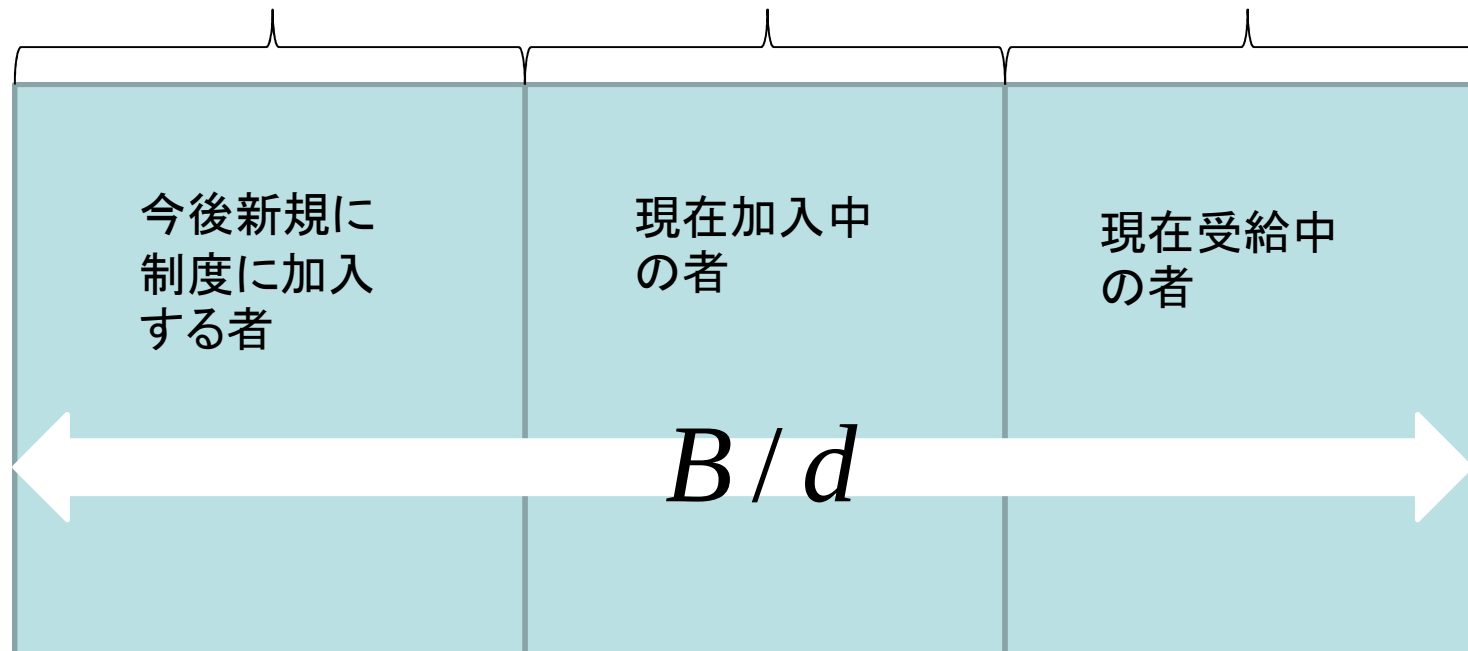
$$S^f = \sum_{t=1}^{\infty} v^t (v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60}) = \sum_{t=31}^{\infty} v^t l_{60} \ddot{a}_{60}$$

$$\text{今} \quad {}^{In}C = v^{60-30} l_{30} \cdot (l_{60} / l_{30}) \ddot{a}_{60} = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} \quad \text{より}$$

$$S^f = v \cdot {}^{In}C + v^2 \cdot {}^{In}C + \cdots = v \cdot {}^{In}C / (1-v) = v \cdot {}^{In}C / d$$

加入時一括積立方式

$$S^f = v^{\cdot In} C / d \quad S^a = \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60} \quad S^p = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$



加入時一括積立方式

加入時一括積立方式による掛金を毎年積立てて、定常状態が成立している場合の、年金資産額はつぎのとおり(極限方程式による)

$$\begin{aligned} F &= B/d - {}^{\text{In}}C/d = S^p + S^a + S^f - {}^{\text{In}}C/d \\ &= S^p + S^a + v \cdot {}^{\text{In}}C/d - {}^{\text{In}}C/d = S^p + S^a - (1-v) \cdot {}^{\text{In}}C/d \\ &= S^p + S^a - {}^{\text{In}}C \end{aligned}$$

(=加入時一括積立方式による財政運営が成立させるために、最初に積み立てる資産額)

$$F + {}^{\text{In}}C = S^p + S^a$$

年始に30歳の加入者に将来必要な給付の原資にすでに積み立てられている年金資産があればそれで、現加入者全体の給付と年金受給者の給付が賄える

i 2.0% v 0.980392157 d 0.019607843

X	l_x	q_x	Dx	Nx	X	l_x	q_x	Dx	Nx	a_x	$lx*ax$
30	10,000	0.02	5,521	125,248	60	5,566	0.01	1,696	26,865	15.836	88,145
31	9,800	0.02	5,304	119,728	61	5,511	0.01	1,647	25,169	15.285	84,231
32	9,604	0.02	5,096	114,423	62	5,455	0.01	1,598	23,522	14.718	80,294
33	9,412	0.02	4,896	109,327	63	5,401	0.01	1,551	21,924	14.134	76,336
34	9,224	0.02	4,704	104,431	64	5,347	0.01	1,506	20,373	13.532	72,354
35	9,039	0.02	4,520	99,727	65	5,293	0.01	1,461	18,867	12.912	68,347
36	8,858	0.02	4,343	95,207	66	5,240	0.01	1,418	17,406	12.273	64,315
37	8,681	0.02	4,172	90,864	67	5,188	0.01	1,377	15,988	11.614	60,256
38	8,508	0.02	4,009	86,692	68	5,136	0.01	1,336	14,611	10.936	56,169
39	8,337	0.02	3,851	82,683	69	5,085	0.01	1,297	13,275	10.237	52,054
40	8,171	0.02	3,700	78,832	70	5,034	0.01	1,259	11,978	9.517	47,908
41	8,007	0.02	3,555	75,131	71	4,984	0.01	1,222	10,720	8.775	43,732
42	7,847	0.02	3,416	71,576	72	4,934	0.01	1,186	9,498	8.011	39,523
43	7,690	0.02	3,282	68,160	73	4,884	0.01	1,151	8,312	7.223	35,281
44	7,536	0.02	3,153	64,878	74	4,836	0.01	1,117	7,162	6.412	31,005
45	7,386	0.02	3,030	61,725	75	4,787	0.01	1,084	6,045	5.576	26,692
46	7,238	0.02	2,911	58,695	76	4,739	0.01	1,052	4,961	4.714	22,343
47	7,093	0.02	2,797	55,784	77	4,692	0.01	1,021	3,908	3.827	17,956
48	6,951	0.02	2,687	52,988	78	4,645	0.01	991	2,887	2.913	13,529
49	6,812	0.02	2,582	50,301	79	4,599	0.01	962	1,896	1.971	9,062
50	6,676	0.02	2,480	47,719	80	4,553	1	934	934	1.000	4,553
51	6,543	0.02	2,383	45,239							
52	6,412	0.02	2,290	42,856							
53	6,283	0.02	2,200	40,566							
54	6,158	0.02	2,114	38,366							
55	6,035	0.02	2,031	36,253							
56	5,914	0.02	1,951	34,222							
57	5,796	0.02	1,875	32,271							
58	5,680	0.02	1,801	30,396							
59	5,566	0.02	1,730	28,595							

$$B = \sum_{x=60}^{80} l_x$$

105,909

$$B / d$$

5,401,340

$${}^{\text{In}}C / d$$

1,974,139

2,481,781

$$S^p = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$

48,662

994,084

$$F = B / d - {}^{\text{In}}C / d$$

$$= S^p + S^a - {}^{\text{In}}C$$

2,433,118

2,919,560

2,919,560

5,401,340

$$S^a = \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60}$$

$${}^{\text{In}}C = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60}$$

$$S^f = v {}^{\text{In}}C / d$$

$$S^p + S^a + S^f$$

2011/5/27

年金数理第7回

給付現価に対する年金資産の割合は54%

23

退職時年金現価積立方式

- 退職時(60歳)に80歳までに必要な掛金を積み立てる ${}^T C = l_{60} \cdot \ddot{a}_{60}$

退職時年金現価積立方式による掛金を毎年積立てて、定常状態が成立している場合の、年金資産額はつぎのとおり(極限方程式による)

$$\begin{aligned}
 F &= B/d - {}^T C/d = S^p + S^a + S^f - l_{60} \ddot{a}_{60} \sum_{t=0}^{\infty} v^t \\
 &= S^p + S^a + S^f - l_{60} \ddot{a}_{60} \left(1 + \sum_{t=1}^{30} v^t + \sum_{t=31}^{\infty} v^t \right) \\
 &= S^p + S^a + S^f - l_{60} \ddot{a}_{60} - S^a - S^f \\
 &= S^p - l_{60} \ddot{a}_{60} = S^p - {}^T C = \sum_{x=61}^{80} l_x \ddot{a}_x
 \end{aligned}$$

退職時年金現価積立方式

$${}^T C = l_{60} \cdot \ddot{a}_{60}$$

$$F = \sum_{x=61}^{80} l_x \ddot{a}_x$$

年金資産額は昨年以前に年金受給者になった者の
給付現価に等しい

$$F = S^p - {}^T C$$

$$F + {}^T C = S^p$$

年度始にあらためて年金受給者になった者の給付現価とすでに積み立てられている年金資産で、年金受給者全体の給付を賄える

i 2.0% v 0.980392157 d 0.019607843

X	l_x	q_x	Dx	Nx	X	l_x	q_x	Dx	Nx	a_x	$lx \cdot ax$
30	10,000	0.02	5,521	125,248	60	5,566	0.01	1,696	26,865	15.836	88,145
31	9,800	0.02	5,304	119,728	61	5,511	0.01	1,647	25,169	15.285	84,231
32	9,604	0.02	5,096	114,423	62	5,455	0.01	1,598	23,522	14.718	80,294
33	9,412	0.02	4,896	109,327	63	5,401	0.01	1,551	21,924	14.134	76,336
34	9,224	0.02	4,704	104,431	64	5,347	0.01	1,506	20,373	13.532	72,354
35	9,039	0.02	4,520	99,727	65	5,293	0.01	1,461	18,867	12.912	68,347
36	8,858	0.02	4,343	95,207	66	5,240	0.01	1,418	17,406	12.273	64,315
37	8,681	0.02	4,172	90,864	67	5,188	0.01	1,377	15,988	11.614	60,256
38	8,508	0.02	4,009	86,692	68	5,136	0.01	1,336	14,611	10.936	56,169
39	8,337	0.02	3,851	82,683	69	5,085	0.01	1,297	13,275	10.237	52,054
40	8,171	0.02	3,700	78,832	70	5,034	0.01	1,259	11,978	9.517	47,908
41	8,007	0.02	3,555	75,131	71	4,984	0.01	1,222	10,720	8.775	43,732
42	7,847	0.02	3,416	71,576	72	4,934	0.01	1,186	9,498	8.011	39,523
43	7,690	0.02	3,282	68,160	73	4,884	0.01	1,151	8,312	7.223	35,281
44	7,536	0.02	3,153	64,878	74	4,836	0.01	1,117	7,162	6.412	31,005
45	7,386	0.02	3,030	61,725	75	4,787	0.01	1,084	6,045	5.576	26,692
46	7,238	0.02	2,911	58,695	76	4,739	0.01	1,052	4,961	4.714	22,343
47	7,093	0.02	2,797	55,784	77	4,692	0.01	1,021	3,908	3.827	17,956
48	6,951	0.02	2,687	52,988	78	4,645	0.01	991	2,887	2.913	13,529
49	6,812	0.02	2,582	50,301	79	4,599	0.01	962	1,896	1.971	9,062
50	6,676	0.02	2,480	47,719	80	4,553	1	934	934	1.000	4,553
51	6,543	0.02	2,383	45,239							
52	6,412	0.02	2,290	42,856							
53	6,283	0.02	2,200	40,566							
54	6,158	0.02	2,114	38,366							
55	6,035	0.02	2,031	36,253							
56	5,914	0.02	1,951	34,222							
57	5,796	0.02	1,875	32,271							
58	5,680	0.02	1,801	30,396							
59	5,566	0.02	1,730	28,595							

$$S^a = \sum_{x=30}^{59} v^{60-x} l_{60} \ddot{a}_{60}$$

$${}^T C = l_{60} \ddot{a}_{60}$$

$$S^f = v^{In} C / d$$

$$S^p + S^a + S^f$$

$$B = \sum_{x=60}^{80} l_x$$

105,909

$$B / d$$

5,401,340

$${}^T C / d$$

1,974,139

4,495,402

$$S^p = \sum_{x=60}^{80} l_x \ddot{a}_x$$

88,145

994,084

$$F = B / d - {}^T C / d$$

$$= S^p - {}^T C$$

2,433,118

905,938

905,938

5,401,340

年金数理第7回

給付現価に対する年金資産の割合は18%

26

2011/5/27

加入時一括積立方式と 退職時年金現価積立方式比較

項目	加入時一括積立方式	退職時年金現価積立方式
掛金	${}^{\text{In}}C = v^{30} l_{60} \ddot{a}_{60} = v^{30} {}^T C$	${}^T C = l_{60} \ddot{a}_{60}$
年金資産 (責任準備金)	$F = S^p + S^a - {}^{\text{In}}C$	$F = S^p - {}^T C$
掛金積立直後 の年金資産	$S^p + S^a$	S^p
(1年あたり) 給付額	109,909	109,909
S^p	994,084	994,084
S^a	1,974,139	1,974,139
掛金額	48,662	88,145
年金資産額	2,919,560	905,938

Trowbridge-モデル

Trowbridgeモデルの定義

1952年Charles L.Trowbridge氏により紹介。以下の前提に基づく年金制度で、この制度の上で各種財政方式の考察がなされた

- ① 給付種類：退職年金
- ② 受給資格：定年年齢に到達して年金制度を脱退した時
- ③ 年金年額：毎年1（年1回期始払い）
- ④ 給付期間：即時支給開始終身（保証期間無）
- ⑤ 掛金払込時期：年1回期始払い（毎年度の新規加入者の加入後、毎年度の給付支払前に払込む）
- ⑥ 加入者被保険者集団：定常人口
- ⑦ 新規加入員の見込み：定常人口を保つように最低年齢における人数と同数が毎年加入する

Trowbridgeモデルにおける給付現価

年金受給権者の給付現価

$$S^p = \sum_{x=X_r}^{\omega} l_x \cdot \ddot{a}_x$$

X_r : 定年年齢

ω : 最終年齢(考えられる最高齢)

Trowbridgeモデルにおける給付現価

加入員の給付現価（現在加入員 全期間分） (S^a)

$$S^a = \sum_{x=X_e}^{x_r-1} l_x^{(T)} \frac{l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}}{l_x^{(T)}} = \sum_{x=X_e}^{x_r-1} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x} \quad X_e : \text{新規加入年齢}$$

ここに $l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$ は、 X_r 歳における l_{x_r} 人分の年金現価

$l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$ は、 X 歳における l_{x_r} 人分の現価

$\frac{l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}}{l_x^{(T)}}$ は、 X 歳における1人あたりの期待値

Trowbridgeモデルにおける給付現価

加入員の給付現価（現在加入員 過去期間分） $\left(S^a_{PS} \right)$

（全期間分 再掲）

$$S^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

各年齢において過去期間に相当する部分を計算するために $\frac{x - x_e}{x_r - x_e}$ を乗じて足し上げる

$$S^a_{PS} = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{x - x_e}{x_r - x_e} l_{x_r}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

Trowbridgeモデルにおける給付現価

給付現価

加入員の給付現価（現在加入員 将来期間分） $\left(S_{FS}^a \right)$

（全期間分 再掲）

$$S^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

各年齢において将来期間に相当する部分を計算するために $\frac{x_r - x}{x_r - x_e}$ を乗じて足し上げる

$$S_{FS}^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{x_r - x}{x_r - x_e} l_{x_r}^{(T)} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x}$$

Trowbridgeモデルにおける給付現価

給付現価

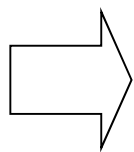
加入員の給付現価（将来加入員） (S^f)

定常人口を仮定しているため、次年度以降期始に

毎年 $l_{x_e}^{(T)}$ 名の加入が見込まれる

毎年度の新規加入員の加入時点における給付現価： $l_{x_e}^{(T)} \cdot \left(\frac{l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x_e}}{l_{x_e}^{(T)}} \right) = l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x_e}$

翌期始から永久に加入してくる新規加入員の給付現価：上記 $\times v \cdot \ddot{a}_\infty$
 上記の期末払い無限年数年金現価



$$S^f = \left(\frac{v}{d} \right) l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r - x_e}$$

$$= \text{上記} \times \frac{v}{d}$$

次ページに補足

Trowbridgeモデルにおける給付現価

ちなみに

$$v + v^2 + \dots = v(1 + v + v^2 + \dots) = v\left(\frac{1}{1-v}\right) = v/d$$

$$v + v^2 + \dots = v(1 + v + v^2 + \dots) = v\ddot{a}_{\infty}$$

Trowbridgeモデルにおける給付現価

上記の①～③を合計したものが制度全体の給付現価 S である

$$S = S^p + S^a + S^f$$

給付現価の関係式

制度全体の給付現価

$$S = B \cdot \ddot{a}_{\infty} = B / d$$

現在加入員および将来加入員の合計であることに注意
(現在加入員のみでは、「永久」にはならない)

給付現価の関係式

給付現価のブレイクダウン

$$S^a = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_{x_r} \ddot{a}_{x_r} v^{x_r-x} = (v + v^2 + \dots + v^{x_r-x_e}) l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

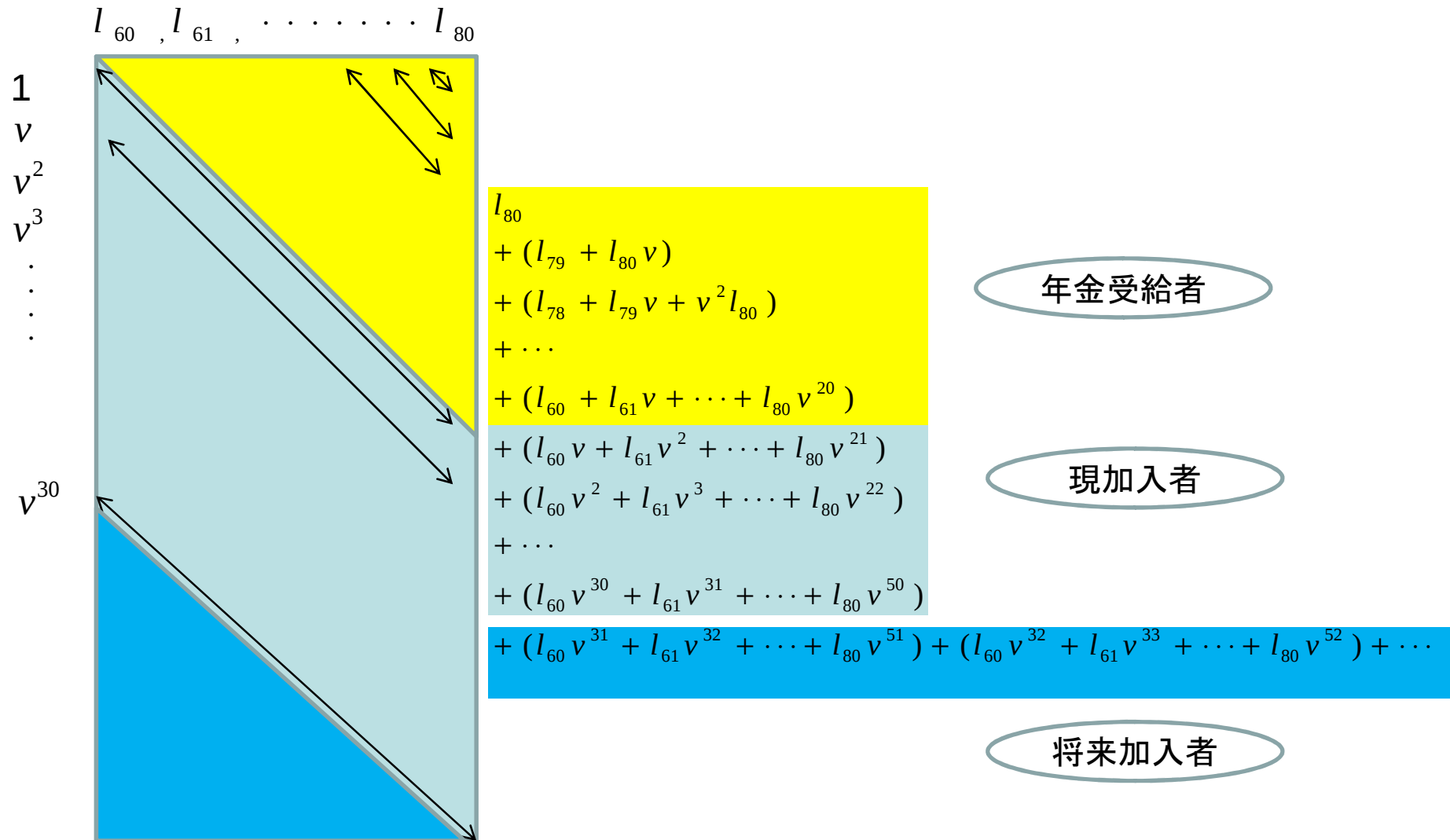
$$S^f = (v^{x_r-x_e+1} + v^{x_r-x_e+2} + \dots) l_{x_r} \ddot{a}_{x_r}$$

$$S^a + S^f = (v + v^2 + v^3 + \dots) \cdot l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r} = \left(\frac{v}{d} \right) \cdot l_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}$$

現在加入員および将来加入員の給付現価の和は、毎年新たに生まれる年金受給者の給付現価の総現価である

年金受給者
が順番待ちしている
イメージ

給付現価の分解



質問(講義の内容およびアクチュアリーの件でもOK) は
つぎのメールアドレスおよび電話へ

株式会社IICパートナーズ

渡部 善平

z.watanabe@iicp.co.jp

電話 : 03-5501-3795(直通)