Strategic Decision Making with Coarse Frames

Norimasa Kobayashi

Department of Value and Decision Science Tokyo Institute of Technology

Techniques for Rational Analysis Lecture 13

Image: A matrix A

Strategic Use of Coarse Models

æ

<ロト <回ト < 注ト < 注ト

- Strategic decisions are often made without specifying the details.
 - i.e.) rough strategic plan \rightarrow tactical details
 - Q. Is it legitimate to make decisions such a way? Ans. Optimal substructure of set-valued solution provides a sufficient condition for the legitimacy.
- Set-valued solution characterizes hierarchical diversity in the society finer coordination is possible within the expected range in the smaller communities

< □
 < □

Definition (Local Dominance)

 $\bullet \ a \in A$ locally dominates $a' \in A$ at the range of uncontrollable states $Y \subset X$ if

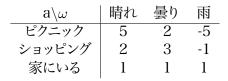
 $\forall x \in Y[u(a,x) \geq u(a',x)]$

 $\bullet \ B \subset A$ is locally dominant at the range $Y \subset X$ if

 $\forall a \in B \forall a' \in A \setminus B[a \text{ locally dominates } a']$

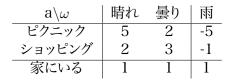
- Notice that the definition is applied to a subset of actions rather than a single best action.
- Local dominance describes the situation in which, if you know that the state of the world is within a certain range, then you can make choices from a certain range of alternatives.

Image: A math a math



э

ヘロト 人間 とくほ とくほとう



э

ヘロト ヘヨト ヘヨト ヘヨト

Application to Interactive Decision Situations

Definition

$$\begin{split} B \subset A \text{ is closed under rational behavior (curb) [1] or persistent[2]} \\ \text{if } \forall i \in N[B_i \text{ is locally dominant at } B_{-i}]. \end{split}$$

Example $1 \setminus 2$ a b c d α 1, 1 2, 3 0, 0 0, 0 β 3, 2 1, 1 0, 0 0, 0 γ 0, 0 0, 0 1, 1 2, 3 δ 0, 0 0, 0 3, 2 1, 1

- $\{\alpha, \beta\} \times \{a, b\}$ is locally dominant.
- If player 1 knows that player 2 chooses within $\{a, b\}$, then she is better off choosing either α or β than choosing any other action.

Norimasa Kobayashi (VALDES)

Theorem ([3])

Let $B \subset A$ be a curb subspace. For $\forall C \subset B$, if C is curb in the game restricted to B, then C is also curb in the original game.

Example										
					$1 \setminus 2$	a	b	с	d	
	$1 \setminus 2$	а	b	-	α	1, 1	2, 3	0, 0	0, 0	
-	α	1, 1	2, 3	\rightarrow	β	3, 2	1, 1	0, 0	0, 0	
	β	3, 2	1, 1		γ	0,0	0, 0	1, 1	2, 3	
	I				δ	0, 0	0, 0	3, 2	1, 1	

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 >

Definition (Partition game)

Let P^i be a frame on action space A_i for each player i, and $P := \times_{i \in N} P^i$. A partition game $\Gamma(P) = (N, P, \hat{u})$ of game Γ is a normal form game that satisfies

$$\forall i \in N, \forall B \in P: \min_{a \in B} u_i(a) \leq \hat{u}_i(B) \leq \max_{a \in B} u_i(a)$$

Theorem

Take a game Γ and a partition game $\Gamma(P)$. Assume that an action profile subspace $B^* \in P$. Then, B^* is locally dominant in game $\Gamma \Rightarrow B^*$ is a Nash equilibrium of game $\Gamma(P)$

Example

• A partition game is obtained by labeling subsets by a coarse frame:

•
$$A_1^1 = \{\{a, b\}, \{c, d\}\}$$

•
$$A_2^2 = \{\{\alpha, \beta\}, \{\gamma, \delta\}\}$$

• $(\{a, b\}, \{c, d\}) \in A_1^1 \times A_2^2$ is a Nash equilibrium. (Recall that it is locally dominant in the original game.)

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Local dominance along with partitioning of language are applicable to the following contexts:

- Strategic Decisions If local dominance is applicable successively, then the succession characterizes the legitimacy of successively focusing on finer details in a narrower range.
- Hierarchical Diversity in the Society finer coordination is possible within the expected range in the smaller communities

- Kaushik Basu and Jorgen W. Weibull. Strategy subsets closed under rational behavior. Economic Letters, 36(2):141–146, 1991.
- Ehud Kalai and D. Samet.
 Persistent equilibria in strategic games.
 International Journal of Game Theory, 13(3):129–144, 1984.

Norimasa Kobayashi and Kyoichi Kijima. Optimal substructure of set-valued solutions of normal-form games and coordination. Journal of Systems Science and Complexity, 22(1):63–76, 03 2009.

Norimasa Kobayashi (VALDES)