

意思決定分析 Decision Analysis

-- 決定の木 Decision Tree と
情報の価値 Value of Information --

合理的思考の技術 Lecture 2

小林憲正

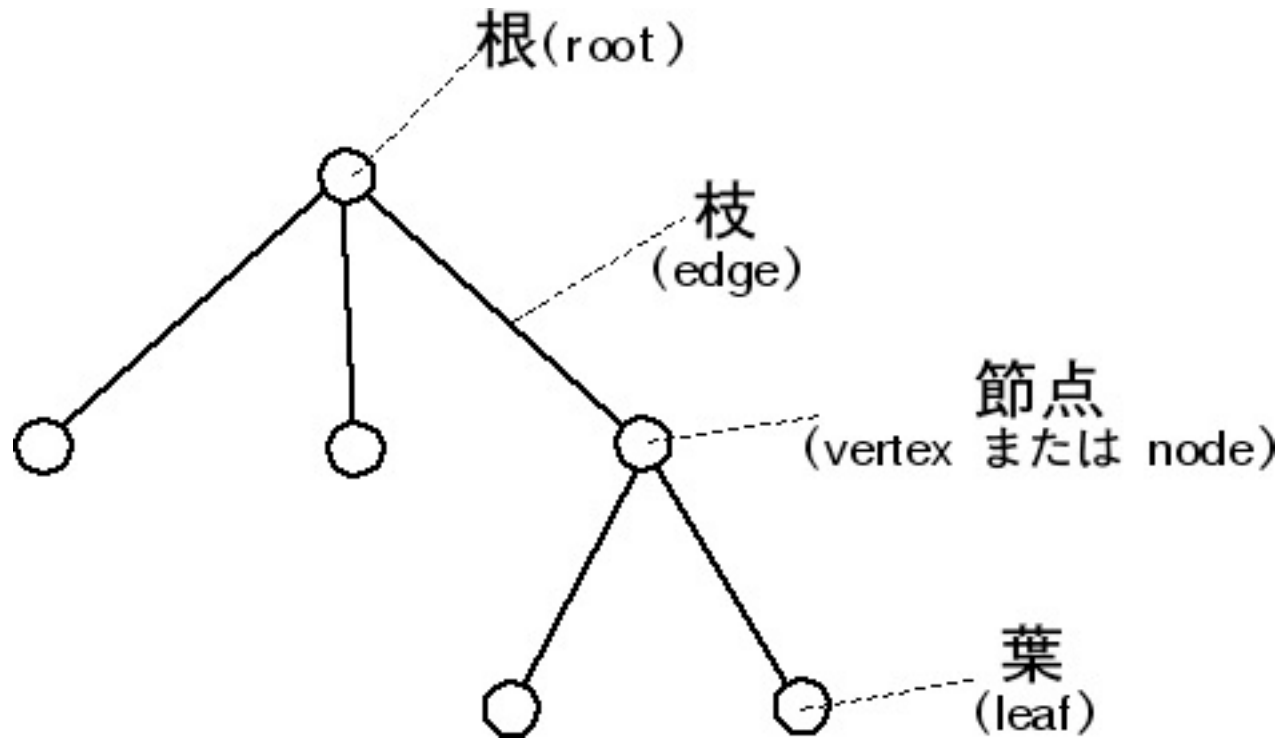
東京工業大学 VALDES

コンテンツ：

1. 決定の木 Decision Tree
2. Influence Diagram
3. 後ろ向き帰納法 Backward Induction
4. 情報の価値 Value of Information
5. 感度分析 Sensitivity Analysis

シナリオの木

- (根つき) 木構造で、その上に定義された半順序関係が、因果関係の順序を表すもの



時間

[Wikipedia 木_\(数学\)](#)

一人意思決定の表現

-- 決定の木 Decision Tree --

- 決定ノード decision node □
- 不確実性ノード chance node ○ 確率分布
- 根 root 現在の決定ノード
- 終端ノード (葉) 効用 (評価値) utility

不確実性 Uncertainty I

利用できる知識を総動員して確率分布を求める

- 科学モデルなどにより、完全に正しい予測ができる場合は、確率分布は予測シナリオに 1 がふられ、それ以外のシナリオには 0 がふられる
- 量子力学の状態関数のような、より高度な不確実性の数理表現が自然な場合もあるかもしれないが、現状、意思決定の文献に出てくる不確実性表現は、ほぼ、単純な確率分布（ファジー fuzzy やショケ積分 Choquet integral などを使った表現を扱う場合もあるが、本講義では触れない）

不確実性 II

主観確率 Subjective Probability (Savage, 1971)

- 無数の実験などによって、頻度が確立できないときに、不確実性を扱う一つの立場として、主観確率の考え方がある。関数 p が、確率の公理を満たす範囲で任意に意思決定主体が主観的評価を下して良い。

$$(\forall \omega \in \Omega) p(\omega) \geq 0, \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) = 1$$

- ただし、好みと確率が整合的でなければならない
例) 「絶対」大丈夫って、どれくらい？

期待効用 Expected Utility

- 不確実性ノードについては、
それぞれの枝の効用がわかっているとき、
その期待値をノードの効用とする
- この効用の期待値のことを期待効用という

決定ノードと 効用最大化 maximization

- 各決定ノードでは、効用が最大の選択肢を選ぶ
- 決定ノードで得られる効用は、この効用最大化によって得られた効用とする

決定の木を解く一般的なアルゴリズム

後ろ向き帰納法 backward induction

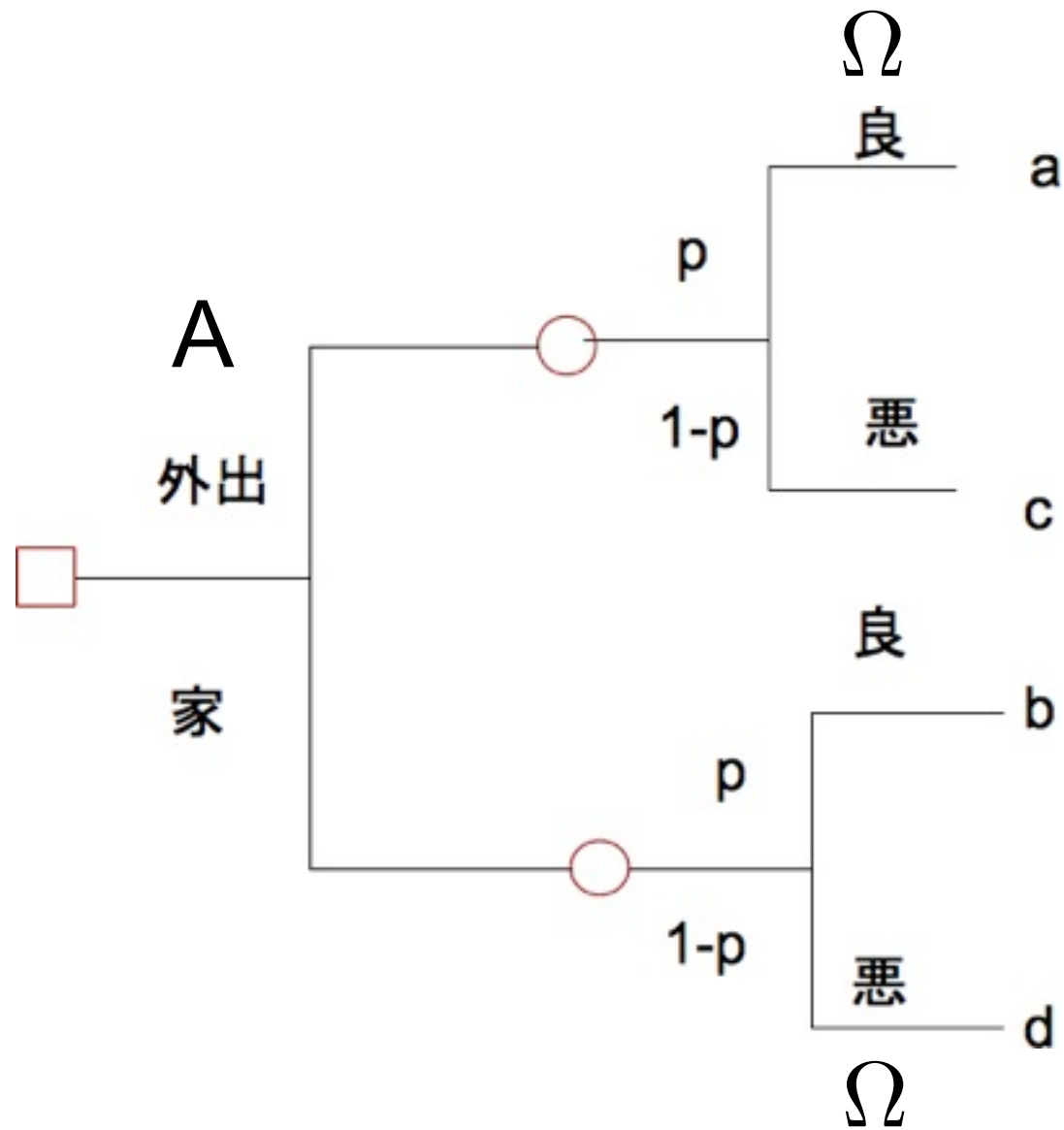
- 終端ノードから出発
- 以下のように、直前のノードで折りたたみ、効用を指定する（再帰的手続き recursive procedure）：
 - 不確実性ノードについては、期待効用で置き換え
 - 決定ノードについては、効用最大値で置き換え
- プロセスの終点は、決定の木の根（＝現時点での決定ノード）

決定の木のプロトタイプ

状態 と 効用表現

- 決定ノードと不確実性ノードがちょうどひとつずつあるような問題状況は、意思決定の最も基本的な場合（プロトタイプ）
- 決定ノードで選択された選択肢 $a \in A$
不確実性ノードで実現した状態 state を $\omega \in \Omega$ とすれば、各終端ノードにおける効用は $u(a, \omega)$ と表現可能
- 各選択肢 $a \in A$ の期待効用は
$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(a, \omega)$$

例) 天気と外出



cf) 意思決定状況 と 歴史

決定の木における一つの経路 **path** のことを
履歴（歴史） **history** と呼ぶ



過去を正しく反省するためには：

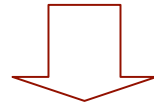
- 実際に起こった出来事のみを眺める ×
- 実際には選択されなかった**仮想的未来**
counterfactual についても考える ○

後ろ向き帰納法と

限定合理性 bounded rationality

大きな決定の木の場合は、計算量が指数関数的に爆発するため、
一般には単純な後ろ向き帰納法では解けない

(例 - 囲碁や将棋とコンピュータ)



意思決定問題に応じて、様々な簡略化したモデルで
次善の手を選ぼうとするのが現実的

(例 -- 囲碁における筋、形、厚みなど)

- 限定された計算能力に対処するための工夫こそが
真の（質的）知性と言えるかもしれない

(例 -- 後ろ向き帰納法は、コンピュータの方がはるかに計算能力が高い)

- 正解がわからないからこそ、人生はおもしろい

(例 -- ○×ゲームは、大人のゲームとしてはおもしろくない)

後ろ向き帰納法と埋没費用 sunk cost

- 意思決定分析は未来指向

現在から未来に関する情報のみを使って意思決定する。

- つまり、過去に投資したコスト **それ自体** は、意思決定分析とは無関係。こうしたコストを埋没費用という。
- 過去にした意思決定に縛られて現在の意思決定をしてしまう誤りを埋没費用の誤謬 sunk cost fallacy といい、意思決定の心理学で最もよく知られた誤謬の一つである。

Q. Sunk cost fallacy の実例を考えてみよう！

- Q.
 - 我々は、なぜ過去の出来事を記憶するのだろうか？
 - 歴史を学ぶことの有用性は？

別の表現方法

Influence Diagram

以下のノードと枝からなる無閉路有向グラフ

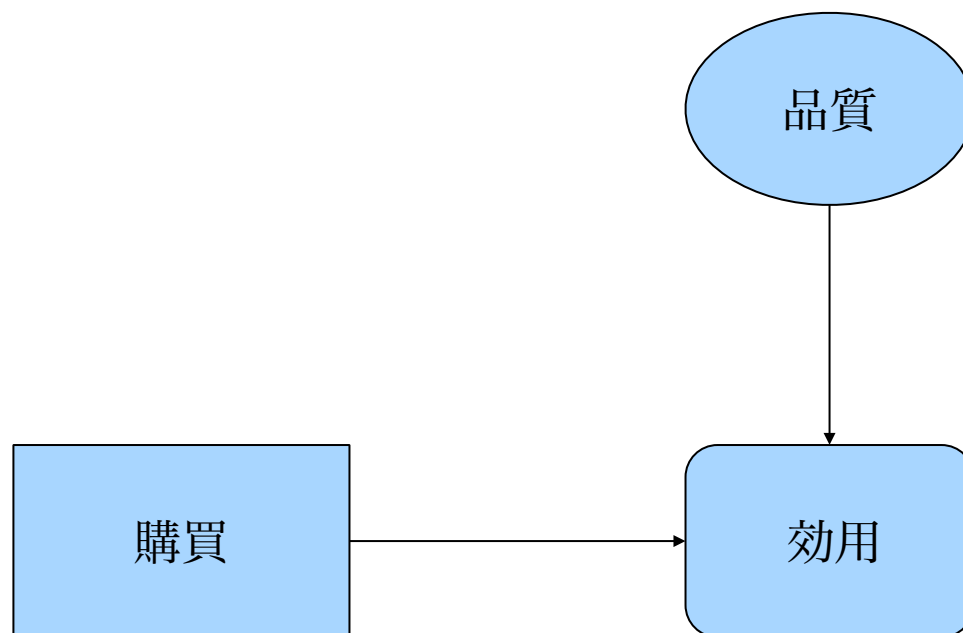
Directed Acyclic Graph

- ノード node
 - 決定ノード 
 - 不確実性ノード 
 - 価値ノード（結果ノード）  （角が丸い四角）

- 枝 arc

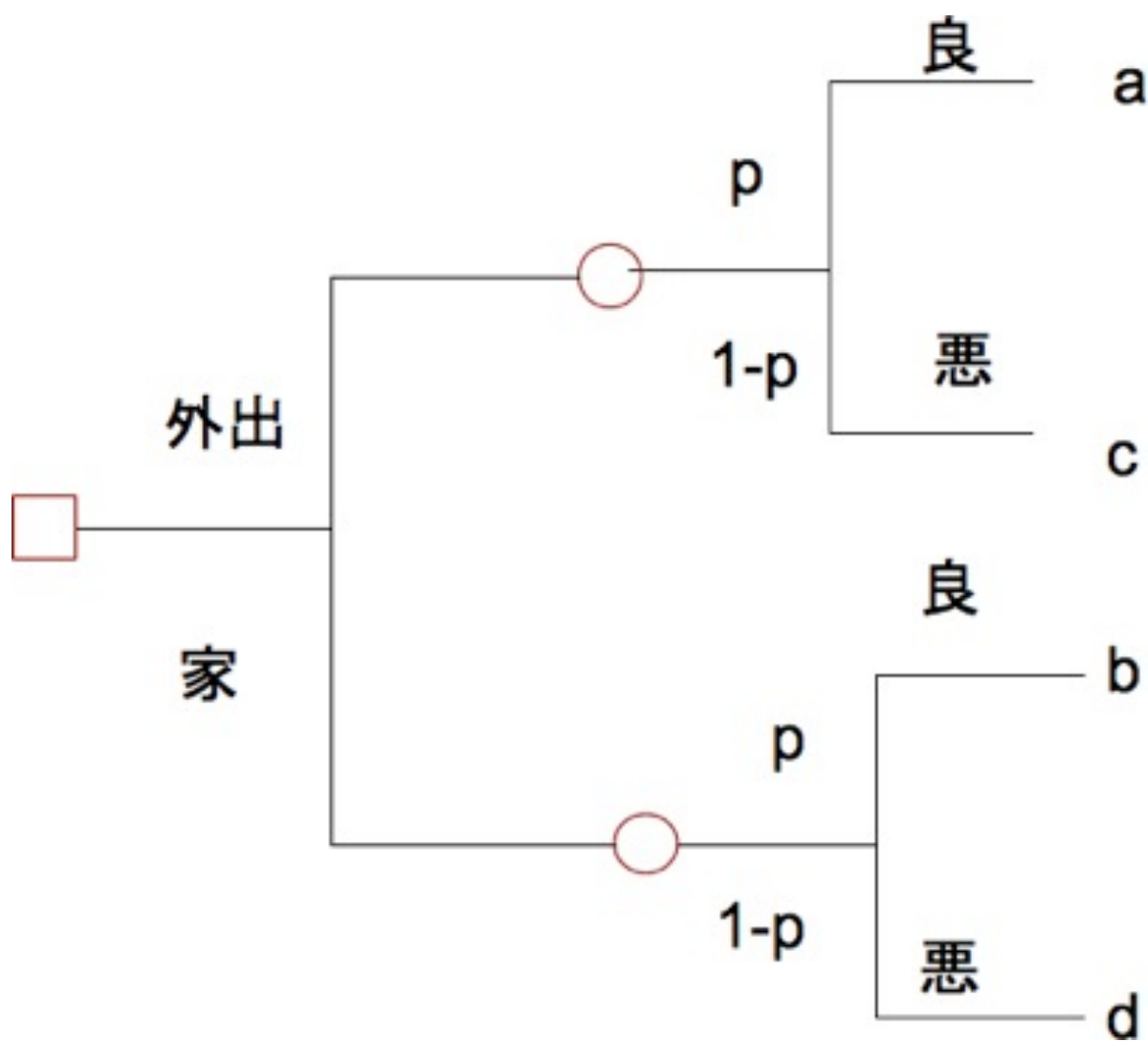
ノード間の関係性 dependency を示す

Influence Diagram の例

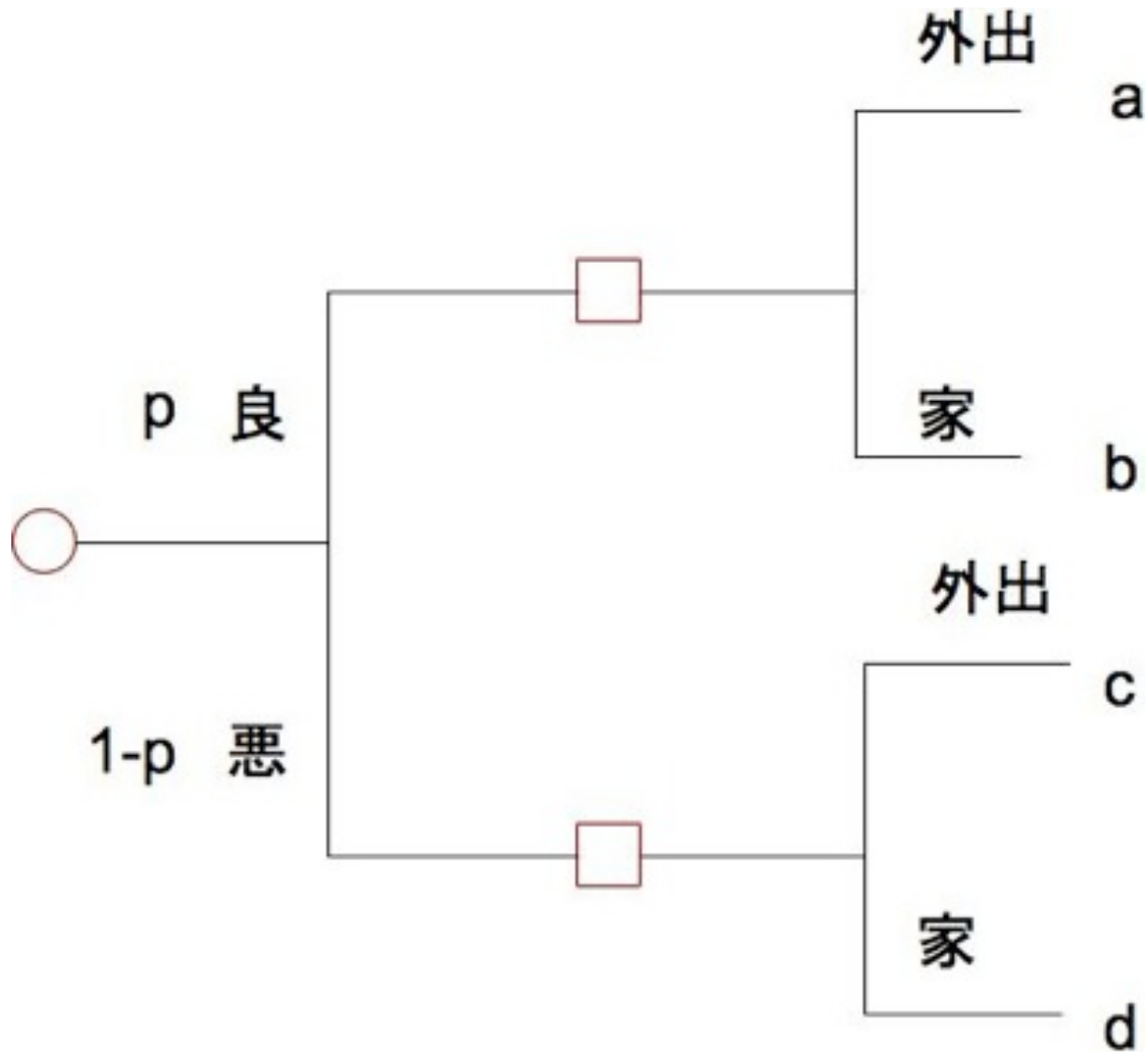


* 購買と品質の間に矢印がないことは、両者が独立であることを示す

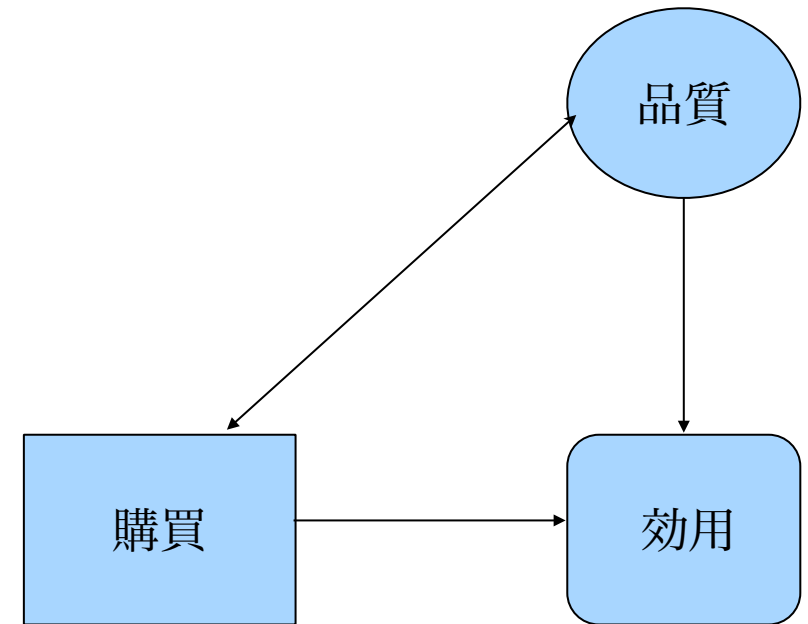
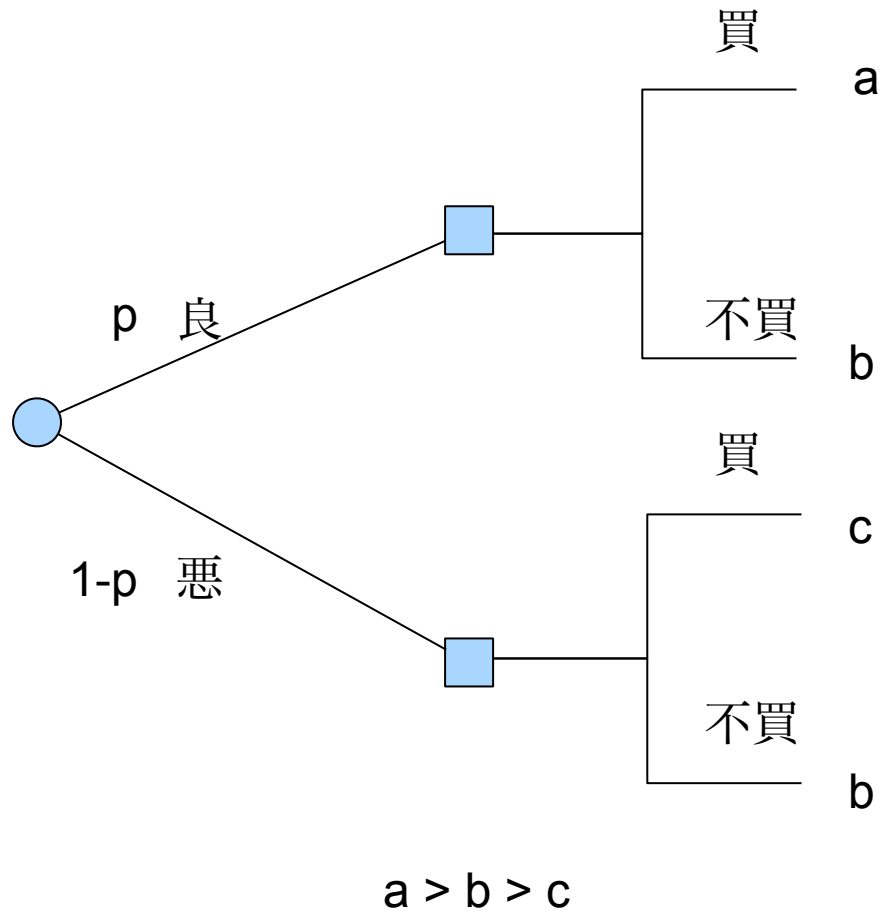
情報を得る前に意思決定



情報を得た後に意思決定



買い物物の例： 情報ありの場合 (情報なしの場合は既出)



完全情報の価値の期待値

expected value of perfect information (EVPI)

得られた情報の予測精度が完璧であるとき、これを完全情報という

例) 天気予報における降水「確率」は不完全情報

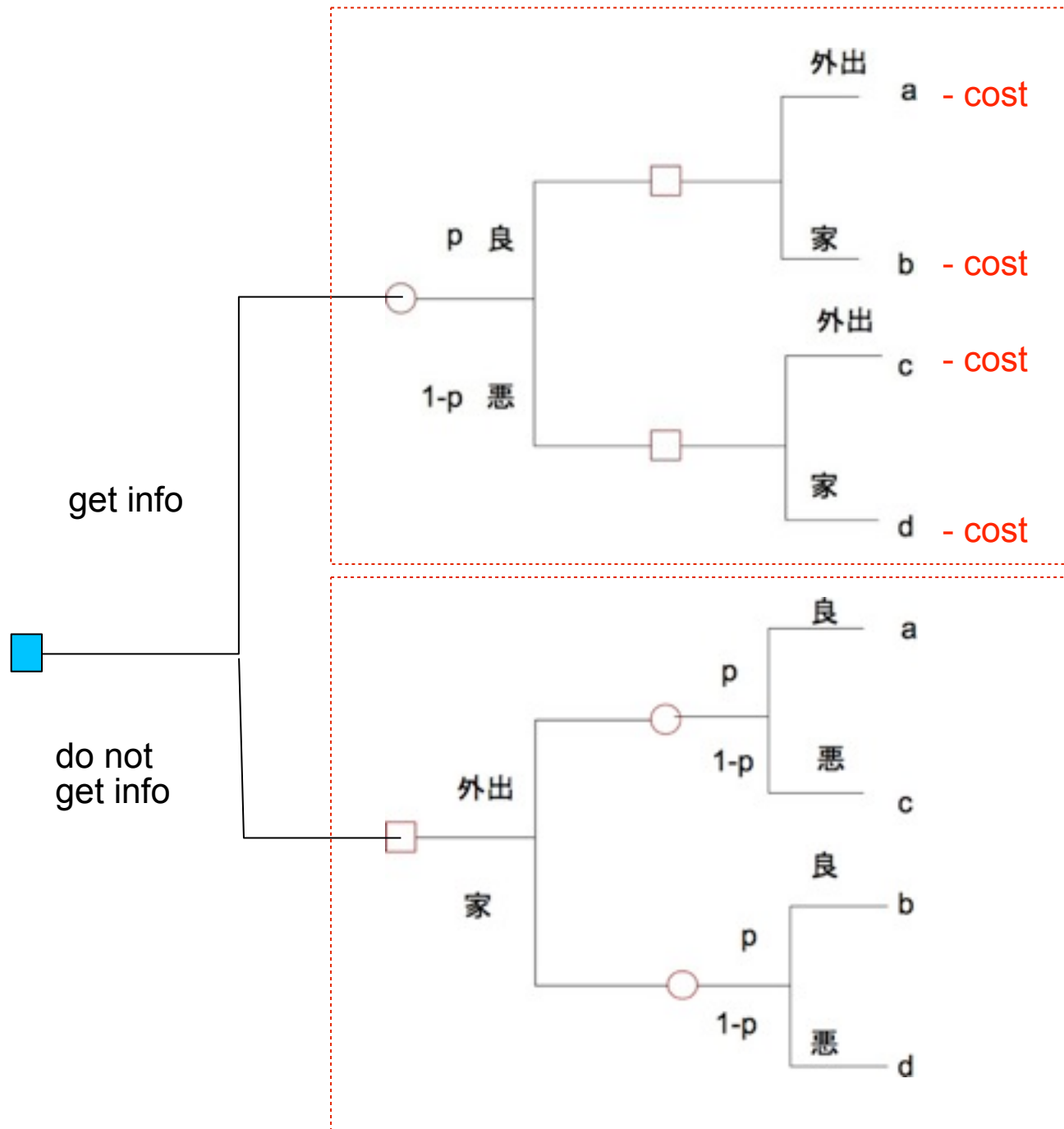
$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \max_{a \in A} u(a, \omega) - \max_{a \in A} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(a, \omega)$$

* max と Σ の順序に注意！

簡単に証明できるが、EVPI は常にゼロ以上 = 知は力なり！！

以下、情報の価値の比較静学分析を行って、情報の価値の性質を調べてみよう！

情報をゲットするかどうかの意思決定



EVPI と cost の
大小比較で
情報をゲットするか否
かの
意思決定を行う

感度分析 Sensitivity Analysis

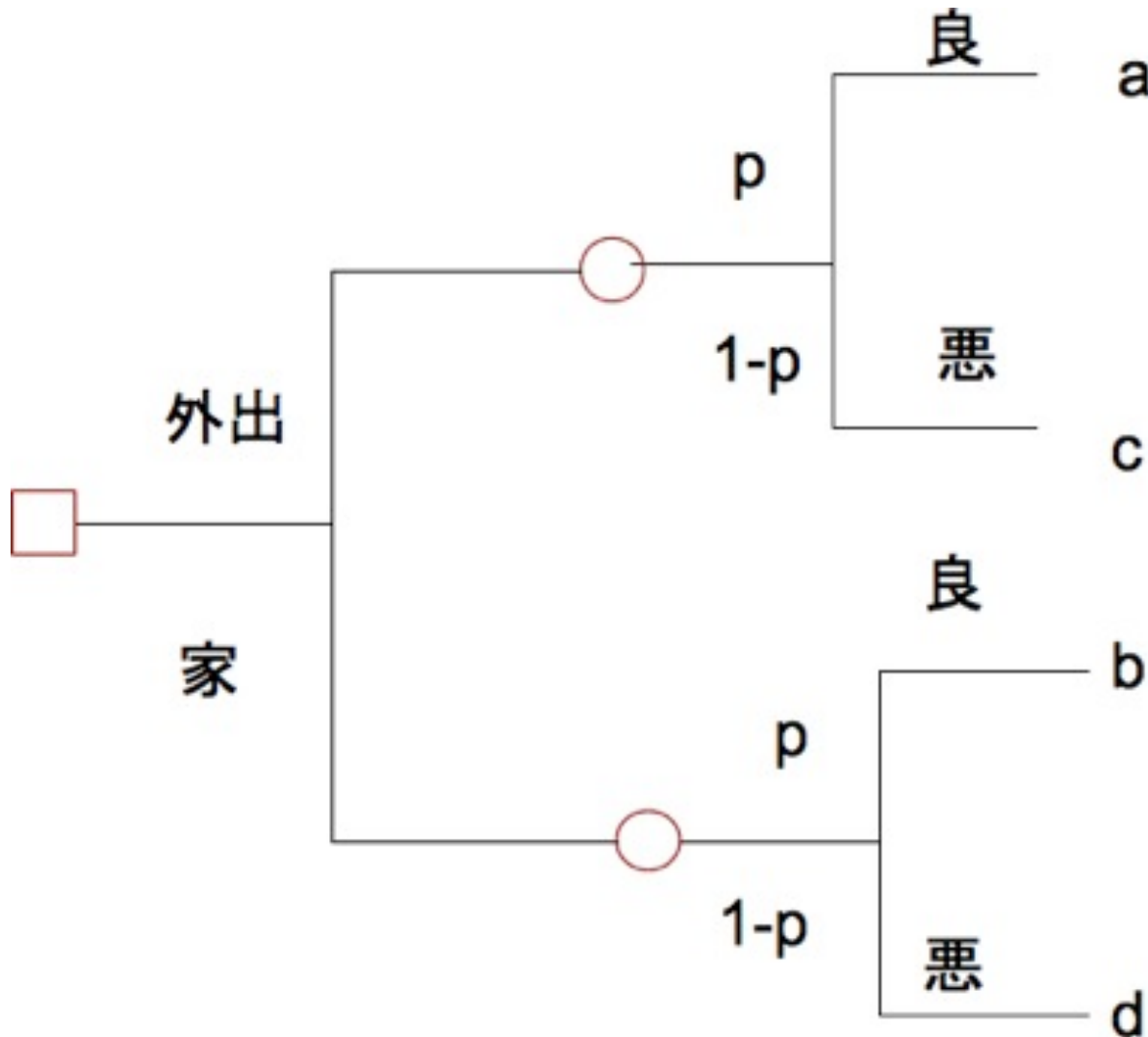
(比較静学分析 Comparative Statics)

- システムのパラメータを変えて、出力の振る舞いを調べる
- 環境パラメータを変化させて、「仮想」シナリオ（様々な均衡）の変化を見るという意味で比較「静学」という表現がなされることもある。

情報の価値がない場合 I

無関心 Indifference

$$(\forall a \in A \forall \omega, \omega' \in \Omega) u(a, \omega) = u(a, \omega')$$



情報の価値がない場合 II

(パレート) 支配 Dominance 状況

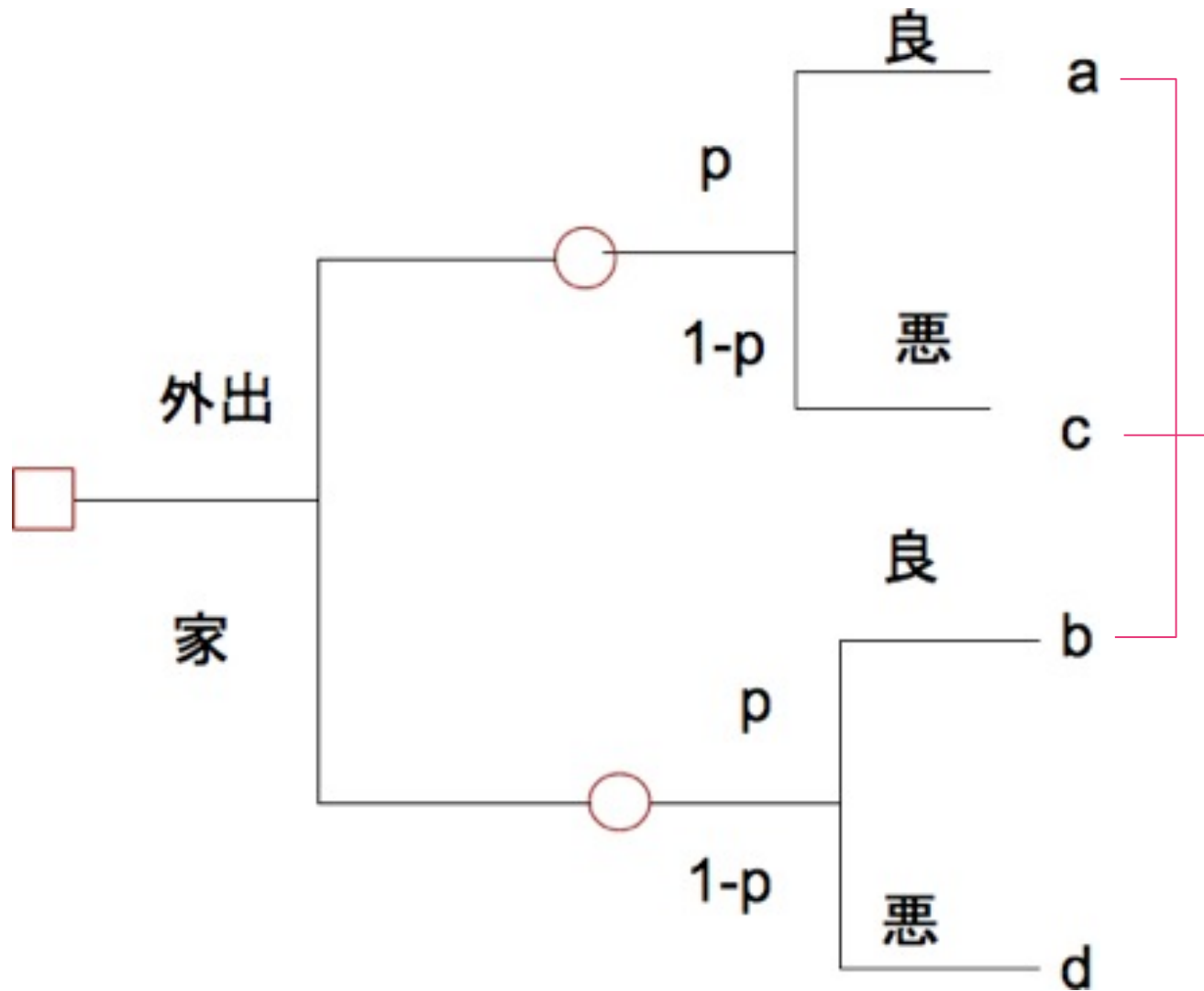
ω の値によらず、最適解が変わらない場合、

$$(\forall \omega \in \Omega) u(a, \omega) \geq u(a', \omega)$$

その最適解 a は、他の選択肢 a' を（状態空間上で）
（パレート）支配 (Pareto) dominate するという。

情報の価値がない場合 II

パレート支配 Pareto dominance



Q. どのような時に、外出の例で、支配関係が生じるだろう？

情報の価値が低い場合 III

情報量（エントロピー）と情報の価値

情報を得る前から、どの状態が生じるかほぼ分かっているとき、情報の価値はほとんどない。

例) 天気と外出の例では $p \sim 0 \text{ or } 1$

砂漠での晴れの情報はあまり意味がない

注意) 幸福 happiness と効用

- (後に詳しく勉強するが) 効用は本質的には選択肢間の比較に適用される相対評価値

アフィン変換 affine transformation によって本質は失われない

- 情報の価値の概念は、情報を得る前後で、価値観も、効用の絶対値も変化しないことを仮定している。

Q. 情報を得る前後で、効用の絶対値が変化してしまうかもしれない場面を考えてみよう！

つまり、知らぬが仏 bliss ignorance は、ある意味あり得る！！

- 効用の絶対値に関する研究はまだ始まったばかり

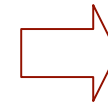
cf) 幸福の経済学 happiness economics、幸福の心理学

Q. 情報の質ってどう判断できる？

- 科学者としての名声
- 出版社としてのブランド
- 善意による集合知 ...etc

しかーし！

- 科学者としての量的業績
- 無償での anonymous referee
- 出版社としての売上
- 善意の（？）イデオロギー
- ロビー活動 ...etc



自然科学や工学でさえ、
生々しい利害関係者の
意思決定が本質的に
関わっていることを
肝に銘じておこう！

情報は玉石混合・方向性も様々

(分野によっても評価基準が違います e.g.) soft vs hard)

- 情報の種類：
 - 査読論文 refereed journal
 - 予稿 proceeding
 - 日本の国内学会誌・学会発表予稿
 - 本 book
 - 紀要、ワーキングペーパー working paper
 - 大学教員などのウェブサイトの講義スライドなど
 - 一般のウェブページとか、Wikipedia
- 情報のブランド評価：
 - 人 – その人の活動の方向性なども重要
 - 学会のレベル
- もちろん、最終的には、自分で批判的 critical に読んでみて、自分で質を判断する！

情報の価値の特徴

- 情報の価値は事前評価であることに注意
- 本講義で論じる情報の価値は意思決定に役立てるための価値

反例) 政府が（すでにやることが決まっている）公共事業を正当化するために作成するアセスメント・レポートの情報の価値はゼロ

- 逆に、情報の価値から、その情報を利用している意思決定環境を考えてみよう！

例) 全国ニュースの情報の価値って？

参考資料

- Clemen, R. T. (1996). *Making Hard Decisions – An Introduction to Decision Analysis (2nd Ed)*, Duxbury Press
- [http://ja.wikipedia.org/wiki/木_\(数学\)](http://ja.wikipedia.org/wiki/木_(数学))