2010年後期
通信伝送工学

第11回　通過帯域ディジタル伝送
BPSKの変復調

阪口 啓 <sakaguchi@mobile.ee.titech.ac.jp>

2011年1月25日

講義スケジュール後半

	日付	教科書	内容
第7回	11月30日	1.3 – 1.7	確率過程：定常過程、線形システム
	12月7日		休講
第8回	12月14日	3.1 – 3.4	基底伝送1：パルス伝送、スペクトル
第9回	12月21日	4.2	基底伝送2：整合フィルタ、最適受信機
第10回	1月18日	1.8 – 1.9 4.3	基底伝送3：雑音による誤り
第11回	1月25日	5.1 – 5.3	帯域伝送1：BPSKの変復調
第12回	2月1日	6.1 – 6.4	帯域伝送2：QPSKの変復調
	2月8日		期末試験

前回の復習

■ パルス変調

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n g(t-nT)=m_\delta(t)\otimes g(t)$$

■ 電力スペクトル

$$S_X(f)=\int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau)e^{-j2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau \qquad S_Y(f)=|H(f)|^2 S_X(f)$$

■ 整合フィルタ

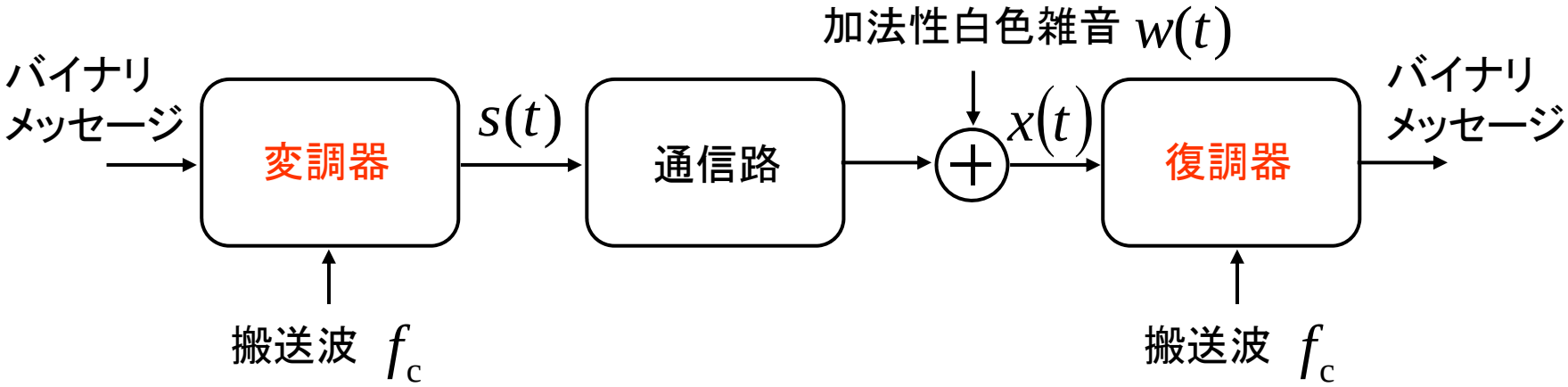
$$h_{\mathrm{opt}}(t)=kg(T-t) \qquad \eta_{\max}=\frac{2}{N_0}\int_{-\infty}^{\infty}|G(f)|^2\mathrm{d}f=\frac{2E}{N_0}$$

■ 二元PCMの誤り率

$$P_{\mathrm{e}}=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0/T_{\mathrm{b}}}}\int_0^{\infty}\exp\left(-\frac{(y+A)^2}{N_0/T_{\mathrm{b}}}\right)\mathrm{d}y=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_{\mathrm{b}}}{N_0}}\right)$$

通過帯域通信システム

■ システムモデル



■ 通信リソース

搬送波周波数: f_c　周波数帯域幅: B　送信エネルギー: E

周波数利用効率: $\rho = \dfrac{R_b}{B}$ [bits/s/Hz] の最大化

ビットレート

通過帯域変調の分類

■ 通過帯域変調方式

搬送波周波数 $f_c = n_c / T_b$

- Amplitude-Shift Keying (ASK)

  搬送波の振幅に信号を重畳

- Phase-Shift Keying (PSK)

  搬送波の位相に信号を重畳

- Frequency-Shift Keying (FSK)

  搬送波の周波数に信号を重畳

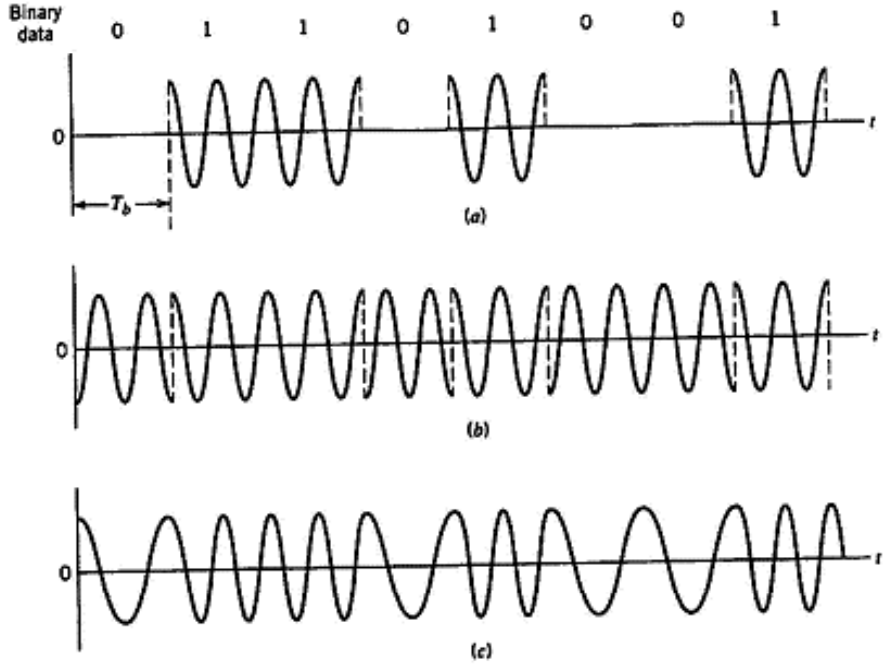
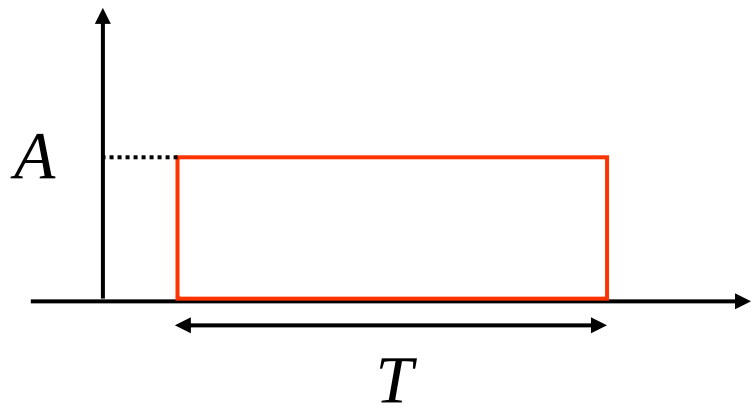


FIGURE 6.1 Illustrative waveforms for the three basic forms of signaling binary information. (a) Amplitude-shift keying. (b) Phase-shift keying. (c) Frequency-shift keying with continuous phase.

通過帯域パルス信号

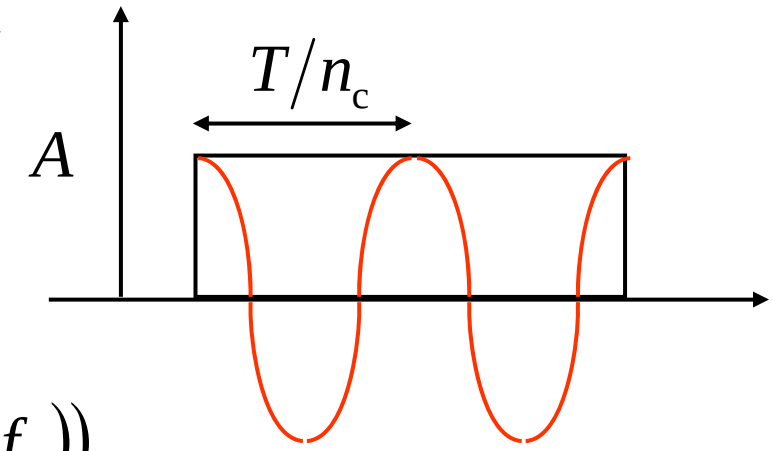
■ 基底帯域パルス信号

$$g_{\mathrm{BB}}(t)=\begin{cases} A, & 0 \le t \le T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



■ 通過帯域パルス信号

$$g_{\mathrm{BP}}(t)=g_{\mathrm{BB}}(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t) \qquad f_{\mathrm{c}}={}^{n_{\mathrm{c}}}\!/_{T}$$



■ パルス信号の周波数応答

$$G_{\mathrm{BB}}(f)=\int_{-\infty}^{\infty} g_{\mathrm{BB}}(t)\exp(-j2\pi ft)\mathrm{d}t$$

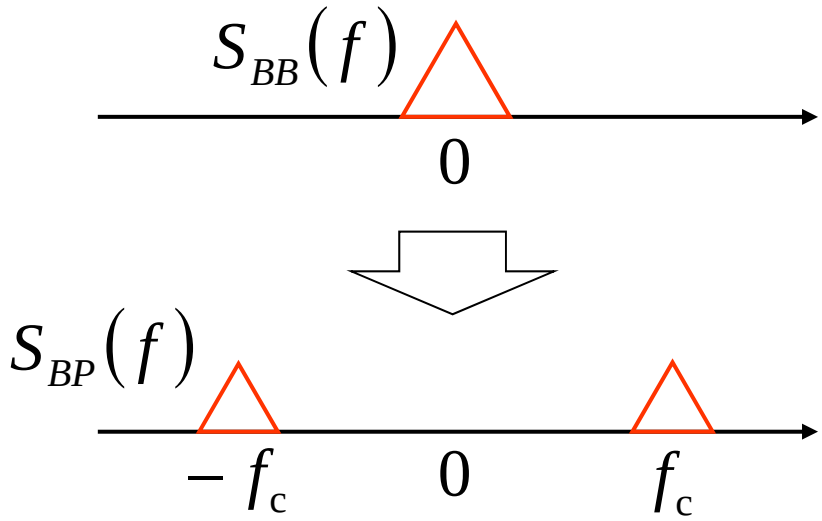
$$G_{\mathrm{BP}}(f)=\frac{1}{2}\left(G_{\mathrm{BB}}(f-f_{\mathrm{c}})+G_{\mathrm{BB}}(f+f_{\mathrm{c}})\right)$$

通過帯域電力スペクトル

■ パルス変調信号

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n g(t-nT)=m_\delta(t)\otimes g(t)$$

$$m_\delta(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} m_n \delta(t-nT)$$



■ 基底帯域電力スペクトル

$$R_M(\tau)=\mathrm{E}[m_\delta(t+\tau)m_\delta(t)]=\delta(0) \longrightarrow S_M(f)=1$$

$$S_{\mathrm{BB}}(f)=|G_{\mathrm{BB}}(f)|^2 S_M(f)=|G_{\mathrm{BB}}(f)|^2 \longleftarrow S_Y(f)=|H(f)|^2 S_X(f)$$

■ 通過帯域電力スペクトル

$$S_{\mathrm{BP}}(f)=|G_{\mathrm{BP}}(f)|^2 S_M(f)=\frac{1}{4}|G_{\mathrm{BB}}(f-f_c)+G_{\mathrm{BB}}(f+f_c)|^2$$

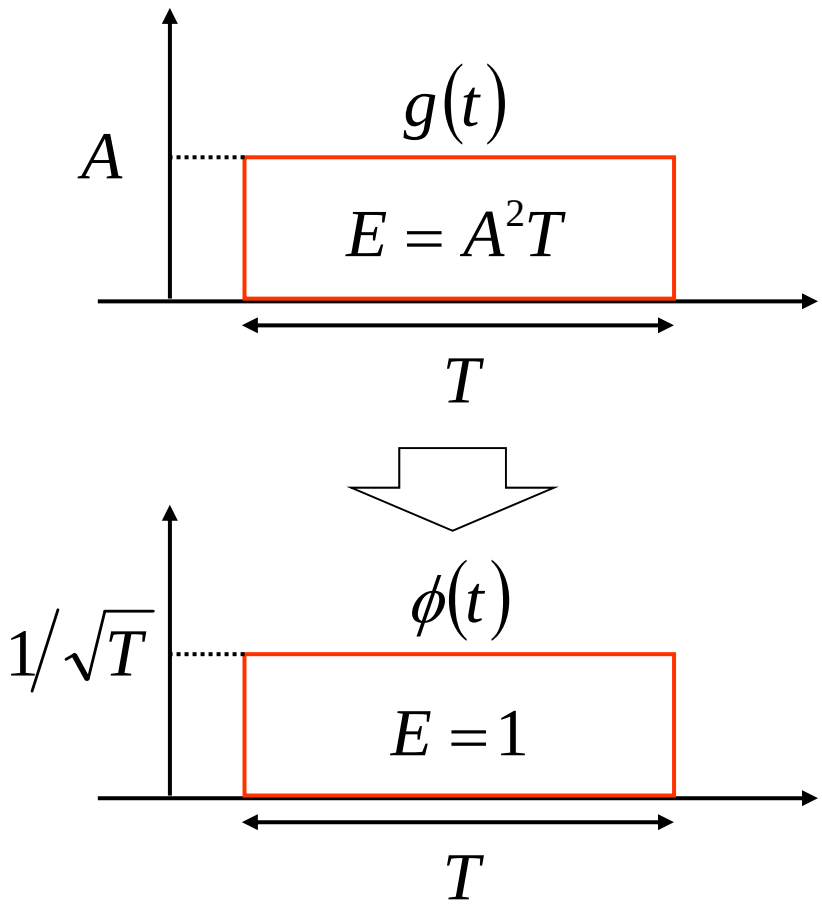
信号空間解析（単位基底パルス）

■ 単位基底パルス

$$E = \int_0^T g^2(t)\mathrm{d}t$$

$$g(t) = \sqrt{E}\phi(t)$$

単位基底パルス



■ 相関検波（整合フィルタ）

$$h_{\mathrm{opt}}(t) = g(T-t) = \phi(T-t)$$

$$y(T) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\mathrm{opt}}(\tau)g(T-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$= \int_0^T \phi(T-\tau)\sqrt{E}\phi(T-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$= \sqrt{E}$$

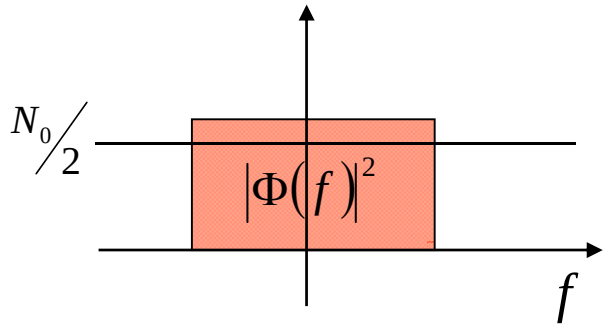
整合フィルタ = 相関検波

信号空間解析（雑音電力）

■ 相関検波器の雑音出力

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\mathrm{opt}}(\tau) w(T-\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_{0}^{T} w(t)\phi(t)\,\mathrm{d}t$$

$$S_W(f) = \frac{N_0}{2}$$



■ 雑音電力

$$S_N(f) = |H_{\mathrm{opt}}(f)|^2 S_W(f) = \frac{N_0}{2}|\Phi(f)|^2$$

$$\mathrm{E}[n^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_N(f)df = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}|\Phi(f)|^2 df = \frac{N_0}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\Phi(f)|^2\mathrm{d}f = \int_{-\infty}^{\infty}\phi^2(t)\mathrm{d}t = 1$$ パーシバルの公式

BPSK変復調

■ Binary Phase Shift Keying (BPSK)

シンボル1

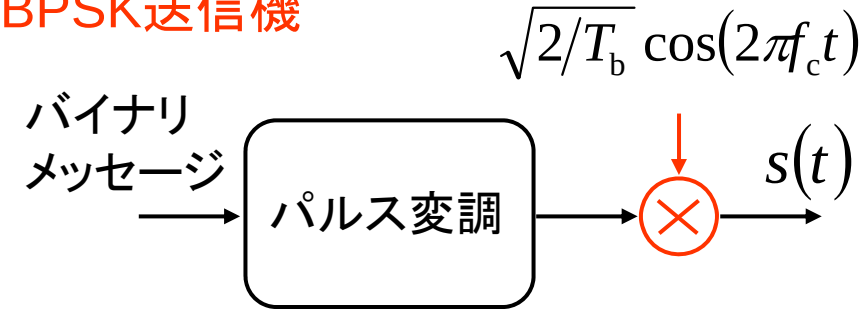
$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t)$$

シンボル0

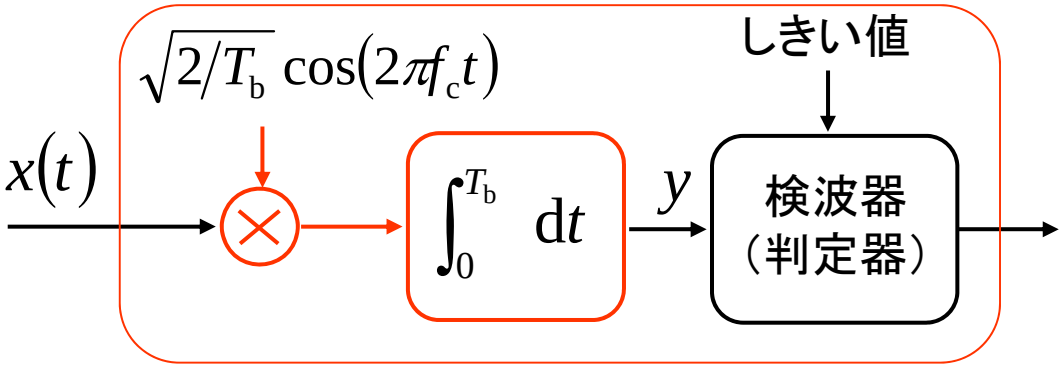
$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi)$$

$$= -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t)$$

BPSK送信機



BPSK受信機



相関検波器

信号空間解析（コンスタレーション）

■ 単位基底パルス

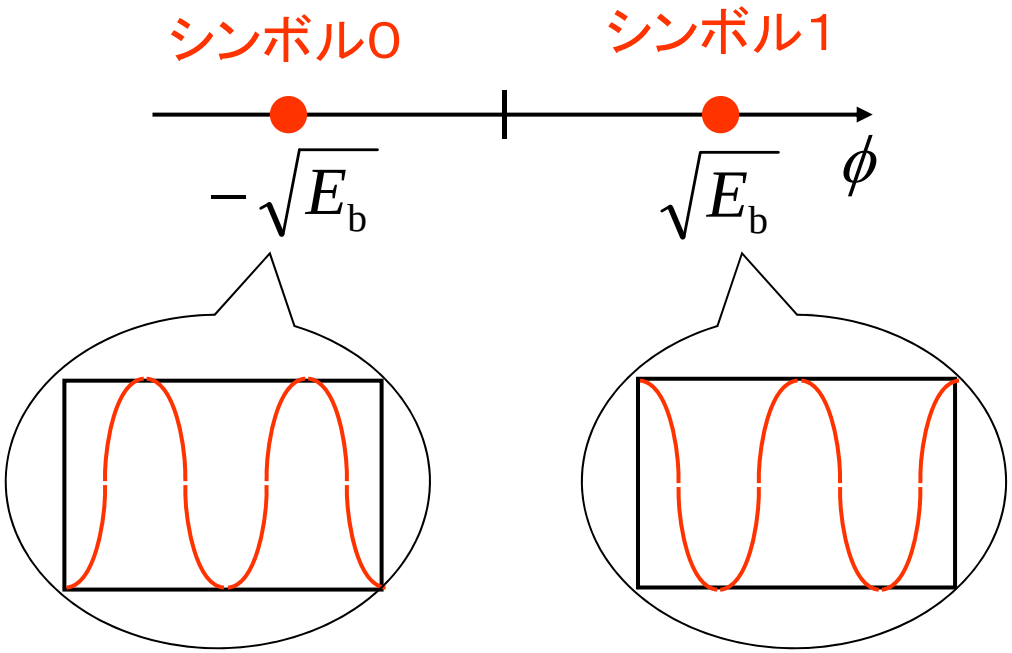
$$\phi(t)=\sqrt{\frac{2}{T_\mathrm{b}}}\cos(2\pi f_\mathrm{c}t)$$

シンボル1

$$s_1(t)=\sqrt{E_\mathrm{b}}\,\phi(t)$$

シンボル0

$$s_2(t)=-\sqrt{E_\mathrm{b}}\,\phi(t)$$



■ 相関検波出力

$$s_1=\int_0^{T_\mathrm{b}} s_1(t)\phi(t)\mathrm{d}t=+\sqrt{E_\mathrm{b}}$$

$$s_2=\int_0^{T_\mathrm{b}} s_2(t)\phi(t)\mathrm{d}t=-\sqrt{E_\mathrm{b}}$$

BPSK通信の誤り率

■ 検波器出力の条件付確率

$$y = \pm\sqrt{E_\mathrm{b}} + n$$

$$f_Y(y\,|\,0) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{\left(y + \sqrt{E_\mathrm{b}}\right)^2}{N_0} \right)$$

■ 判定誤り率

$$p_{10} = \int_0^\infty f_Y(y\,|\,0)\mathrm{d}y = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{y + \sqrt{E_\mathrm{b}}}{N_0} \right)\mathrm{d}y$$

■ 平均誤り率

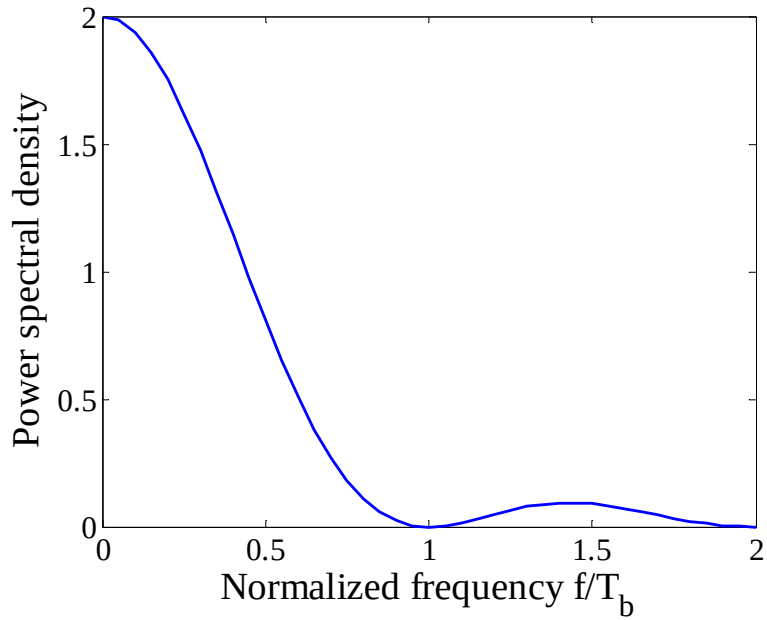
$$P_\mathrm{e} = p_0 p_{10} + p_1 p_{01} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_\mathrm{b}}{N_0}} \right)$$

誤り率は基底帯域も
通過帯域も同じ！

BPSK信号の基底帯域電力スペクトル

■ 基底帯域パルス信号

$$g_{\mathrm{BB}}(t)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2E_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{b}}}}, & 0\le t\le T_{\mathrm{b}}\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$



$$B_{\mathrm{BB}}=1/T_{\mathrm{b}}$$

■ 電力スペクトル

$$s_{\mathrm{BB}}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}m_n g_{\mathrm{BB}}(t-nT_{\mathrm{b}})$$

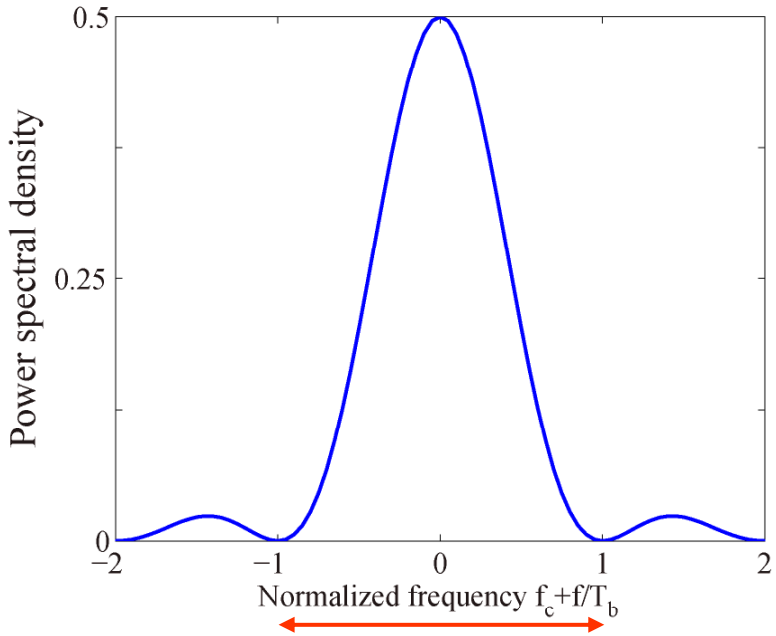
$$S_{\mathrm{BB}}(f)=\frac{2E_{\mathrm{b}}\sin^2(\pi T_{\mathrm{b}}f)}{(\pi T_{\mathrm{b}}f)^2}=2E_{\mathrm{b}}\,\mathrm{sinc}^2(T_{\mathrm{b}}f)$$

BPSK信号の通過帯域電力スペクトル

■ 通過帯域パルス信号

$$g_{\mathrm{BP}}(t) = g_{\mathrm{BB}}(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$$

$$g_{\mathrm{BB}}(t) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2E_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{b}}}}, & 0 \le t \le T_{\mathrm{b}} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$B_{\mathrm{PB}} = 2/T_{\mathrm{b}}$$

■ 電力スペクトル

$$S_{\mathrm{BP}}(f) = \frac{1}{4}\left(S_{\mathrm{BB}}(f - f_{\mathrm{c}}) + S_{\mathrm{BB}}(f + f_{\mathrm{c}})\right)$$

$$= \frac{E_{\mathrm{b}}}{2}\mathrm{sinc}^2\left(T_{\mathrm{b}}(f - f_{\mathrm{c}})\right) + \frac{E_{\mathrm{b}}}{2}\mathrm{sinc}^2\left(T_{\mathrm{b}}(f + f_{\mathrm{c}})\right)$$

まとめ

1.　通過帯域変調

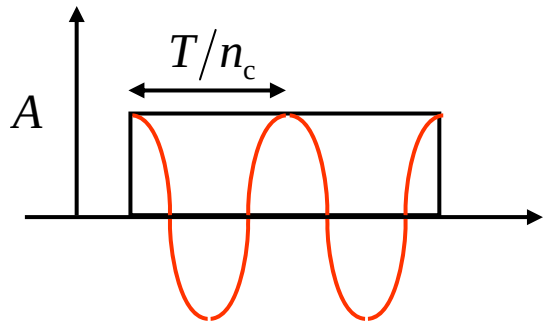
搬送波の振幅 (ASK), 位相 (PSK), 周波数 (FSK)に情報を重畳

与えられた送信エネルギー・帯域幅の中で周波数利用効率の最適化

2.　通過帯域パルス信号

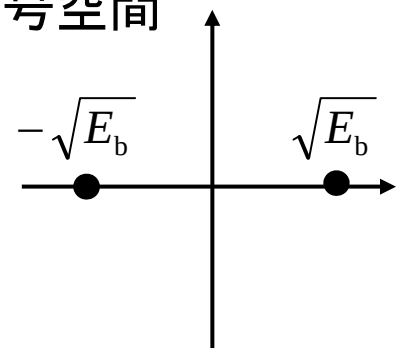
基底帯域パルスに搬送波周波数を乗算

$$g_{\mathrm{BP}}(t) = g_{\mathrm{BB}}(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t) \qquad f_{\mathrm{c}} = n_{\mathrm{c}}/T$$



3.　BPSK変復調

信号空間



誤り率　$$P_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_{\mathrm{b}}}{N_0}}\right)$$

スペクトル　$$S_{\mathrm{BP}}(f) = \frac{1}{4}\left(S_{\mathrm{BB}}(f - f_{\mathrm{c}}) + S_{\mathrm{BB}}(f + f_{\mathrm{c}})\right)$$

期末試験

- 日時: 2月8日(火) 3･4限
- 場所: H121講義室
- 出題範囲:
  情報理論の知識は前提とする、
  線形システム、スペクトル、パルス伝送、
  整合フィルタ、誤り率、帯域伝送
- 言語: 日本語
- 備考:
  教科書の演習と類似した問題を出題
  持ち込みは不可

教科書対応表

	教科書（旧）	教科書（新）	内容
第1回	Preview	Chapter 1	通信伝送のモデルと具体例
第2回	9.1 - 9.3	10.1 - 10.3	情報理論の基礎1：情報源符号化
第3回	9.4	10.4 - 10.5	情報理論の基礎2：データ圧縮
第4回	9.5 - 9.7	10.6 - 10.7	情報理論の基礎3：通信路容量
第5回	9.8	10.8	情報理論の基礎4：通信路符号化
第6回	10.1 - 10.3	10.10 - 10.11	情報理論の基礎5：誤り訂正符号
第7回	1.3 - 1.7	5.5 - 5.8	確率過程：定常過程、線形システム
第8回	3.1 - 3.4	7.1 - 7.6	基底伝送1：パルス伝送、スペクトル
第9回	4.2	8.2	基底伝送2：整合フィルタ、最適受信機
第10回	1.8 - 1.9, 4.3	5.9 - 5.10, 8.3	基底伝送3：雑音による誤り
第11回	5.1 - 5.3	9.1 - 9.3	帯域伝送1：BPSKの変復調
第12回	6.1 - 6.4	9.4	帯域伝送2：QPSKの変復調