2010年後期
通信伝送工学

第8回　基底帯域ディジタル伝送1
パルス伝送

阪口 啓 <sakaguchi@mobile.ee.titech.ac.jp>

2010年12月14日

講義スケジュール後半

	日付	教科書	内容
第7回	11月30日	1.3 – 1.7	確率過程：定常過程、線形システム
	12月7日		休講
第8回	12月14日	3.1 – 3.4	基底伝送1：パルス伝送、スペクトル
第9回	12月21日	4.2	基底伝送2：整合フィルタ、最適受信機
第10回	1月11日	1.8 – 1.9 4.3	基底伝送3：雑音による誤り
第11回	1月18日	5.1 – 5.3	帯域伝送1：BPSKの変復調
第12回	1月25日	6.1 – 6.4	帯域伝送2：QPSKの変復調
	2月8日		期末試験

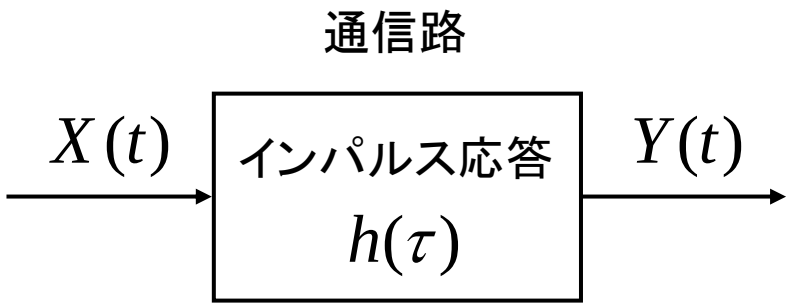
前回の復習

■ 線形システム

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) X(t-\tau_1) \mathrm{d}\tau_1$$

$$\Updownarrow$$

$$\tilde{Y}(f) = H(f)\tilde{X}(f)$$



■ 自己相関・電力スペクトル密度

$$R_X(\tau) = \mathrm{E}\left[X(t+\tau)X(t)\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-j2\pi f\tau} \mathrm{d}\tau$$

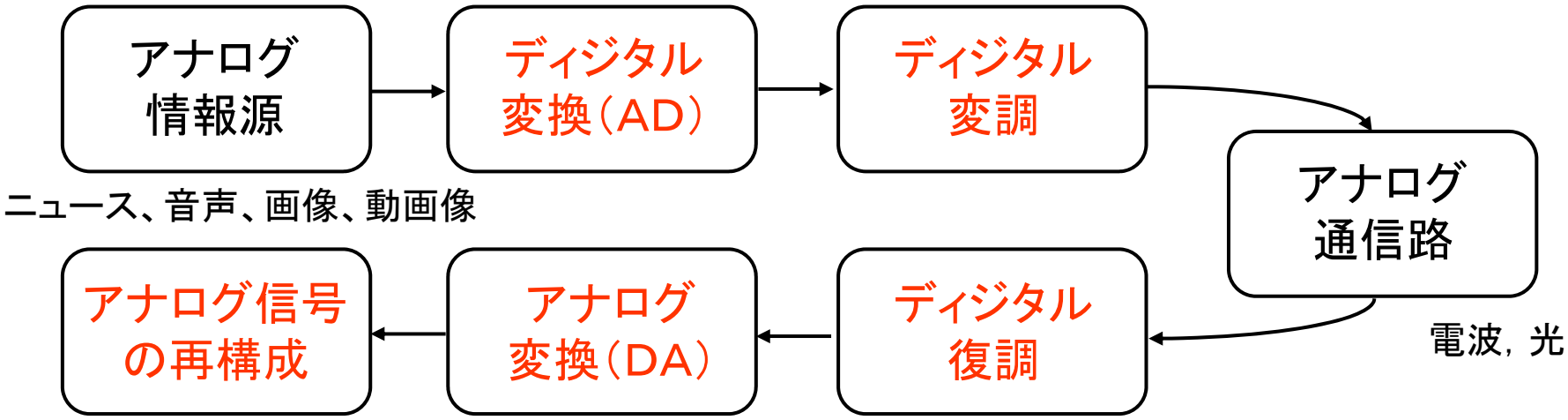
$$R_Y(\tau) = \mathrm{E}\left[Y(t+\tau)Y(t)\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$S_Y(f) = \left|H(f)\right|^2 S_X(f)$$

アナログ信号の離散表現

■ ディジタル通信システム



■ パルス伝送（変調）

アナログパルス伝送： 振幅アナログ、時間離散

PAM（パルス振幅変調）、PDM、PPM

ディジタルパルス伝送： 振幅離散、時間離散

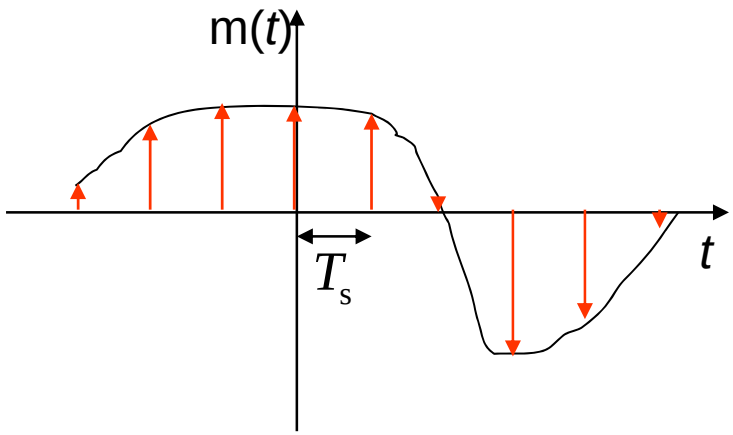
BSK（バイナリ変調）、ASK、PSK、FSK

標本化

■ アナログ情報源の標本化（AD変換）

$$m_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

$$= m(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$



標本化周期： T_s

標本化周波数： $f_s = 1/T_s$

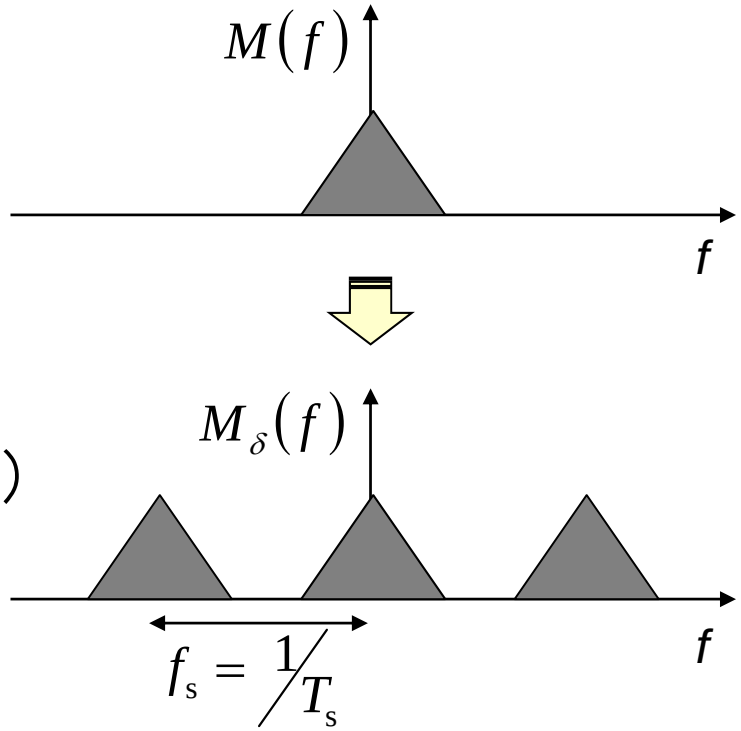
⇨ 標本化周波数の決定方法？

標本化と周波数応答

■ 理想標本値列

$$m_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

$$= m(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$



■ 標本値列のフーリエ変換（付録）

$$M_\delta(f) = f_s \sum_{m=-\infty}^{\infty} M(f - mf_s)$$

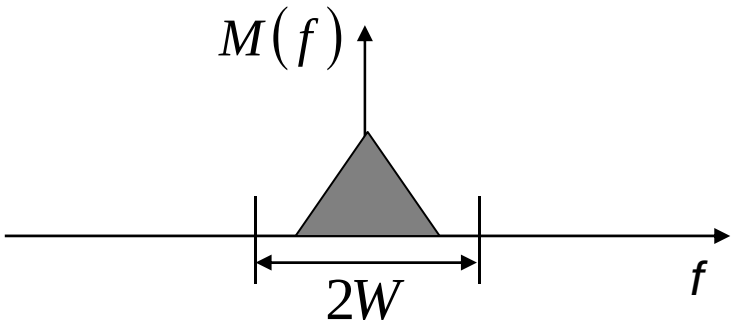
■ 離散フーリエ変換

$$M_\delta(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} m(nT_s)\exp(-j2\pi mfT_s)$$

帯域制限信号の標本化

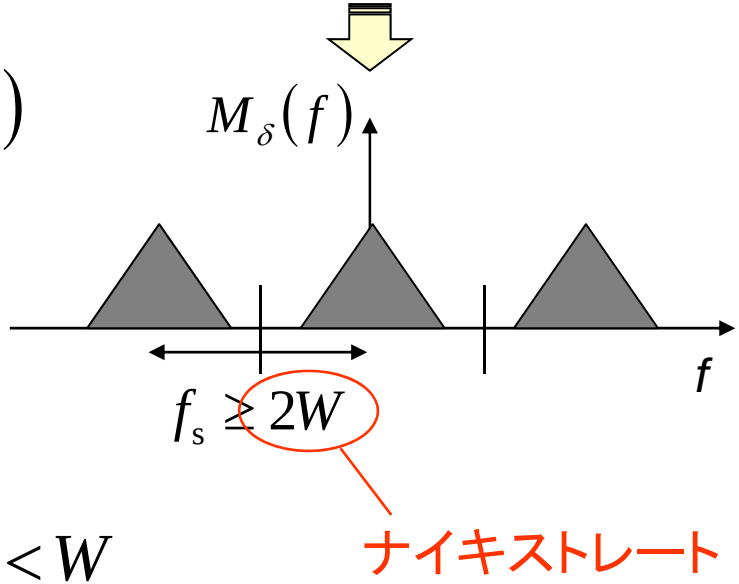
■ 帯域制限信号

$$M(f)=0 \quad \text{for} \quad |f| \geq W$$



■ 帯域制限信号の標本化

$$M_\delta(f)=f_s M(f)+f_s \sum_{\substack{m=-\infty \\ m\neq 0}}^{\infty} M(f-mf_s)$$



■ オリジナルスペクトルの保存

$$f_s = 2W$$

$$M(f)=\frac{1}{2W}M_\delta(f) \quad \text{for} \quad -W < f < W$$

アナログ信号の再構成

■ 標本値列のフーリエ変換 $T_s = \dfrac{1}{2W}$

$$M_\delta(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m\left(\frac{n}{2W}\right)\exp\left(-\frac{j\pi n f}{W}\right)$$

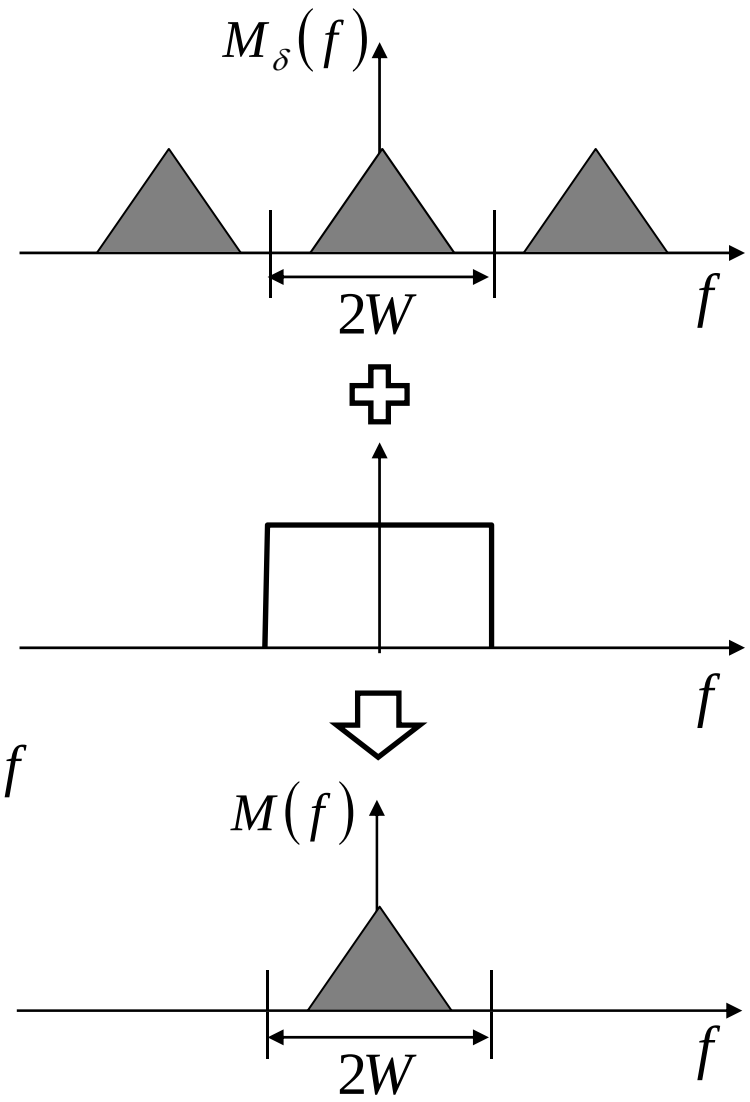
■ アナログ信号の再構成

$$m(t) = \frac{1}{2W}\int_{-W}^{W} M_\delta(f)\exp(j2\pi f t)\,\mathrm{d}f$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m\left(\frac{n}{2W}\right)\frac{1}{2W}\int_{-W}^{W}\exp\left(j2\pi f\left(t-\frac{n}{2W}\right)\right)\mathrm{d}f$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m\left(\frac{n}{2W}\right)\underline{\mathrm{sinc}(2Wt-n)}$$

再構成フィルタ（内挿関数）



一般信号の標本化

■ 一般信号

$-W < f < W$ の完全な帯域制限は不可能

エイリアジング誤差

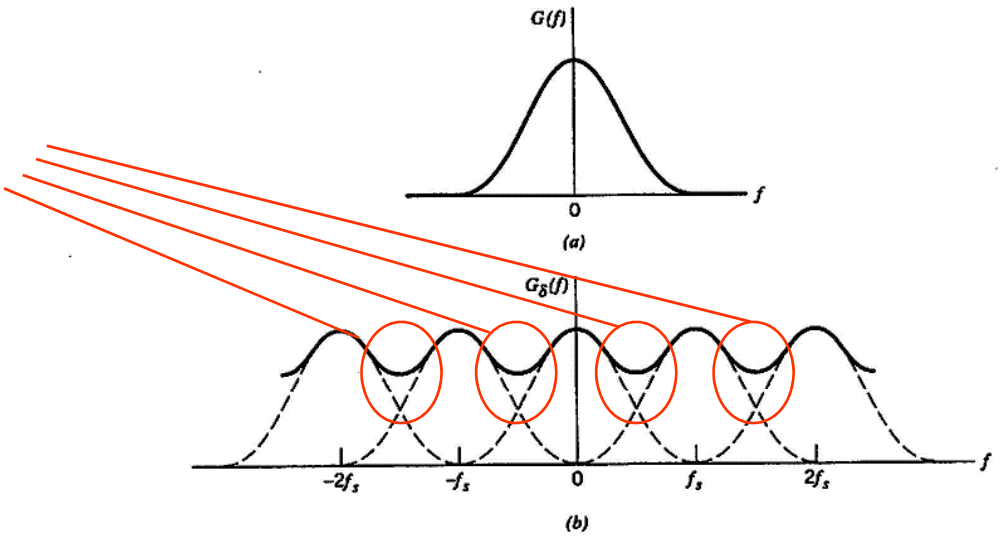


FIGURE 3.3 (*a*) Spectrum of a signal. (*b*) Spectrum of an undersampled version of the signal exhibiting the aliasing phenomenon.

■ エイリアジング対策

アンチエイリアス低域通過フィルタ

$$f_c \approx W$$

オーバーサンプリング

$$f_s > 2W$$

パルス振幅（PAM）変調

■ メッセージ信号の標本化

$$m_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

メッセージ信号

■ パルス振幅変調

メッセージ信号に応じて
パルスの振幅を変動

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)g(t - nT_s)$$
$$= m_\delta(t) \otimes g(t)$$

サンプルパルス

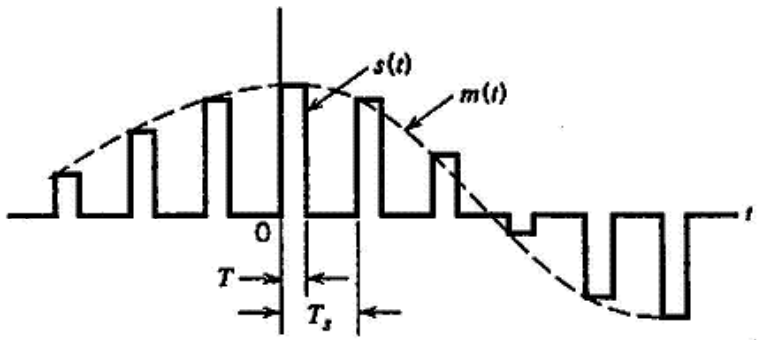


FIGURE 3.5 Flat-top samples, representing an analog signal.

サンプルパルスの設計

■ サンプルパルス

$$g(t)=\begin{cases}1, & 0<t<T \\ 1/2, & t=0, t=T \\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

パルス幅

$$G(f)=T\,\mathrm{sinc}(fT)\exp(-j\pi fT)$$

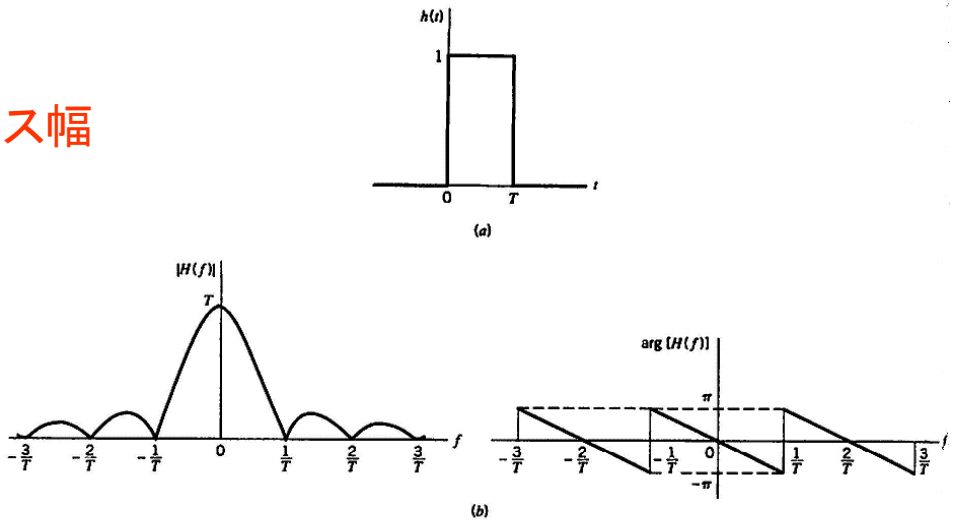


FIGURE 3.6 (a) Rectangular pulse $h(t)$. (b) Spectrum $H(f)$, made up of the magnitude $|H(f)|$, and phase $\arg[H(f)]$.

■ パルス振幅変調のスペクトル

$$S(f)=M_\delta(f)G(f)=f_s\sum_{k=-\infty}^{\infty}M(f-kf_s)G(f)$$

$\longrightarrow$ $|f|>\left|f_s/2\right|=|W|$ の不要スペクトルの低減

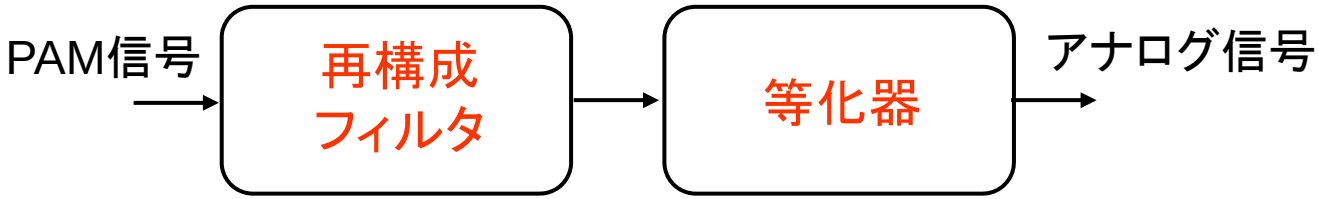
パルス振幅変調の復調

■ パルス振幅変調のスペクトル

$$S(f) = M_\delta(f)G(f) = f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} M(f - kf_s)G(f)$$

$|f| \le \left| f_s/2 \right| = |W|$ の範囲で $G(f)$ による歪み ⟶ 開口効果

■ パルス振幅変調の復調



等化器の周波数応答: $\dfrac{1}{|G(f)|} = \dfrac{1}{T\,\mathrm{sinc}(fT)}$

その他のパルス変調

- パルス幅変調

  メッセージ信号に応じて
  パルスの幅を変動

- パルス位置変調

  メッセージ信号に応じて
  パルスの位置を変動

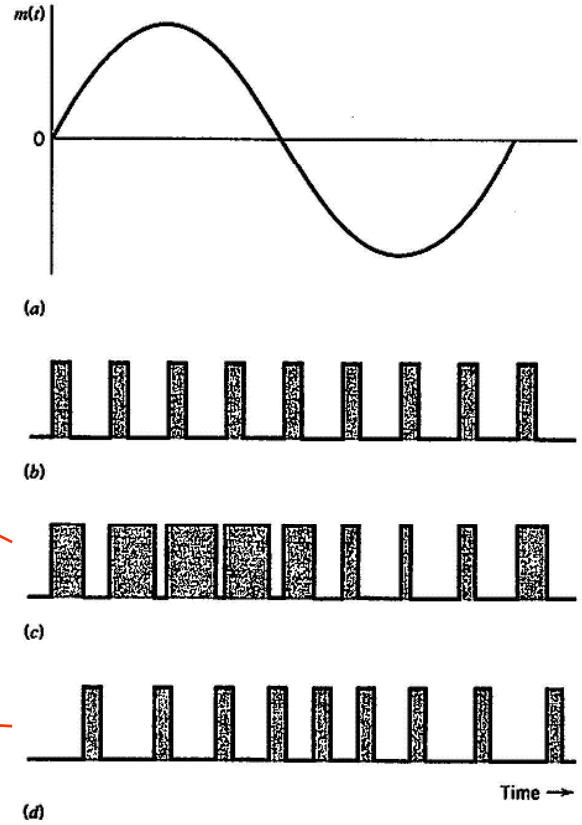


FIGURE 3.8 Illustrating two different forms of pulse-time modulation for the case of a sinusoidal modulating wave. (*a*) Modulating wave. (*b*) Pulse carrier. (*c*) PDM wave. (*d*) PPM wave.

まとめ

1. メッセージ信号の標本化

   ナイキストレート 2*W* 以上でサンプリング

2. パルス振幅変調

   パルス幅は不要スペクトルと開口効果の兼ね合い

3. メッセージ信号の再構成

   再構成フィルタと等化器によるオリジナル信号の復調

付録1（フーリエ変換の復習）

■ デルタパルス列

$$\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$

■ 矩形パルス

$$G_{\mathrm{r}}(f)=\begin{cases}1, & \text{if } |f|\le W\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} g_{\mathrm{r}}(t) &= 2W\,\mathrm{sinc}(2Wt)\\ &= 2W\frac{\sin 2\pi Wt}{2\pi Wt}\end{aligned}$$

■ 位相シフト

$$\tilde{G}_{\mathrm{r}}(f)=G_{\mathrm{r}}(f)\exp(-j2\pi fT) \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{g}_{\mathrm{r}}(t)=g_{\mathrm{r}}(t-T)$$