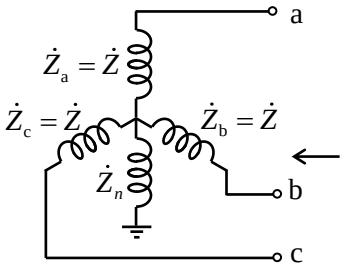
復習：3相対称座標法

$$\dot{V}_0 = \tfrac{1}{3}\left(\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c\right) \qquad \dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$
$$\dot{V}_1 = \tfrac{1}{3}\left(\dot{V}_a + \alpha\dot{V}_b + \alpha^2\dot{V}_c\right)\cdots(1) \qquad \dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2$$
$$\dot{V}_2 = \tfrac{1}{3}\left(\dot{V}_a + \alpha^2\dot{V}_b + \alpha\dot{V}_c\right) \qquad \dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_0 = \tfrac{1}{3}\left(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c\right) \qquad \dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$
$$\dot{I}_1 = \tfrac{1}{3}\left(\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c\right), \quad \dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2$$
$$\dot{I}_2 = \tfrac{1}{3}\left(\dot{I}_a + \alpha^2\dot{I}_b + \alpha\dot{I}_c\right) \qquad \dot{I}_c = \dot{I}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2$$

4.3 対称分インピーダンス

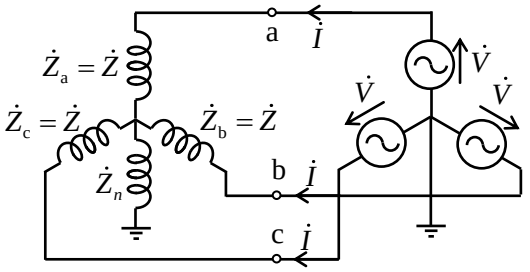
送電線，変圧器，発電機などの対称三相回路において対称分電流が単独に流れたときのインピーダンスを対称分インピーダンスという。



(a) 零相インピーダンス: $\dot{Z}_0 = \dot{Z} + 3\dot{Z}_n$

任意の大きさの仮想零相電源を接続する。中性点接地インピーダンス $\dot{Z}_n$ には3倍の同位相電流が流れるため，$\dot{V} = \dot{Z}\,\dot{I} + 3\dot{Z}_n\,\dot{I}$ 。よって零相インピーダンスは，$\dot{Z}_0 = \dfrac{\dot{V}}{\dot{I}} = \dot{Z} + 3\dot{Z}_n$

零相インピーダンスの求め方



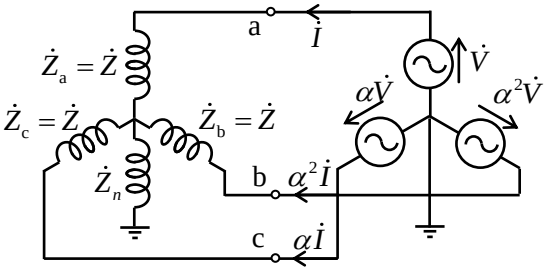
(b) 正相インピーダンス: $\dot{Z}_1 = \dot{Z}$

任意の大きさの仮想正相電源を接続する。中性点接地インピーダンス $\dot{Z}_n$ に流れる電流を考慮して，$\dot{V} = \dot{Z}\,\dot{I} + (1+\alpha+\alpha^2)\dot{Z}_n\dot{I}$ 。よって正相インピーダンスは，$\dot{Z}_1 = \dfrac{\dot{V}}{\dot{I}} = \dot{Z}$

(c) 逆相インピーダンス: $\dot{Z}_2 = \dot{Z}$

正相インピーダンスと同様にして，仮想逆相電源の接続により求める。

正相インピーダンスの求め方



機器の対称分インピーダンス

(a) 同期機

$\dot{Z}_2 < \dot{Z}_1$，$\dot{Z}_0$ は $\dot{Z}_1$ の 10%以下

(b) 変圧器

$\dot{Z}_2 = \dot{Z}_1$，$\dot{Z}_0 = \dot{Z}_1$ 又は接地方法でかわる

(c) 送電線

$\dot{Z}_2 = \dot{Z}_1$，$\dot{Z}_0$ は対地容量，インダクタンス

(d) 三相対称負荷

三相対称構造の静止機器は $\dot{Z}_2 = \dot{Z}_1$

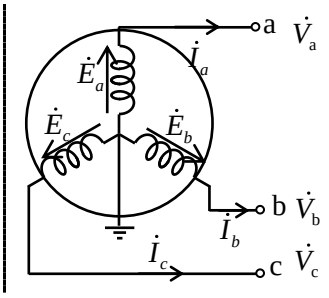
$\dot{Z}_0 = \dot{Z}_1$ 又は接地方法でかわる

4.4 3相交流発電機の基本式

発電機の端子電圧$\dot{V}_a,\dot{V}_b,\dot{V}_c$は発電機の起電力$\dot{E}_a,\dot{E}_b,\dot{E}_c$から内部の電圧降下$\dot{v}_a,\dot{v}_b,\dot{v}_c$を引き,

$\dot{V}_a=\dot{E}_a-\dot{v}_a,\ \dot{V}_b=\dot{E}_b-\dot{v}_b,\ \dot{V}_c=\dot{E}_c-\dot{v}_c$

なお, $\dot{E}_a=\dot{E}_a,\ \dot{E}_b=\alpha^2\dot{E}_a,\ \dot{E}_c=\alpha\dot{E}_a$, の対称3相電圧であるが, 不平衡負荷や不平衡事故発生の場合には,発電機端子電圧は対称とはならない。$1+\alpha+\alpha^2=0,\ \alpha^3=1$。



端子電圧の対称分

$$\dot{V}_0=\tfrac{1}{3}\left(\dot{V}_a+\dot{V}_b+\dot{V}_c\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a-\dot{v}_a\right)+\left(\dot{E}_b-\dot{v}_b\right)+\left(\dot{E}_c-\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c\right)-\left(\dot{v}_a+\dot{v}_b+\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a+\alpha^2\dot{E}_a+\alpha\dot{E}_a\right)-\left(\dot{v}_a+\dot{v}_b+\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=-\tfrac{1}{3}\left(\dot{v}_a+\dot{v}_b+\dot{v}_c\right)$$

$$\dot{V}_1=\tfrac{1}{3}\left(\dot{V}_a+\alpha\dot{V}_b+\alpha^2\dot{V}_c\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a-\dot{v}_a\right)+\alpha\left(\dot{E}_b-\dot{v}_b\right)+\alpha^2\left(\dot{E}_c-\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a+\alpha\dot{E}_b+\alpha^2\dot{E}_c\right)-\left(\dot{v}_a+\alpha\dot{v}_b+\alpha^2\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a+\alpha\alpha^2\dot{E}_a+\alpha^2\alpha\dot{E}_a\right)-\left(\dot{v}_a+\alpha\dot{v}_b+\alpha^2\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\dot{E}_a-\tfrac{1}{3}\left(\dot{v}_a+\alpha\dot{v}_b+\alpha^2\dot{v}_c\right)$$

$$\dot{V}_2=\tfrac{1}{3}\left(\dot{V}_a+\alpha^2\dot{V}_b+\alpha\dot{V}_c\right)$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a-\dot{v}_a\right)+\alpha^2\left(\dot{E}_b-\dot{v}_b\right)+\alpha\left(\dot{E}_c-\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a+\alpha^2\dot{E}_b+\alpha\dot{E}_c\right)-\left(\dot{v}_a+\alpha^2\dot{v}_b+\alpha\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=\tfrac{1}{3}\left\{\left(\dot{E}_a+\alpha^2\alpha^2\dot{E}_a+\alpha\alpha\dot{E}_a\right)-\left(\dot{v}_a+\alpha^2\dot{v}_b+\alpha\dot{v}_c\right)\right\}$$
$$=-\tfrac{1}{3}\left(\dot{v}_a+\alpha^2\dot{v}_b+\alpha\dot{v}_c\right)$$

発電機1相あたりの零相, 正相, 逆相インピーダンスを$\dot{Z}_0$, $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$とし, $\dot{I}_0,\dot{I}_1,\dot{I}_2$を零相, 正相, 逆相電流とすると, 発電機各相電圧降下は(1)式を参照すると,

$$\dot{v}_a=\dot{Z}_0\dot{I}_0+\dot{Z}_1\dot{I}_1+\dot{Z}_2\dot{I}_2$$
$$\dot{v}_b=\dot{Z}_0\dot{I}_0+\alpha^2\dot{Z}_1\dot{I}_1+\alpha\dot{Z}_2\dot{I}_2$$
$$\dot{v}_c=\dot{Z}_0\dot{I}_0+\alpha\dot{Z}_1\dot{I}_1+\alpha^2\dot{Z}_2\dot{I}_2$$

これを端子電圧の対称分に代入すると

$$\dot{V}_0=-\tfrac{1}{3}\left(\dot{v}_a+\dot{v}_b+\dot{v}_c\right)=-\tfrac{1}{3}3\dot{Z}_0\dot{I}_0=-\dot{Z}_0\dot{I}_0$$

$$\dot{V}_1=\dot{E}_a-\tfrac{1}{3}\left(\dot{v}_a+\alpha\dot{v}_b+\alpha^2\dot{v}_c\right)$$
$$=\dot{E}_a-\tfrac{1}{3}3\dot{Z}_1\dot{I}_1=\dot{E}_a-\dot{Z}_1\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_2=-\tfrac{1}{3}\left(\dot{v}_a+\alpha^2\dot{v}_b+\alpha\dot{v}_c\right)$$
$$=-\tfrac{1}{3}3\dot{Z}_2\dot{I}_2=-\dot{Z}_2\dot{I}_2$$

以上から, **3相交流発電機の基本式**は

$$\dot{V}_0=-\dot{Z}_0\dot{I}_0$$
$$\dot{V}_1=\dot{E}_a-\dot{Z}_1\dot{I}_1$$
$$\dot{V}_2=-\dot{Z}_2\dot{I}_2$$

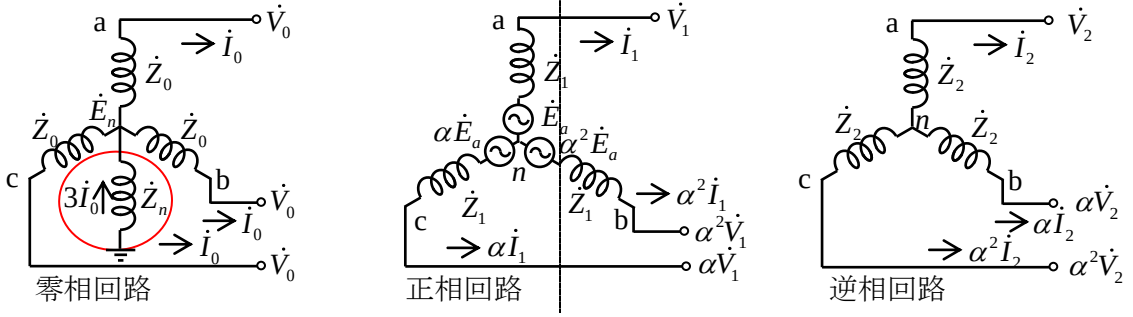
なお, $\dot{E}_a,\dot{E}_b,\dot{E}_c$の対称分を計算すると$\dot{E}_a=\dot{E}_a,\ \dot{E}_b=\alpha^2\dot{E}_a,\ \dot{E}_c=\alpha\dot{E}_a$ より, $\dot{E}_0=0,\ \dot{E}_1=\dot{E}_a,\ \dot{E}_c=0$である。

中性点がインピーダンス$\dot{Z}_n$で接地され,(残留)電圧$\dot{E}_n$($=3\dot{I}_0\dot{Z}_n$)がある場合は以下となる。

$$\dot{V}_0=\dot{E}_n-\dot{Z}_0\dot{I}_0=-3\dot{I}_0\dot{Z}_n-\dot{Z}_0\dot{I}_0=-\left(3\dot{Z}_n+\dot{Z}_0\right)\dot{I}_0$$
$$\dot{V}_1=\dot{E}_a-\dot{Z}_1\dot{I}_1$$
$$\dot{V}_2=-\dot{Z}_2\dot{I}_2$$

中性点接地インピーダンス$\dot{Z}_n$には$3\dot{I}_0$がながれるので, a 端子からの全電圧降下は$-3\dot{I}_0\dot{Z}_n-\dot{Z}_0\dot{I}_0$である。

発電機の対称分回路



4.5 無負荷3相交流発電機の故障計算

１線地絡故障

a 端子で地絡故障発生。端子条件は

(1) $\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0$ （無負荷のため）

(2) $\dot{V}_a = 0$

対称分電流は

$\dot{I}_0 = \frac{1}{3}(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) = \frac{1}{3}\dot{I}_a$

$\dot{I}_1 = \frac{1}{3}(\dot{I}_a + \alpha\dot{I}_b + \alpha^2\dot{I}_c) = \frac{1}{3}\dot{I}_a$ (3),

$\dot{I}_2 = \frac{1}{3}(\dot{I}_a + \alpha^2\dot{I}_b + \alpha\dot{I}_c) = \frac{1}{3}\dot{I}_a$

より $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2$ (4)

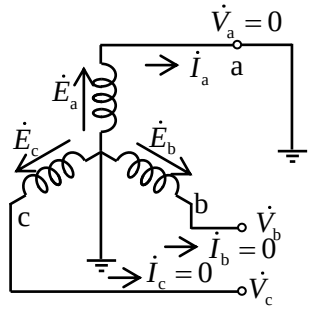
(2) 式に，**3相交流**発電機の基本式を代入

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 - \dot{Z}_2\dot{I}_2$$
$$= \dot{E}_a - (\dot{Z}_0\dot{I}_0 + \dot{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{Z}_2\dot{I}_2) = 0$$

(4) 式を代入すると $\dot{E}_a - (\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)\dot{I}_0 = 0$

(3)式から

$$\dot{I}_a = 3\dot{I}_0 = \frac{3\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$



健全相 b,c の端子電圧は，$\dot{V}_0, \dot{V}_1, \dot{V}_2$ から求める

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 = -\frac{\dot{Z}_0\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = \dot{E}_a - \frac{\dot{Z}_1\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2)\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

$$\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 = -\frac{\dot{Z}_2\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

端子電圧は

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0$$

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \frac{(\alpha^2 - 1)\dot{Z}_0 + (\alpha^2 - \alpha)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = \frac{(\alpha - 1)\dot{Z}_0 + (\alpha - \alpha^2)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

２線地絡故障

b,c 端子で地絡故障発生。端子条件は

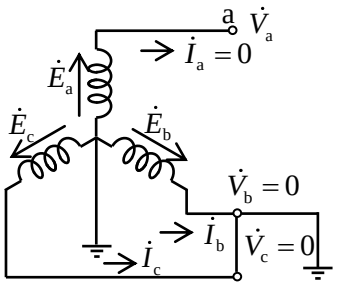
(1) $\dot{V}_b = \dot{V}_c = 0$

(2) $\dot{I}_a = 0$

(1) と

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = 0$$
$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2 = 0$$

より $\dot{V}_0 = \dot{V}_1 = \dot{V}_2$ (3)



(3)に3相交流発電機の基本式をいれて

$-\dot{Z}_0\dot{I}_0 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2$ だから

$$\dot{I}_0 = -\frac{\dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1}{\dot{Z}_0},\ \dot{I}_2 = -\frac{\dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1}{\dot{Z}_2}$$

(2)から $\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$ だから, 整理して

$$\dot{I}_0 = \frac{-\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-\dot{Z}_0}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

基本式より

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 = \frac{\dot{Z}_0\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a = \dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

端子電圧は

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \frac{3\dot{Z}_0\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

故障電流は

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + \alpha^2\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_2 = \frac{(\alpha^2-\alpha)\dot{Z}_0 + (\alpha^2-1)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{I}_1 + \alpha^2\dot{I}_2 = \frac{(\alpha-\alpha^2)\dot{Z}_0 + (\alpha-1)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

２線短絡故障

b,c 端子で短絡故障発生。端子条件は

(1) $\dot{V}_b = \dot{V}_c$

(2) $\dot{I}_a = 0$

(3) $\dot{I}_b = -\dot{I}_c$

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + \alpha^2\dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 = \dot{V}_c = \dot{V}_0 + \alpha\dot{V}_1 + \alpha^2\dot{V}_2$$

$$\alpha\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \alpha\dot{V}_2 \rightarrow (\alpha-1)\dot{V}_1 = (\alpha-1)\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$$

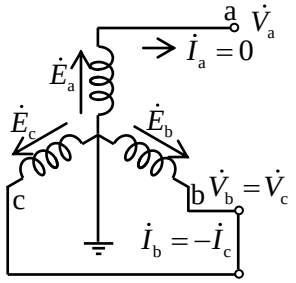
$$\dot{I}_b + \dot{I}_c = 2\dot{I}_0 + (\alpha^2+\alpha)\dot{I}_1 + (\alpha^2+\alpha)\dot{I}_2$$
$$= 2\dot{I}_0 - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0$$

よって $\dot{I}_0 = 0$。$\dot{V}_0 = 0$, $\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$, $\dot{V}_1 = \dot{V}_2$

$\dot{V}_1 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 = \dot{Z}_2\dot{I}_1$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2},\ \dot{V}_1 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_a$$

$$\dot{I}_b = \frac{-j\sqrt{3}\dot{E}_a}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2},\ \dot{V}_a = \frac{2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}\dot{E}_a$$



３線短絡故障

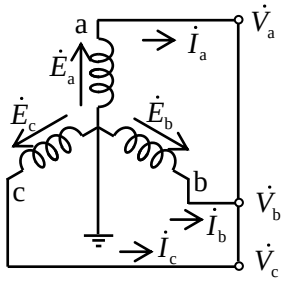
(1) $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$

(2) $\dot{V}_a = \dot{V}_b = \dot{V}_c$

(1) より $3\dot{I}_0 = 0$, よって, $\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 = 0$

(2) より $\dot{V}_1 = 0$, $\dot{V}_2 = 0$ よって,

$\dot{V}_1 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = 0$ より $\dot{I}_1 = \dot{E}_a / \dot{Z}_1$

$\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 = 0$ より $\dot{I}_2 = 0$

以上から, $\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dfrac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_1}$