**応用確率統計**（演習 5）　　平成 22 年 11 月 11 日

問 1

確率変数 $X$ が有限な積分値 $E\left(|X|^p\right)$ を持つとする（$p>0$）。このとき、次の問いに答えよ。

(a) 不等式 $P\left(|X|\geq\varepsilon\right)\leq E\left(|X|^p\right)\Big/\varepsilon^p$ を示せ。

(b) 確率変数の列 $\{X_n\}$ が $X$ に $p$ 次平均収束するとき、すなわち

$$\lim_{n\to\infty}E\left(|X_n-X|^p\right)=0$$

のとき、$\{X_n\}$ が $X$ に確率収束することを示せ。

(c) (b)の結果から、平均収束と確率収束の関係を論ぜよ。

問 2

$X$ が下の確率密度関数に従う確率変数であるとする。

$$p(x)=x\cdot e^{-x}\quad(x\geq 0)$$

(a) $X$ の<u>モーメント母関数</u>$\psi(t)$を求めよ。

(b) <u>モーメント母関数</u>を使って、$X$ の平均と分散を求めよ。