

1.1 状態方程式

ここでシステムの状態を

$$\text{状態} = \begin{pmatrix} \text{位置} \\ \text{速度} \end{pmatrix}$$

と考える。
すなはち

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} y \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

→ 機械系での定石

と定義すると

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dy}{dt} \\ = x_2 \quad (1.5)$$

3

1.1 状態方程式

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{k}{m_2} & -\frac{k}{m_2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

となる。

3

1.1 状態方程式**Fig. 1.1: 一般的な入出力関係**Fig. 1.1 のプラント $G(s)$ に対し、内部状態を表す変数 x を導入し、 $G(s)$ の入出力関係を 1 階の常微分方程式で表す

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.1)$$

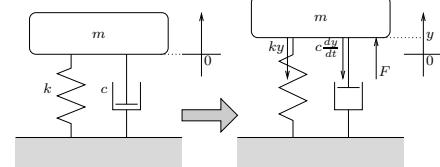
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1.2)$$

($x \in \mathbb{R}^n$: 状態 $u \in \mathbb{R}^m$: 入力 $y \in \mathbb{R}^p$: 出力)
のような状態方程式を得ることができる。

線形な集中定数系 → 一般に、状態方程式で表現可能

1.1 状態方程式

例えば力学においてよくある Fig. 1.2 のようなバネ・質量・ダンパー系の運動方程式も容易に状態方程式で表わされる。

**Fig. 1.2: バネ・マス・ダンパー系**Fig. 1.2 の運動方程式は、バネ定数を k 、質量を m 、ダンパーの粘性係数を c 、質量の変位を y 、外力を F として

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F \quad (1.3)$$

で表わされる。

1.1 状態方程式

状態空間表現の利点 → 多入出力系も容易に扱える。

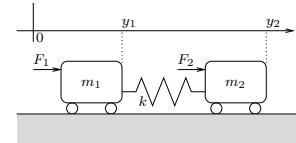
**Fig. 1.3: バネ・2質量系**

Fig. 1.3 の 2 質量系の運動方程式は

$$m_1 \frac{d^2y_1}{dt^2} - k(y_2 - y_1) = F_1 \quad (1.9)$$

$$m_2 \frac{d^2y_2}{dt^2} + k(y_2 - y_1) = F_2 \quad (1.10)$$

であるから、同様の変形によりその状態方程式は

5

1.3 座標変換

システム (1.1)(1.2)

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1.2)$$

における状態はシステムの内部状態を表わしている。

↓
システムの入出力に直接には現われない。↓
状態 x を次の座標変換で \bar{x} に変換する。 (T は正則な行列)

$$x = T\bar{x} \quad (1.26)$$

1.3 座標変換状態 \bar{x} を時間微分すれば以下の状態方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= T^{-1} \frac{dx}{dt} \\ &= T^{-1}(Ax + Bu) \\ &= T^{-1}AT\bar{x} + T^{-1}Bu \\ &\stackrel{\text{def}}{=} \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \end{aligned} \quad (1.27)$$

また出力方程式は以下のようになる。

$$y = CT\bar{x} + Du$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \bar{C}\bar{x} + \bar{D}u \quad (1.28)$$

↓
座標変換によりシステムの状態を変えても、
状態方程式でシステムの挙動を表現可能。

8

1.4 可制御性, 可観測性

(A, B) が可制御である必要十分条件は

$$V \stackrel{\text{def}}{=} \{B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B\} \quad (1.29)$$

が

$$\text{rank } V = n$$

を満たすことである。

また (C, A) が可観測であるための必要十分条件は

$$N^T \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

が

$$\text{rank } N = n$$

を満たすことである。

9

1.4 可制御性, 可観測性

この行列 T により座標変換されたシステム

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{B}_1 \\ 0 \end{pmatrix} u \quad (1.33)$$

$$y = (\bar{C}_1 \ \bar{C}_2) \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + Du \quad (1.34)$$



状態 \bar{x}_2 は入力 u の影響をまったく受けていない。

このような状態は入力により制御できない
(一般的な制御系ではシステムが可制御になるように)
構成してあるのが普通

12

1.4 可制御性, 可観測性

またシステムが可観測でないとき, つまり

$$\text{rank } N = r < n \quad (1.41)$$

のときを考える。

このとき N^T の行ベクトルの中から線形独立なもの r 本を選びこれを $w_1^T, w_2^T, \dots, w_r^T$ と定義する。

また $n - r$ 本の行ベクトル $w_{r+1}^T, w_{r+2}^T, \dots, w_n^T$ を

$$W = \begin{pmatrix} w_1^T \\ \vdots \\ w_r^T \\ w_{r+1}^T \\ \vdots \\ w_n^T \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

が正則になるように選ぶ。

1.4 可制御性, 可観測性

行列の階数を表す rank

↓ 直感的な説明では...

行列における独立な列ベクトル(行ベクトル)の数

例えば,

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \Rightarrow 1 \text{列目と } 2 \text{列目は独立なベクトル}$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 \Rightarrow 1 \text{列目と } 2 \text{列目は同じベクトル}$$

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \Rightarrow 3 \text{列目は } 1 \text{列目と } 2 \text{列目の線形結合}$$

のように計算できる。

10

1.4 可制御性, 可観測性

例えば, 以下のようなシステム

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (1.35)$$

における可制御性行列 V は,

$$V = (B \ AB) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

↓ rank $V = 1$

このシステムは可制御ではない

13

1.4 可制御性, 可観測性

行列 $T = W^{-1}$ により座標変換されたシステム

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{pmatrix} u \quad (1.43)$$

$$y = (\bar{C}_1 \ 0) \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + Du \quad (1.44)$$

↓

状態 \bar{x}_2 は出力 y に影響しない。

↓

出力 y が零になるように制御したとしても
内部の状態が発散してしまうことがある。

15

1.4 可制御性, 可観測性

システムが可制御でないとき, つまり

$$\text{rank } V = r < n$$

のときを考える。このとき V の列ベクトルの中から線形独立なもの r 本を選びこれを v_1, v_2, \dots, v_r と定義する。

また $n - r$ 本の列ベクトル $v_{r+1}, v_{r+2}, \dots, v_n$ を

$$T = (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_r \ v_{r+1} \ \dots \ v_n) \quad (1.32)$$

が正則になるように選ぶ。

16

17

1.4 可制御性、可観測性

ここで、 $w_1^T = (1 \ 1)$, $w_2^T = (0 \ 1)$ により行列 W を選ぶ。

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad W^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

この $W^{-1} = T$ により座標変換を行うと、

$$\bar{A} = T^{-1}AT = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

$$\bar{B} = T^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

$$\bar{C} = CT = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

となり、座標変換後の出力 y は状態 \bar{x}_2 の影響を受けない。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (1.52)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

18

1.5 システムの応答

式(1.60)は、

$$\begin{aligned} (T^{-1}AT)^i &= T^{-1}ATT^{-1}AT \cdots T^{-1}ATT^{-1}AT \\ &= T^{-1}A^iT \end{aligned}$$

を利用することで、

$$\begin{aligned} Te^{T^{-1}ATt}T^{-1} &= T \left\{ I + (T^{-1}AT)t + \frac{1}{2!}(T^{-1}AT)^2t^2 + \frac{1}{3!}(T^{-1}AT)^3t^3 \dots \right\} T^{-1} \\ &= T \left\{ I + (T^{-1}AT)t + \frac{1}{2!}(T^{-1}A^2T)t^2 + \frac{1}{3!}(T^{-1}A^3T)t^3 \dots \right\} T^{-1} \\ &= T \left\{ T^{-1} \left(I + At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \frac{1}{3!}A^3t^3 + \dots \right) T \right\} T^{-1} \\ &= e^{At} \end{aligned}$$

のように確認することができる。

21

1.5 システムの応答

状態方程式(1.1)で、 $u(t) = 0$ とした微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t)$$

➡ xの初期値:
 $x(0) = x_0$ の解

$$x(t) = e^{At}x_0 \quad (1.54)$$

ここで e^{At} は

$$e^{At} = I + At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \frac{1}{3!}A^3t^3 + \dots \quad (1.55)$$

1.5 システムの応答

これは次のように確認することができる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= \frac{d}{dt}e^{At}x_0 \\ &= \frac{d}{dt} \left(I + At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \frac{1}{3!}A^3t^3 + \frac{1}{4!}A^4t^4 + \dots \right) x_0 \\ &= \left(0 + A + \frac{2}{2!}A^2t + \frac{3}{3!}A^3t^2 + \dots \right) x_0 \\ &= A \left(I + At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \frac{1}{3!}A^3t^3 + \dots \right) x_0 \\ &= Ae^{At}x_0 \\ &= Ax(t) \end{aligned} \quad (1.56)$$

e^{At} には以下のようない性質がある。(ただし T は正則な行列(複素行列も可))

$$e^{A0} = I \quad (1.58)$$

$$e^{A(t_1+t_2)} = e^{At_1}e^{At_2} \quad (1.59)$$

$$e^{At} = Te^{T^{-1}ATt}T^{-1} \quad (1.60)$$

20

1.5 システムの応答

もし A が対角行列 Λ

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

であるならば

$$\begin{aligned} e^{At} &= I + \Lambda t + \frac{1}{2!}\Lambda^2t^2 + \dots \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} t + \frac{1}{2!} \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \lambda_n^2 \end{pmatrix} t^2 + \dots \end{aligned}$$

1.5 システムの応答

となる。

➡ Tを $T^{-1}AT$ が対角になるように選ぶ

e^{At} の各要素の関数を求めることが可能
($T^{-1}AT$ の対角要素は A の固有値となっている)

23

1.6 システムの安定性

$Av = \lambda v$ が成り立つベクトル $v(\neq 0)$ が存在するとき、

➡ λ : A の固有値
 v : λ に対する固有ベクトル

$$\begin{aligned} \{Av = \lambda v, \quad v \neq 0\} &\Leftrightarrow \{(\lambda I - A)v = 0, \quad v \neq 0\} \\ &\Leftrightarrow \lambda I - A \text{ が逆行列を持たない} \\ &\Leftrightarrow \det(\lambda I - A) = 0 \end{aligned}$$

つまり...

$\det(\lambda I - A) = 0$ を解くと、固有値 λ を求めることができる。

例えば、 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値は?

$\det(\lambda I - A) = 0$ を満たす λ は、

$$\det(\lambda I - A) = \det \begin{pmatrix} \lambda - 1 & -1 \\ 0 & \lambda - 2 \end{pmatrix} = (\lambda - 1)(\lambda - 2) \quad (1.64)$$

より、 $\lambda = 1$ または 2 である。

24

1.6 システムの安定性

$\lambda = 1$ のとき、

$$(\lambda I - A)v = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}v = 0 \quad (1.65)$$

↓

$\lambda = 1$ に対する固有ベクトルは $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$ のとき、

$$(\lambda I - A)v = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}v = 0 \quad (1.66)$$

↓

$\lambda = 2$ に対する固有ベクトルは $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

1.6 システムの安定性

行列の対角化とは?

行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ が相異なる場合、

$$\begin{aligned} A \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Av_1 & Av_2 & \cdots & Av_n \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \lambda_1 v_1 & \lambda_2 v_2 & \cdots & \lambda_n v_n \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.67)$$

$$= \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (1.68)$$

より、

25

26

1.6 システムの安定性

$$(v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n)^{-1} A (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (1.69)$$

のように行列 A を対角化できる。

例えば、 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ の対角化は？

固有値 $\lambda_1 = 1$ に対する固有ベクトル $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

固有値 $\lambda_2 = 2$ に対する固有ベクトル $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

を用いると

1.6 システムの安定性

$$A(v_1 \ v_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= (v_1 \ v_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (1.71)$$

より、以下のように対角化できる。

$$T^{-1}AT = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

27

1.6 システムの安定性

入力 $u(t) = 0$ の場合のシステムの応答は

$$y(t) = Ce^{At}x_0 \quad (1.73)$$

となる。

厳密さを求めなければ、直感的に以下のよう考へ方ができる。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{At} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$$

システムは安定

28

29

1.6 システムの安定性

そこで正則な複素行列 T を

$$T^{-1}AT = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \Lambda \quad (1.76)$$

を満たすように選べると仮定する。 $(\lambda_i$ は行列 A の固有値)
この Λ を用いれば以下のようになる。

$$e^{At} = Te^{\Lambda t}T^{-1} = T \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & e^{\lambda_n t} \end{pmatrix} T^{-1} \quad (1.77)$$

1.6 システムの安定性

よって

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{At} = 0 \quad (1.78)$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\lambda_i t} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.79)$$



$$\operatorname{Re}(\lambda_i) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.80)$$

であることが分かる。



行列 A の固有値の実部が負であれば
システムは安定

30

1.7 システムの安定性

いま状態 x が利用できるとする。このとき入力を

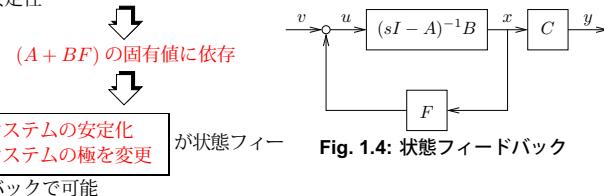
$$u = Fx + v \quad (1.85)$$

とすれば、状態方程式は

$$\frac{dx}{dt} = (A + BF)x + Bv \quad (1.86)$$

となる。 $(v \in \mathbb{R}^m$ は新しい入力)

状態フィードバックされた閉ループ系の安定性



31

32

1.7.1 極配置問題

極配置問題… フィードバック行列 F を選ぶことにより、閉ループ系の極を任意の与えられた値にすること

1 入力可制御な系では…

望ましいシステムの極を p_1, p_2, \dots, p_n として、 $(A + BF)$ の特性多項式 $\det(sI - A - BF)$ が

$$\det(sI - A - BF) = (s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} s^n + \mu_{n-1}s^{n-1} + \mu_{n-2}s^{n-2} + \cdots + \mu_1s + \mu_0 \quad (1.87)$$

となるような F を求める問題となる。

$$\left(\begin{array}{l} \mu_i \text{ が実数となるように } p_i \text{ が選ばれていると仮定} \\ p_i = \xi_i + j\eta_i \Rightarrow p_j = \xi_i - j\eta_i \text{ も与えられた極に} \\ \eta_i \neq 0 \end{array} \right)$$

1.7.1 極配置問題

例えば、システム

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (1.88)$$

の極を $-1, -2$ とする状態フィードバック F は？

$u = Fx = (f_1 \ f_2)x$ とすると、

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ f_1 & f_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (1.89)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 + f_1 & 1 + f_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (1.90)$$

33

1.7.1 極配置問題

フィードバック系の特性多項式

$$\det(sI - A - BF) = s^2 - (1 + f_2)s - (1 + f_1) \quad (1.91)$$

係数比較

望ましいフィードバック系の特性多項式

$$(s + 1)(s + 2) = s^2 + 3s + 2 \quad (1.92)$$

→ 求めるフィードバック行列は $F = (f_1 \ f_2) = (-3 \ -4)$

34

35