第２章　回路構成部品

2.1 キャパシタ

（a）平行平板コンデンサの極板間に働く力

考え方：導体内部の電界は 0。電荷の表面密度をσとすると，$\sigma = \varepsilon_0 E$。導体表面上のEは，表面に集まってきたσによる分を含む。σが作る電界E_σは，導体表面から対象にから放出する。よってEはσによるE_σと外力E_{ex}の和と考えられるから，σに加わる外力は，$f = E_{ex}\sigma = \frac{E}{2}\varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$となる。

数式：表面を原点として垂直方向にx軸をとり，表面電荷σの導体内部の空間分布を$\rho(x)$とすると，$\sigma = \int_0^\infty \rho(x)\,dx$。また電界$E(x)$は$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon_0}$であり，$E(x)$は$\rho(x)$に直接作用するので，電荷に加わる力$f_x$は$-x$方向であり，次式のようになる。

$$f_x = -\int_0^\infty E(x)\rho(x)\,dx = -\int_0^\infty \varepsilon_0 E(x)\frac{dE(x)}{dx}\,dx = -\varepsilon_0\int_{E(0)}^{E(\infty)} E\,dE = \frac{\varepsilon_0}{2}\left\{E(0)^2 - E(\infty)^2\right\}$$

境界条件$E(0) = E,\ E(\infty) = 0$とすれば，$f_x = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$となる。

仮想変位の方法：コンデンサに蓄えられるエネルギーW_Eは，$W_E = \frac{1}{2}CV^2$。電圧一定の時x方向の単位面積あたりの力は，$f_x = F_x\frac{1}{S} = \frac{1}{S}\left(\frac{\partial W_E}{\partial x}\right)_{V:\mathrm{const}} = \frac{1}{S}\frac{1}{2}V^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon_0 S}{x}\right) = -\frac{\varepsilon_0}{2}\frac{V^2}{x^2} = -\frac{\varepsilon_0}{2}E^2$。つまり$x$が減少する方向の力：引き合う方向の力が働く。

電圧が変化すると極板間に働く引き合う力が変化する。振動電流が流れると，機械力が繰り返し加わり電極接続部の破損や，誘電体材料の劣化につながる。

（b）コンデンサの蓄積エネルギー密度

$$W_e = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon S}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{\varepsilon}{2}E^2 Sd$$

蓄積エネルギー密度の最大値：

$u_{\max} = U / V_{\mathrm{volume}} = \frac{\varepsilon}{2}E_{\max}{}^2$：　→表

100V/μm. 3, Umax=1.3×10^5 J/m3

ε_0 = 8.854×10^{-12} [F/m]

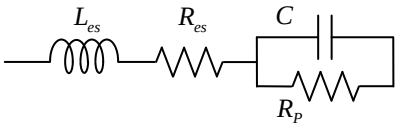
	絶縁耐力 MV/m	比誘電率	エネルギ密度
空気	3	1	4.0E+01
SF6 1atm	8	1	2.8E+02
マイカ	200	7	1.2E+06
石英	30	3.8	1.5E+04
セラミック	12	7	4.5E+03
ポリエチレン	150	2.3	2.3E+05
カプト(R)	280	3.6	1.2E+06
テフロン	60	2	3.2E+04
パラフィン	10	2.3	1.0E+03
油含浸紙	15	6	6.0E+03
エチレングリコール	20	39	6.9E+04
シリコンオイル	14	2.8	2.4E+03
絶縁油	27	2.2	7.1E+03
精製水(数μ秒)	80	80	2.3E+06
チタン酸バリウム	10	5000	2.2E+06

（c）キャパシタの等価回路

等価直列インダクタンス: L_{es}

等価直列抵抗: R_{es} キャパシタ内部の接続線および外部に引き出すリード線

並列漏れ抵抗: R_P 材料固有の値:例 100MΩ



（d）パルスパワー用コンデンサ

フィルムコンデンサ

・1 つ当たりのキャパシタンス大

・キャパシタンスの温度変化少

・電流反転で寿命短縮

・インダクタンスが比較的大

高電圧用セラミックコンデンサ（ドアノブ型）

・小型，高耐圧，低インダクタンス（数nH）

・温度上昇で静電容量変化（BaTiO3）

・電圧印加でキャパシタンス減少（BaTiO3）

SrTiO3 は上記変化小だが誘電率小

$D=\varepsilon_r\varepsilon_0 E$ ，$D=\varepsilon_0 E+P$（分極 Cm^{-2}）

$P=\varepsilon_0\chi E$ 電気感受率，$\varepsilon_r=1+\chi$

水コンデンサ

・比誘電率は約 80（温度上昇と共に低下）

・大きな誘電率と絶縁耐力

・比誘電率の周波数依存性は 1GHz 以下では小

・体積抵抗率は不純物により大きく変化

精製水 $1\times10^5\Omega$cm，水道水 $1\times10^2\Omega$cm

・等価回路は，C と R の並列回路

高速充電が必要

2.2 インダクタ

（a）インダクタの蓄積エネルギー密度

インダクタの蓄積エネルギー: $W_{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{2}LI^2$

単位体積あたりのエネルギーは

$$u=\frac{1}{2}\frac{\mu\pi r^2}{\ell}(NI)^2\frac{1}{\pi r^2\ell}=\frac{\mu}{2\ell^2}\left(\frac{\ell B}{\mu}\right)^2=\frac{B^2}{2\mu}$$

[J/m^3=Nm/m^3]である。

ソレノイドは内部にのみ磁界があるので

$H=\dfrac{NI}{\ell}$，$I=\dfrac{\ell H}{N}=\dfrac{\ell B}{\mu N}$，より $NI=\dfrac{\ell B}{\mu}$

（b）コイルに働く力と蓄積エネルギー密度

ソレノイドコイルの自己インダクタンスを代入すると $W_{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{\mu\pi r^2N^2}{\ell}I^2$ である。

力の方向は2方向。円筒コイルの

<u>軸方向の力</u>は，仮想変位の方法より

$$F_\ell=\left(\frac{\partial W_{\mathrm{m}}}{\partial\ell}\right)_{I\mathrm{const}}=\frac{\mu\pi r^2}{2}(NI)^2\frac{\partial}{\partial\ell}\left(\frac{1}{\ell}\right)$$

$$F_\ell=\frac{-\mu\pi r^2}{2}(NI)^2\frac{1}{\ell^2}=-\pi r^2\frac{\mu}{2\ell^2}\frac{\ell^2B^2}{\mu^2}=-\pi r^2\frac{B^2}{2\mu}$$

よって，吸引力。コイル断面積でわれば，単位面積当たりの力は $f_\ell=-\dfrac{B^2}{2\mu_0}$ [N/m^2]

半径方向の力も同様に

$$F_r = \left(\frac{\partial W_{\mathrm{m}}}{\partial r}\right) = \frac{2\mu\pi r}{2\ell}(NI)^2 = \frac{2\mu\pi r}{2\ell}\left(\frac{\ell B}{\mu}\right)^2 = 2\pi r\ell\frac{B^2}{2\mu}$$

よって，拡がろうとする力，コイル内表面積で割れば，

$$f_r = \frac{B^2}{2\mu}$$

以上から，コイルは軸方向に縮み，内径方向に拡がろうとする。コイル導線の剪断応力限界でエネルギー蓄積密度が決まる。

エネルギー密度は $u_m \sim 10^7$ J/m^3, となり，

容量性エネルギーよりも，単位体積あたり 2 桁，単位質量あたり 1 桁大きい。

(c)実際のコイルの使用状態

- 電磁力:コイルの半径方向に働く力
  $F \propto (NI)^2$（起磁力の 2 乗）
  巻線の引っ張り応力 $F_T \propto F \propto (NI)^2$
- コイル温度
  $T \propto J^2 \times \tau$（電流密度×パルス幅）

単層円筒形コイル（長岡係数） $L = 10^{-7} \times \lambda \dfrac{(2\pi rN)^2}{\ell}$

r :円筒半径，ℓ :コイル長さ，N :巻数，λ :長岡係数

単線円形コイル $L = 10^{-7} \times 4\pi R\left(\ln\dfrac{R}{r} - 2 + \delta\right)$

$r/R < 0.2$，直流では $\delta = 0.25$

2.3 絶縁体の種類と特性

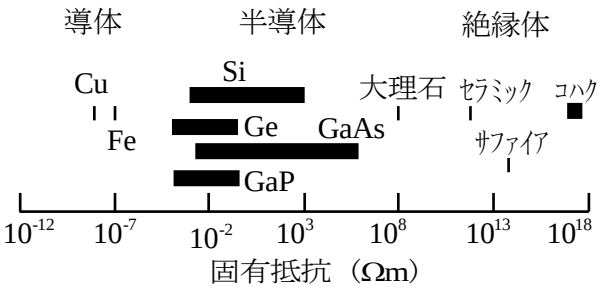
種類

気体	真空，乾燥空気，窒素ガス，SF_6
液体	絶縁油，水，フロリナート
固体	半導体，セラミックス，高分子（ポリエチレン，エポキシ），複合体

要求される性能

絶縁特性	電圧波形，印加時間，寿命
機械的特性	機械的強度，電磁力
熱的特性	耐熱性，熱応力，不燃性
化学的特性	耐蝕性，耐候性，毒性
その他	経済性，加工性，取扱い易さ

物質の固有抵抗



絶縁体の特性	内部抵抗 Ωm	表面抵抗 Ω	破壊強度 MV/m
石英ｶﾞﾗｽ	$>10^{16}$	3×10^{12}	20～40
ﾊﾟｲﾚｯｸｽ	10^{12}		5～25
絶縁油	10^{11}～10^{15}		10
アルミナ	10^{9}～10^{12}		
アクリル	$>10^{13}$	$>10^{14}$	40
エポキシ	10^{12}～10^{13}	3×10^{12}--10^{14}	16～22
テフロン	10^{15}～10^{19}	3×10^{12}--10^{17}	20