ゲームと戦略

武藤　滋夫

社会工学専攻，社会工学科

2010年10月15日

「文系ゼミ第二（社会理工学入門）」

私の担当している授業

学部
「ゲーム理論入門」（文系導入科目，1年後期）
「非協力ゲーム理論」（社会工学科専門科目，2年前期）
「協力ゲーム理論」（社会工学科専門科目，2年後期）

大学院
「上級非協力ゲーム」(社会工学専攻科目，前期）
「上級協力ゲーム」(社会工学専攻科目，後期）

ゲーム理論とは

意思決定理論

いくつかの選択肢の中からどれを選ぶか？

複数の意思決定者

結果は,

自分の選択だけでなく,

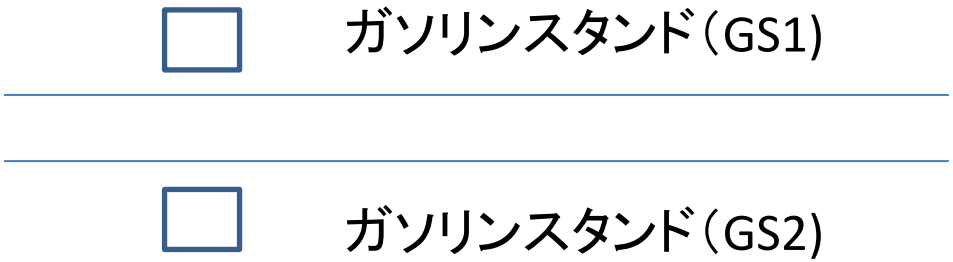
他の意思決定者の選択にも依存する

↓

ゲーム的状況

例1　：　ガソリンスタンドの価格競争（1／1）

道を挟んで立地する2つのガソリンスタンド



「今日」の価格と利益:

価格　GS1　150円／リッター
売上　GS1　40万円

価格　GS2　150円／リッター
売上　GS2　40万円

「明日」の価格の決定

GS1,GS2ともに2つの選択肢：　150 円，140 円／リッター

相手の決定を知らずにまた相談することなく自社の価格を決定

GS1，GS2の目的：　明日の自社の利益の最大化

例1　：　ガソリンスタンドの価格競争（2／2）

明日の利益の見積もり

価格（円／1リッター）		利益(10万円)	
GS1	GS2	GS1	GS2
150	150	4	4
150	140	1	6
140	150	6	1
140	140	2	2

<u>ゲーム的状況</u>:

GS1　同じ150円であっても,

GS2の価格によって利益が異なる

（150円　→　40万円,　140円　→　10万円）　など

利得行列による表現

GS2	150円	140円
GS1		
150円	4 4	1 6
140円	6 1	2 2

（単位：10万円）

利得（双）行列

ゲーム理論による分析

GS1 \ GS2	150円	140円
150円	4, 4	1, 6
140円	6, 1	2, 2

GS1： GS2が150円，140円のどちらをとってこようと

140円をとった方が売上大きい → 140円が<u>合理的な選択</u>

（「140円」が「150円」を支配する）

GS2： 同様にして，140円が<u>合理的な選択</u>　（「140円」が「150円」を支配する）

→ 合理的な行動の結果　価格（140円，140円）（ナッシュ均衡でもある）
売上（20万円，20万円）

（150円，150円） であれば，売上 （40万円，40万円）
→ <u>囚人のジレンマ型ゲーム</u>

例1のゲームの繰り返し

GS2	150円		140円	
GS1				
150円	4	4	1	6
140円	6	1	2	2

GS1，GS2は，

明日だけでなく，<u>1ヶ月間の利益の最大化</u>をはかる

（150，150）の状態からどちらかが140に下げたとすると，その次の日に相手も140に下げ，お互い利得が下がる

→ （150，150）の状態が維持される ？

例1のゲームの繰り返し

GS2	150円		140円	
GS1				
150円	4	4	1	6
140円	6	1	2	2

GS1，GS2は，

明日だけでなく，<u>1ヶ月間の利益の最大化</u>をはかる

31日目は，もう後がないから （140，140）

30日目は，31日目は（140，140）となることが

分かっているから，（140，140）

以下同様にして，

<u>毎日（140，140）</u>

<u>部分ゲーム完全均衡</u>

（ナッシュ均衡の精緻化の一つ）

例1のゲームの繰り返し

	GS2		150円		140円	
GS1						
150円		4	4		1	6
140円		6	1		2	2

1950年代から実験が行われている

→　たとえば100回繰り返すとすると

60－70回目くらいまでは（150，150）が繰り返される

ナッシュの回答

100回繰り返すといわれたときに，100回目の結果を考え，そこから帰納的に考える人はほとんどいない。

部分ゲーム完全均衡　？？？

囚人のジレンマ型ゲーム

	B 協調		B 裏切り	
A 協調	P	P	Q	R
A 裏切り	R	Q	S	S

$Q < S < P < R$

$(P > (Q + R)/2)$

A も B も「裏切り」が「協調」を支配 ← $R > P$, $S > Q$

A, B の合理的な選択の結果 （裏切り，裏切り），利得は（S，S）

（裏切り，裏切り）は<u>唯一のナッシュ均衡</u>

（協調，協調）であれば，利得は（P，P） （$P > S$）

→ <u>囚人のジレンマ型ゲーム</u>

囚人のジレンマ型ゲームの繰り返し（n回）

	B 協調		B 裏切り	
A 協調	P	P	Q	R
A 裏切り	R	Q	S	S

$Q < S < P < R$

$(P > (Q + R)/2)$

戦略：　1回目　「協調」,「裏切り」のどちらかを選択

2回目　1回目の選択の組を知った上で
「協調」,「裏切り」のどちらかを選択

3回目　1回目，2回目の選択の組を知った上で
「協調」,「裏切り」のどちらかを選択

・・・・・・・・・・・・

n回目　1回目，2回目，・・・，(n－1)回目選択の組を知った上で
「協調」,「裏切り」のどちらかを選択

利得：　毎回の利得の和

囚人のジレンマ型ゲームの繰り返し

	B 協調		B 裏切り	
A 協調	P	P	Q	R
A 裏切り	R	Q	S	S

$Q < S < P < R$

$(P > (Q + R)/2)$

有限回の繰り返し

→ 部分ゲーム完全均衡

A, B ともにすべての行動決定の点で「裏切り」

無限回の繰り返し

→ 部分ゲーム完全均衡

「裏切り」の繰り返しだけでなく,「協調」の繰り返しなど多数

→ <u>フォーク定理</u>

囚人のジレンマ型ゲームの繰り返し

	B		協調		裏切り	
A						
協調		P	P		Q	R
裏切り		R	Q		S	S

$Q < S < P < R$

$(P > (Q + R)/2)$

囚人のジレンマ型ゲームのn回の繰り返し

「戦略」を立てよう！

<u>目的</u>:　n回の利得の合計を最大に！