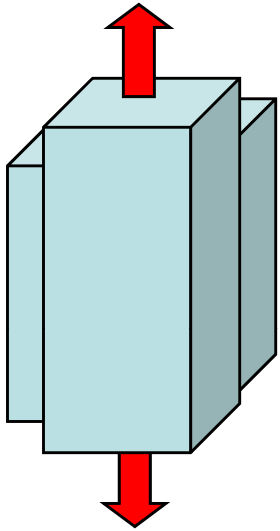


	弹性	粘性	粘弹性
微視的			
巨視的	●		

巨視的にみた弾性

- 引張弾性率, せん断弾性率, 体積弾性率
- ポアソン比
- 弾性ひずみの重畳原理(加算性原理)
- 一般材料力学
(慣性モーメント, 断面2次モーメント)
- ポアソン比が0.5以上の材料(?)
- ポアソン比が負の材料(?)

引張弾性率(ヤング率)



$$\sigma = E\varepsilon$$

ポアソン比(Poisson's ratio)

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

体積が一定のとき

$$\nu = 0.5$$

ポアソン比の値

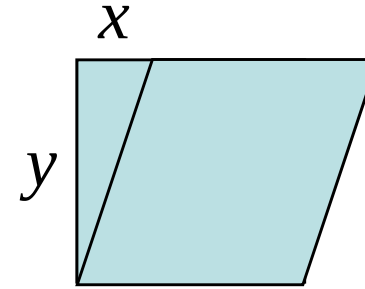
鉄	0.28
アルミニウム	0.34
ガラス	0.25
ポリエチレン	0.4
ポリイソプレン	0.49

弾性率は1種類だけではない

せん断弾性率

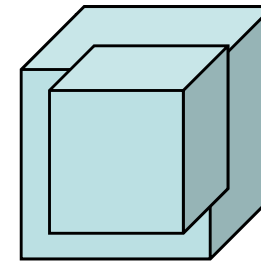
$$\text{ひずみ } \gamma = \tan \alpha = x / y$$

$$\sigma = G\gamma$$



体積弾性率

$$\sigma = K \frac{\Delta V}{V_0}$$



3種類の弾性率とポアソン比の関係

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{3G} + \frac{1}{9K}$$

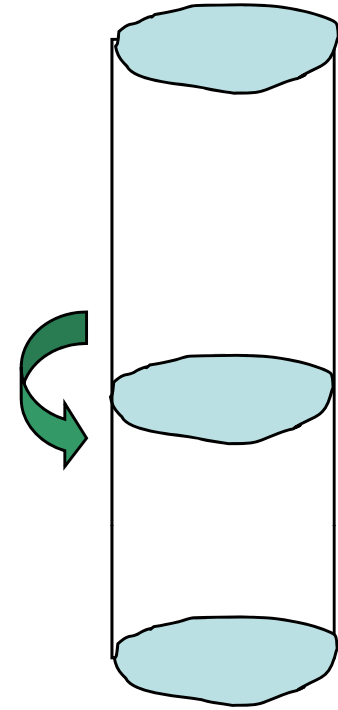
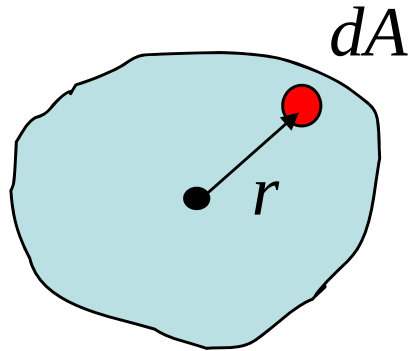
$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

一般材料力学

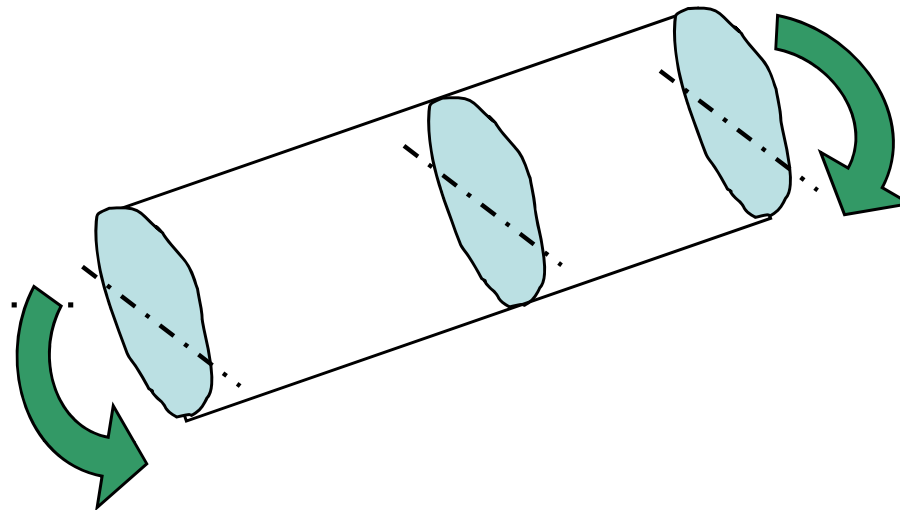
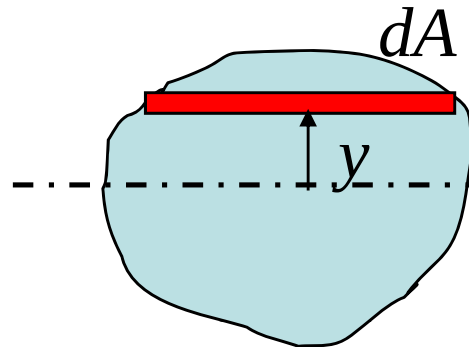
慣性モーメント(ねじりやすさ)

$$\int_A r^2 dA$$



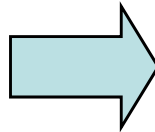
断面2次モーメント(曲げやすさ)

$$\int_A y^2 dA$$



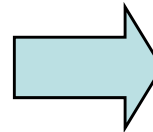
弾性率

弾性率



変形様式により
異なる弾性率

引っ張り弾性率
せん断弾性率
体積弾性率
ポアソン比

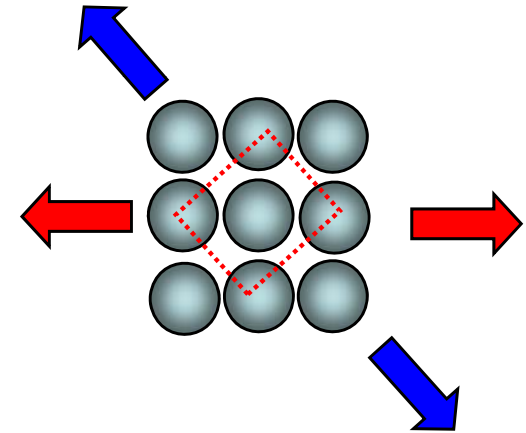


力の方向により
異なる弾性率
弾性率の異方性

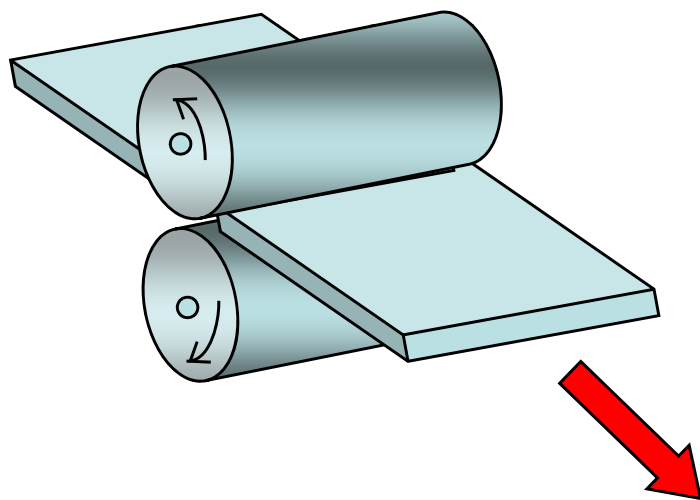
巨視的にみた弾性(2)

巨視的視点と微視的視点

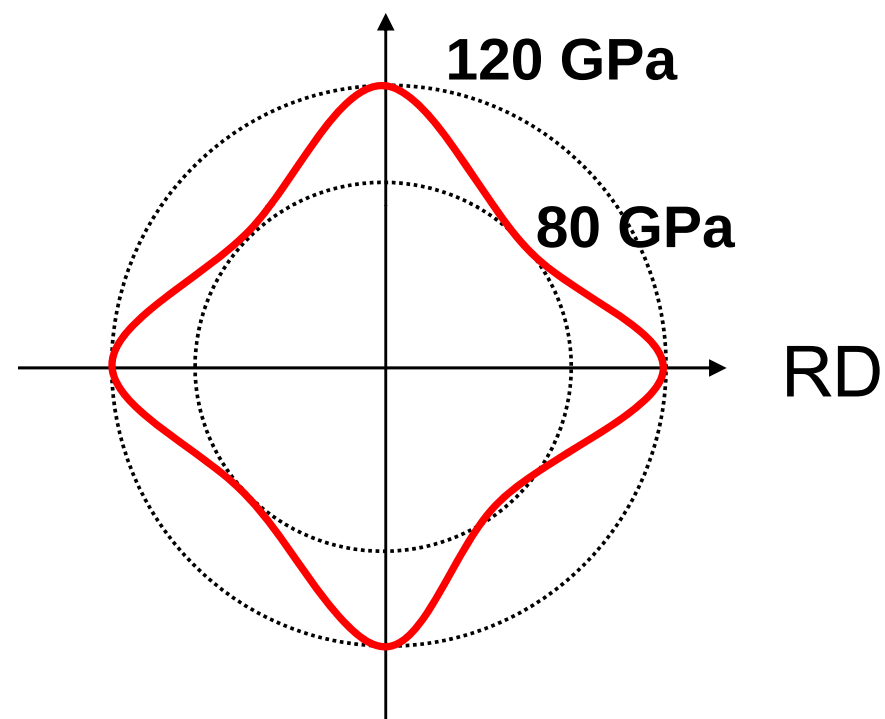
- 弾性率の異方性(方向依存性)
金属材料の圧延加工, 冷間加工
結晶の方向が揃う
→ 結晶の弾性率の方向依存性が,
材料の弾性率の異方性に反映される



冷間加工



銅の圧延



結晶が選択方位をとる

弾性率の異方性

	[111]	[100]	ランダム
鉛	28 GPa	7	14
アルミニウム	76	64	70
金	110	41	82
銅	193	67	107
鋼 (fcc)	278	132	207
タングステン	345	345	345

巨視的にみた弾性(2)

- 高分子材料
分子鎖方向

(強い結合: 共有結合 500 kJ/mol)

分子間

(弱い結合: ファンデルワールス力
~1 kJ/mol)

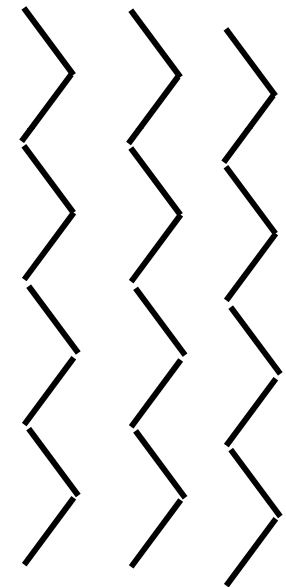
ポリエチレンの場合

分子鎖軸方向

235 GPa

分子鎖と垂直方向

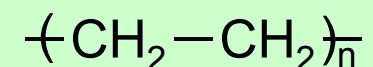
約4 GPa



ポリエチレン分子鎖

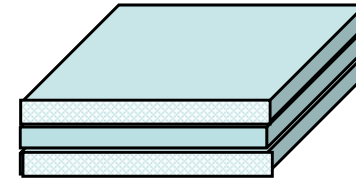
PE

1.51



これから学ぶ弾性論の紹介

- 繊維強化複合材料
積極的に異方性を付与した材料
予測される負荷に応じた設計が可能



- 異方性を有する材料の弾性論

テンソル解析
(座標変換マトリックス)

	次数	要素の数
スカラー	0	1
ベクトル	1	3
2階のテンソル	2	9
3階のテンソル	3	27
4階のテンソル	4	81
⋮	⋮	⋮

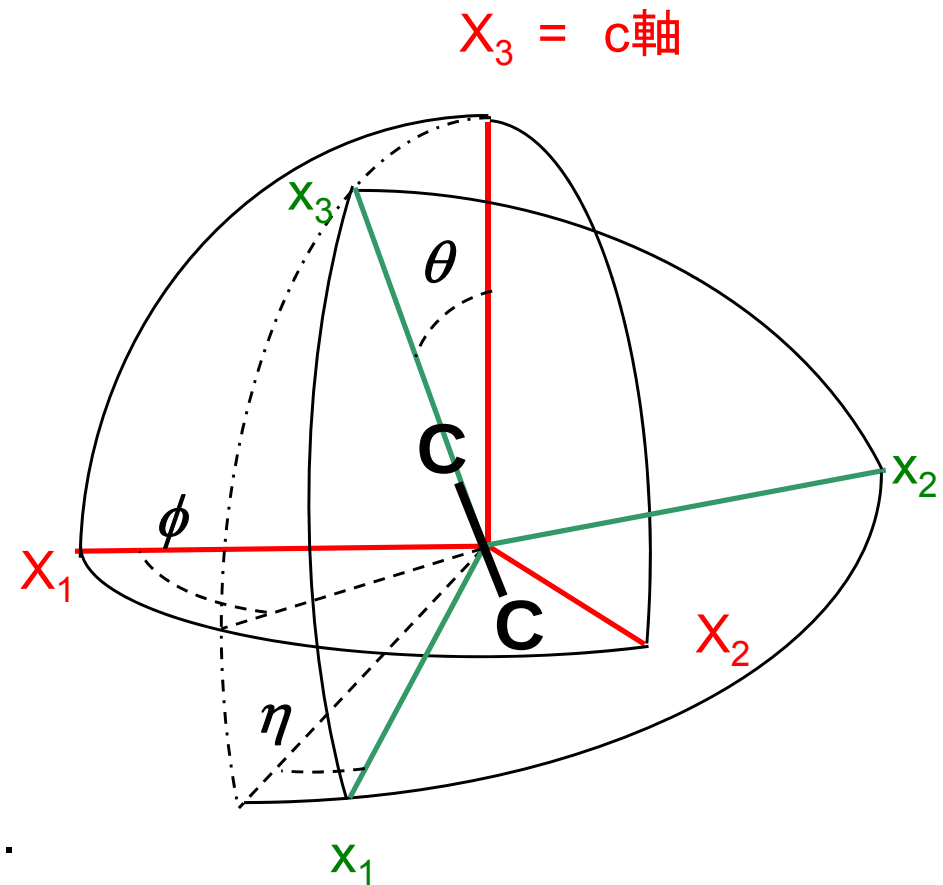
テンソルの座標変換

分極率テンソル : 2階のテンソル

例えばC-C結合を考え, 結合軸を
O- $x_1x_2x_3$ 直行座標系の x_3 軸の
方向におくと,

$$P_{kl}^0 = \begin{pmatrix} P_T & 0 & 0 \\ 0 & P_T & 0 \\ 0 & 0 & P_L \end{pmatrix}$$

これを, O- $X_1X_2X_3$ 直交座標系に変換する.
ここで, O- $X_1X_2X_3$ は試料に固定した座標系で,
たとえば X_3 をMDとする



Euler 角 (θ, ϕ, η) とすれば, 座標変換マトリックス a_{ij} は,

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \cos \eta - \sin \phi \sin \eta & -\cos \theta \cos \phi \sin \eta - \sin \phi \cos \eta & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \cos \eta + \cos \phi \sin \eta & -\cos \theta \sin \phi \sin \eta + \cos \phi \cos \eta & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \cos \eta & \sin \theta \sin \eta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$P_{ij} = a_{ik} a_{jl} P_{kl}^0 \quad \text{注) Einstein規約 (同じ添字があるときは, 1-3までの和をとる)}$$

$$P_{33} = P_c = \sin^2 \theta P_T + \cos^2 \theta P_L$$

各結合について分極率の加成性が成り立つとすれば,

$$P_C = \sum \sin^2 \theta P_T + \sum \cos^2 \theta P_L$$

同様にして, 任意の方向の分極率が計算できる.

(結合軸と, 任意の方向のなす角は, **原子座標**から算出できる)