社会とは？

社会とは、個人の意思決定の相互作用

ゲーム　(X, u)

- N = {1, …, n} 社会に属する個人の集合
- $X = \times_{i \in \mathcal{N}} X_i$　個人の選択肢空間の直積
- $u = (u_1, \ldots, u_n)$
  $u_i: X \to \Re$　個人 i の状態依存効用関数

Cf) ニュートン力学における質点系 $(\Re^{6n}, F)$

- N = {1, …, n} 質点の集合
- $(\Re^6)^N$　位相空間
- $F = (F_1, \ldots, F_n)$, $F_i: (\Re^6)^N \to \Re$

ゲーム　と　「他者」

- 情報の価値の観点からすると、他者とは、

  自分の意思決定に関連性があるときのみ意味がある

  cf) 赤の他人、遠い国の出来事

- Q. ゲームを個人の立場から眺めてみよう。

  ゲームのコンポーネントのどれかは、意思決定分析における不確実性とみなすことができるが、それはなにか？

二人同時決定ゲームの双行列 bimatrix 表現

例）　じゃんけんゲーム

- 戦略 strategy の集合は {グー, チョキ, パー}

- 効用は　勝ち、負け、あいこ　がそれぞれ

1, -1, 0

1 / 2	グー	チョキ	パー
グー	0, 0	1, -1	-1, 1
チョキ	-1, 1	0, 0	1, -1
パー	1, -1	-1, 1	0, 0

チキンゲーム　（家事分担）

- 二人ゲーム -- 妻と夫がプレー
- 料理をする、しない　が戦略
- 夫婦共に料理はあまり好きでなく、

できればさぼりたいが、

両者ともにさぼると食事がないので避けたい。

台所は狭くて一人で料理する方が良さそうだが、

自分だけ料理をするのよりは二人で料理する方がまし。

妻 / 夫	する	しない
する	3, 3	2, 4
しない	4, 2	1, 1

ゲーム１ -- 標準ケース

より詳細な量的感覚を反映したチキンゲーム

妻 / 夫	する	しない
する	9, 9	7, 10
しない	10, 7	1, 1

ゲーム２

両者とも結構料理が好きなケース

妻 / 夫	する	しない
する	3, 9	2, 10
しない	10, 7	1, 1

ゲーム３

妻だけ料理が大嫌いなケース

互いに 順序準同型 homo-morphism -- 効用の順序関係を保存

囚人のジレンマ Prisoners' Dilemma ゲーム

1 / 2	協力 Cooperate	裏切り Defect
C	3, 3	1, 4
D	4, 1	2, 2

様々なゲーム

貧乏 / 金持	払う	払わない
払う	3, 5	-10, 6
払わない	10, 3	2, 4

支払いゲーム

1 / 2	使用	不使用
使用	3, 3	1, 10
不使用	10, 1	2, 2

資源集中ゲーム

ゲームをプレー

- チキンゲーム１～３ をプレーしてみよう！
- ゲーム３については、役割を入れ替えてプレーしてみよう！
- 囚人のジレンマ・支払いゲーム・資源集中ゲームをプレーしてみよう！
- 支払いゲームについては、役割を入れ替えてプレーしてみよう！

ナッシュ均衡 Nash Equilibrium

- 社会状態（＝戦略の組）$x^* = (x_1^*, ..., x_n^*) \in X$ がナッシュ均衡であるとは、すべてのプレーヤー i について、

$$x_i^* \in \arg\max_{x_i \in X_i} u_i(x_i, x_{-i}^*)$$

が成り立つことである。

- すなわち、各プレーヤーの戦略は、 他のプレーヤーの戦略の組に対して最適応答 best response になっている。

- チキンゲーム、じゃんけんゲーム、囚人のジレンマ、支払いゲームそれぞれについてナッシュ均衡を探してみよう！

チキンゲーム

- ナッシュ均衡は、順序関係のみによる。

  ゲーム１～３はすべて同じ均衡。

- 複数均衡があるのが大問題！

妻 / 夫	する	しない
する	3, 3	2, 4
しない	4, 2	1, 1

ゲーム１ -- 標準ケース

じゃんけんゲームと最適応答

1 / 2	グー	チョキ	パー
グー	0, 0	1, -1	-1, 1
チョキ	-1, 1	0, 0	1, -1
パー	1, -1	-1, 1	0, 0

ナッシュ均衡が存在しないゲームは

たくさんある

囚人のジレンマと支配戦略

- 他のプレーヤーの戦略は自分にとっては不確実性であることを思いだそう。

- プレーヤー 1 にとって、 D は C を支配 dominate する

$$\forall x_2[u_1(D, x_2) \geq u_1(C, x_2)]$$

cf) プレーヤー 1 にとって、2 の戦略を知ることの情報の価値は 0

1 / 2	C	D
C	3, 3	1, 4
D	4, 1	2, 2

- 支配戦略がない方がむしろ一般的

学習後のプレー

- もう一度、ゲーム１～３（３については役割を入れ替えてもう一度）をプレーしてみよう！

- もう一度、囚人のジレンマ、支払いゲーム（入れ替えてもう一度）、資源集中ゲームをプレーしてみよう。

意思決定分析やゲーム理論の範囲

意思決定分析やゲーム論では、効用関数の形状自体は個人の価値観として所与とされる。

- その詳細な研究・分析は、個別状況の観察、脳科学、進化人類学、心理学、他の分野。
- ただし、普遍性が高いと見なされる性質については、理論の一部として扱われることがある。（例）ミクロ経済学の需要の法則 cf) 運動量保存則）

Cf) 物理学との比較で言うと、意思決定分析やゲーム理論は、万有引力の法則や Maxwell の方程式などの力の法則を明示的に組み込まない解析力学に相当。

ゲーム論の一般的な目的

- 社会状況（ゲーム）と解（後述）との因果関係を明らかにすることにより：
  - 現在観察できる社会状況の情報を用いて人の行動を予測する
  - 制度（社会システム）設計を行う （＝社会工学）
  - より合理的に意思決定を行う、教育啓蒙を行う

    社会科学特有の事情
    科学の方が現実より偉い場合がある（後述の誘因両立性）、
    学習による不可逆性

- Cf) 力学の目的
  - 力の場の情報を用いて質点系の振る舞いを予測する
  - エンジニアリング