情報の価値 Value of Information

- 情報を知ることによって、意思決定の結果得られる期待効用が上昇する場合、その上昇分（限界 marginal 効用）を「情報の価値」という。
- 情報を得る前にどのように情報の価値を評価できるだろう？（事前 ex-ante 評価）
- どのような場合に情報の価値が大きい（小さい）だろう？

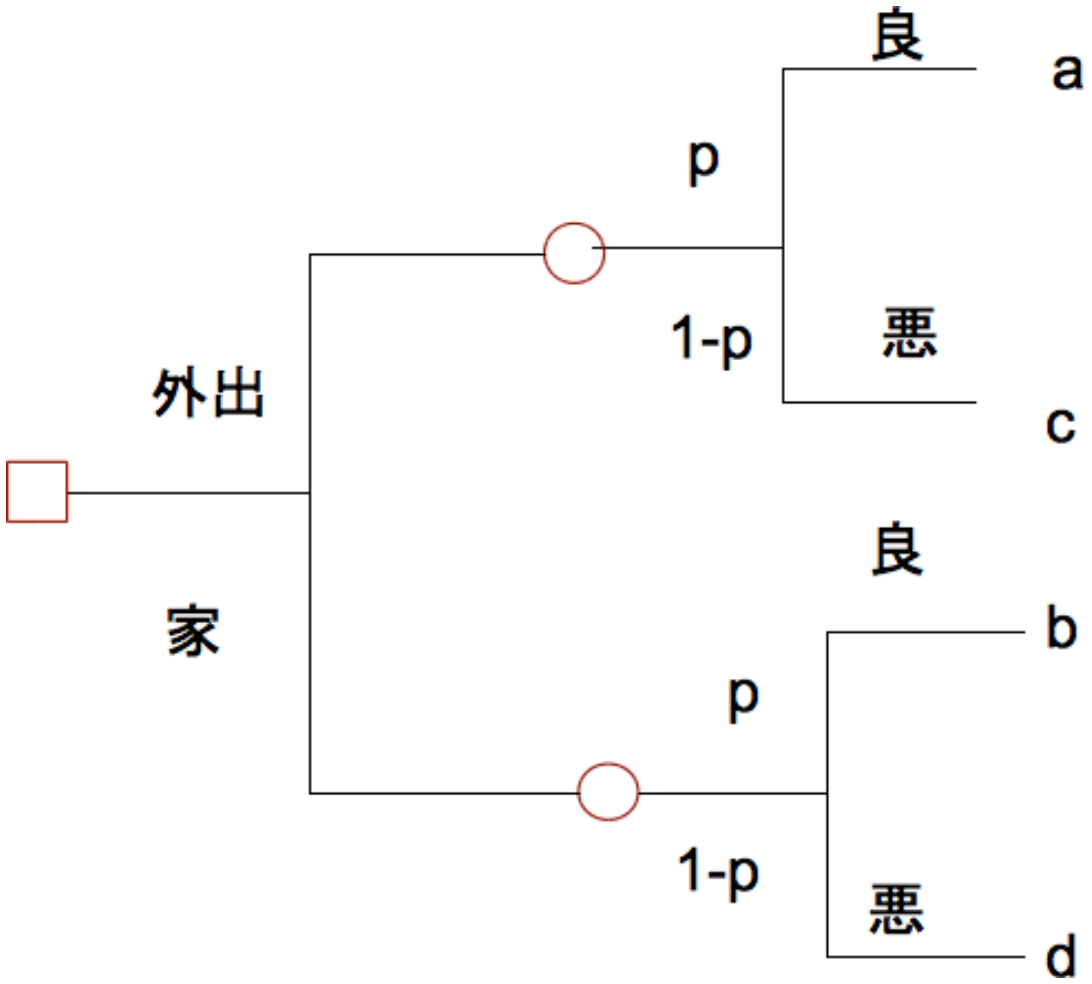
状態　と　効用表現

- 決定ノードと不確実性ノードがちょうどひとつずつあるような問題状況は、意思決定の最も基本的な場合（プロトタイプ）
- 決定ノードで選択された選択肢を $x \in X$

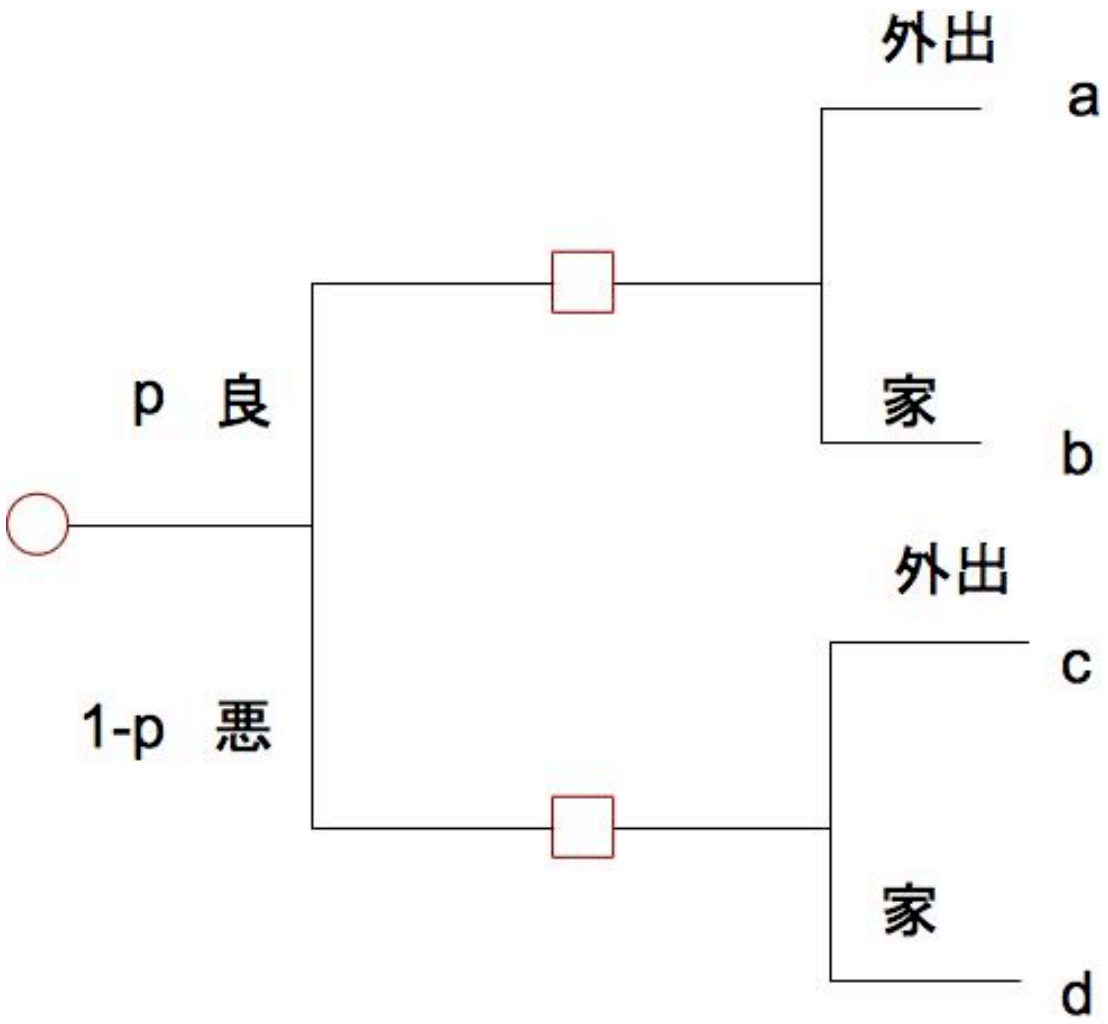
  不確実性ノードで実現した状態 state を $\omega \in \Omega$

  とすれば、順序によらず、その両方が実現された枝における効用は　$u(\omega, x)$　と表現可能

情報を得る前に意思決定



情報を得た後に意思決定



完全情報の価値の期待値

expected value of perfect information (EVPI)

情報が得られたとき、その予測精度が完璧であるとき、これを完全情報という

例）　天気予報における降水「確率」は不完全情報

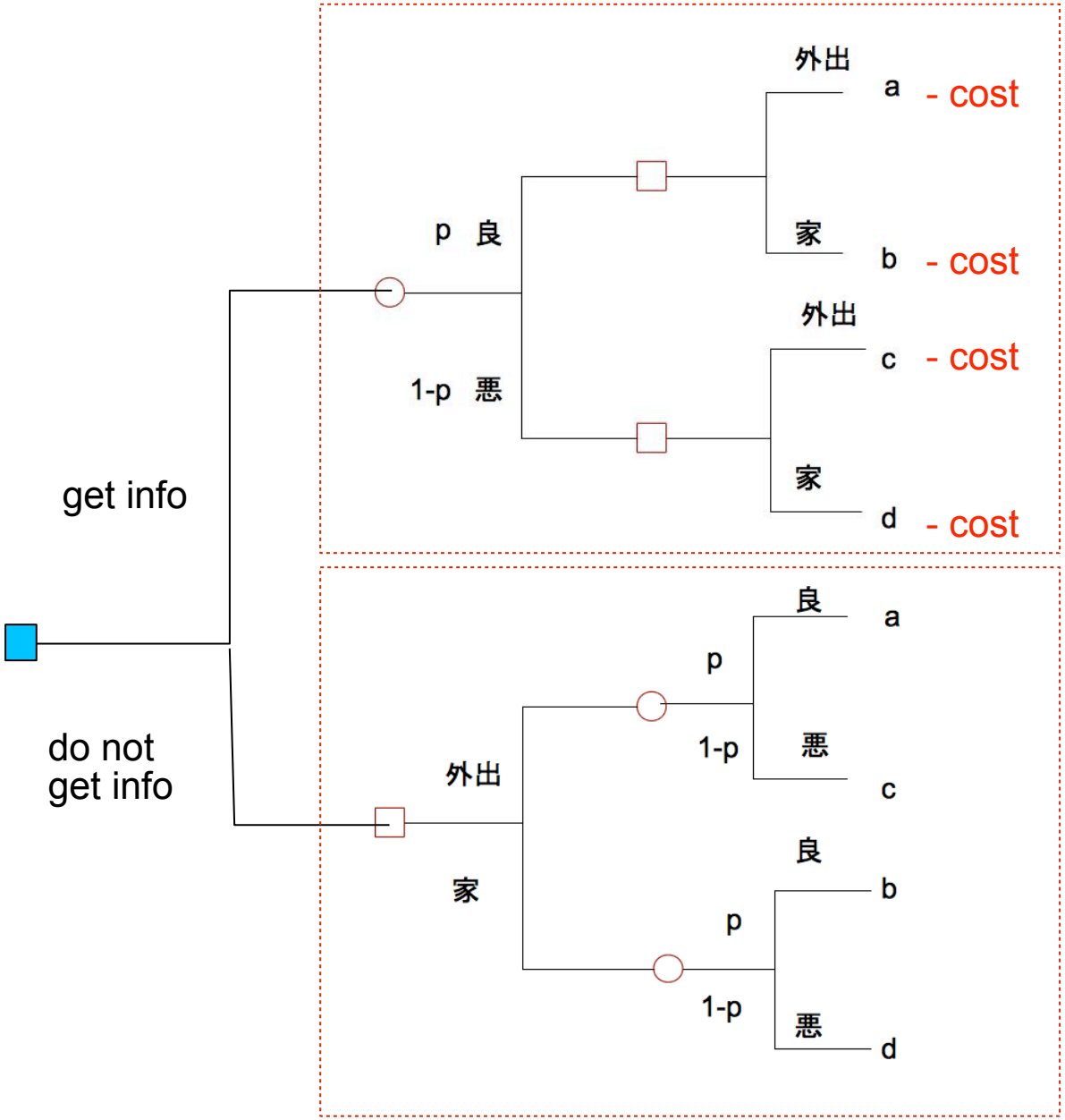
$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \max_{x \in X} u(\omega, x) - \max_{x \in X} \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) u(\omega, x)$$

＊　max と Σ の順序に注意！

簡単に証明できるが、EVPI は常にゼロ以上

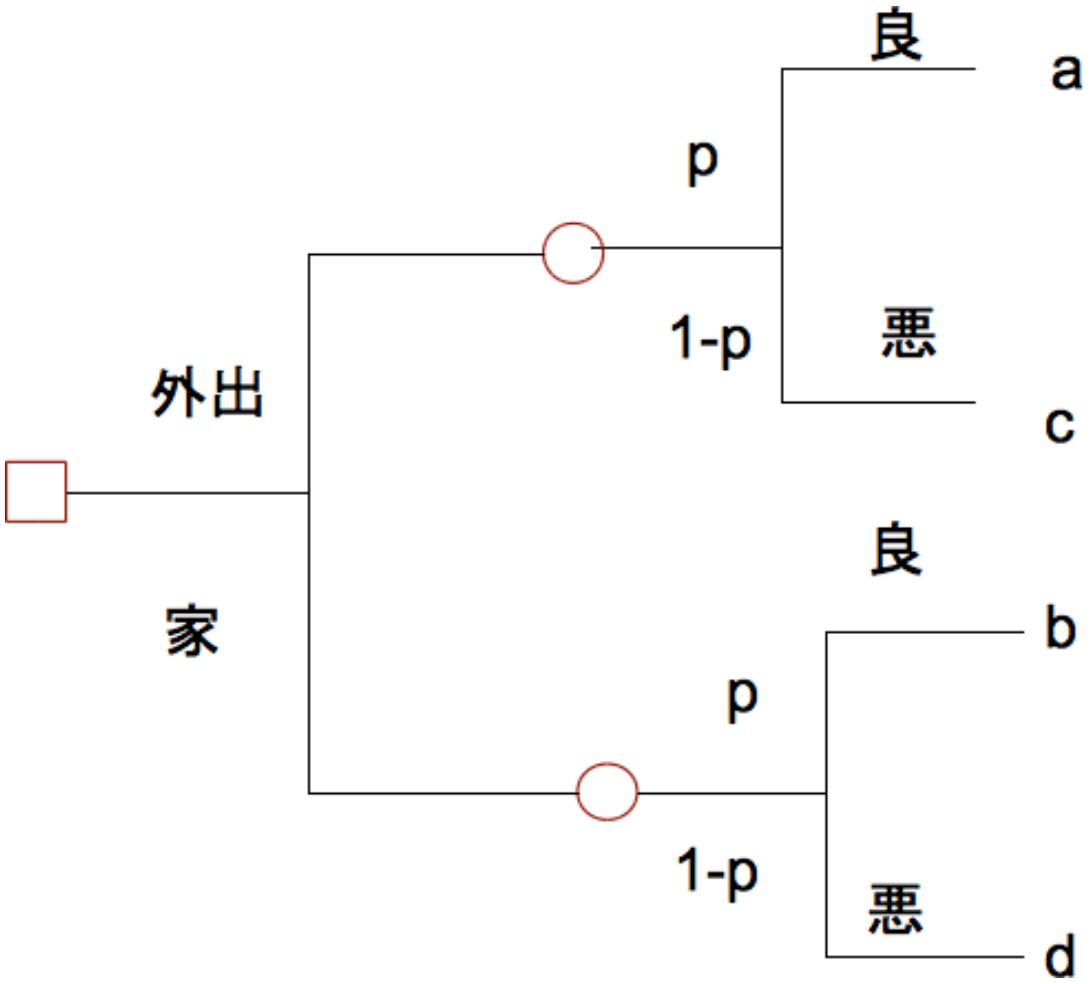
以下、情報の価値の感度分析を行って、情報の価値の性質を調べてみよう！

情報をゲットするかどうかの意思決定



EVPI と cost の
大小比較で
情報をゲットの
意思決定を行う

情報の価値がない場合 I
無関心 Indifference



$$u(\omega, x) = u(\omega', x)$$

a = c, b = d のとき

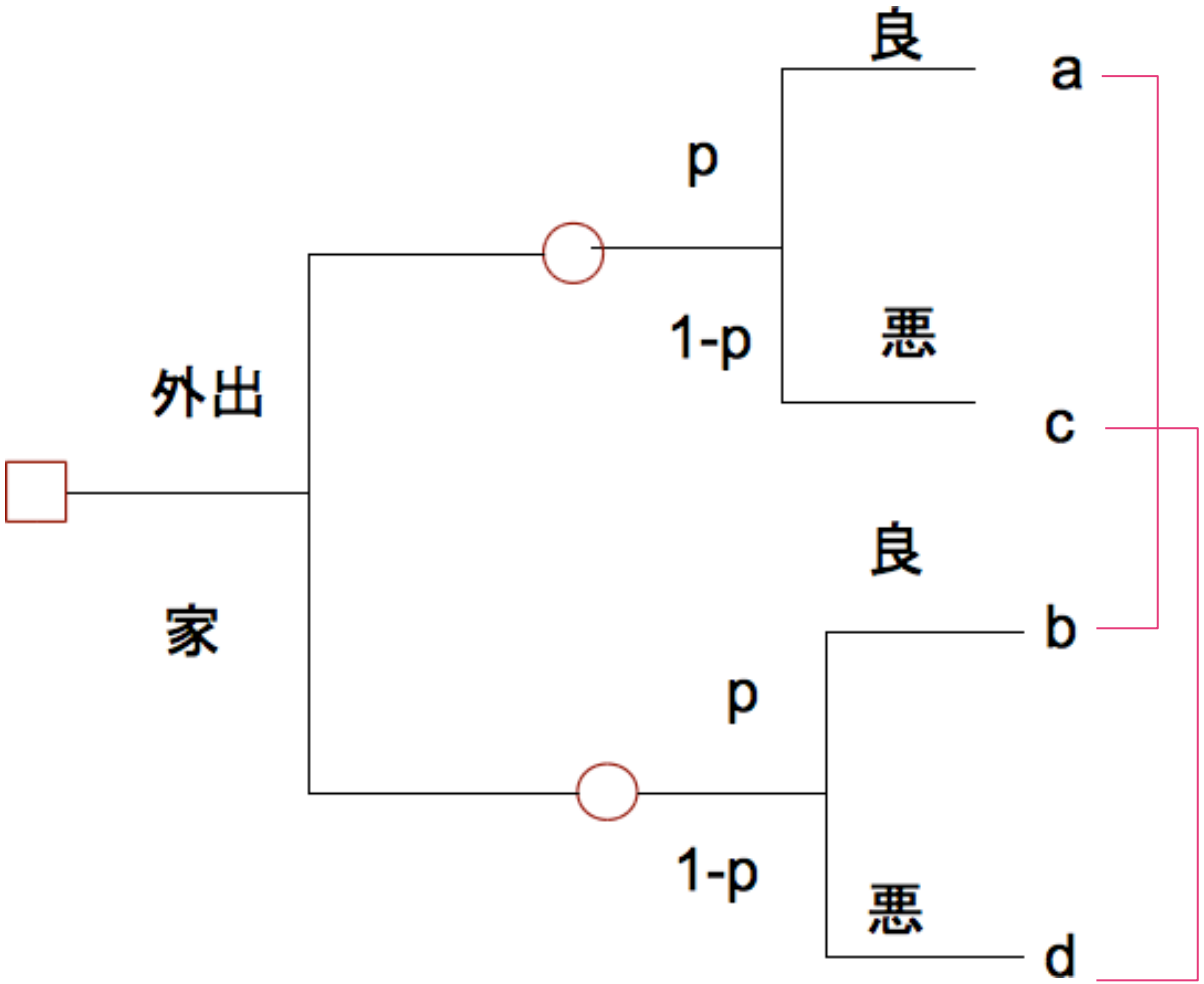
情報の価値がない場合 II
支配 Dominance 状況

ω の値によらず、最適解が変わらない場合、

$$u(\omega, x) \geq u(\omega, x')$$

その最適解 x は、他の選択肢 x' を（状態空間上で）パレート支配 Pareto dominate するという。

情報の価値がない場合 II
パレート支配 Pareto dominance



$$a \geq b$$

$$c \geq d$$

Q. どのような時に、
外出の例で、支配関係
が生じるだろう？

情報の価値が低い場合 III
情報量（エントロピー）と情報の価値

情報を得る前から、どの状態が生じるかほぼ分かっているとき、情報の価値はほとんどない。

例）天気と外出の例では　p ~ 0 or 1

砂漠での晴れの情報はあまり意味がない

事前評価　と　事後 ex-post 評価

- 事前評価 EVPI は、実際に起こる状態の確率評価に依存する。

$$\sum_{\omega\in\Omega} p(\omega)\max_{x\in X} u(\omega,x) - \max_{x\in X}\sum_{\omega\in\Omega} p(\omega)u(\omega,x)$$

↓

- 事後評価は、実現した状態を所与として評価を下す。（＝　例　砂漠における雨の情報の価値は高そう）

$$\max_{x\in X} u(\omega^*,x) - u(\omega^*, \arg\max_{x\in X}\sum_{\omega\in\Omega} p(\omega)u(\omega,x))$$

ただし、ω^*　を実現した状態とする。