電磁気学（国際開発）
(2) 電荷と電界

高田潤一
takada@ide.titech.ac.jp

2009 年 12 月 3 日

概 要

本日は電荷と電界について説明する．具体的な内容としては，電荷と電荷の間に発生する力を表すクーロンの法則，電荷が作る場の関数である電界とその流れを表す電気力線，電荷と電界の間に成り立つガウスの法則，渦のない保存場である電界のスカラポテンシャルで電位による表現，電位が満足する 2 階微分方程式であるラプラス・ポアソンの方程式，導体と電界及び電位が満足する境界条件，導体がある場合のラプラス・ポアソンの方程式の解法の例，などを扱う．

なお，前回講義で紹介した教科書を正式に採用するので，本資料は講義項目のメモとし，具体的な内容については教科書を参照することとする．

1　シラバス（補足と訂正）

講義計画

講義の回数・中間試験を考慮し，以下のように変更する．ただし，講義の進捗状況によっては内容を減らす場合もある．

1. ガイダンス，ベクトル解析の復習（終了）
2. 電荷と電界：クーロンの法則
3. 電荷と電流：連続の式
4. 電流と磁界：アンペアの法則
5. 電磁誘導：ファラデーの法則
6. 物質の電磁気学的性質：誘電率・透磁率・導電率
7. 変位電流：アンペアの法則の拡張
8. 中間試験
9. マクスウェルの方程式
10. 正弦振動と複素表現：フーリエ変換の利用
11. 波動方程式とヘルムホルツ方程式

12. 電磁波の伝搬：平面波
13. 電磁波の反射・屈折
14. 電磁波の放射

教科書・参考書等

本専攻の平野先生が共著で新しい教科書を出版したので，これを使用する．

浅田雅洋，平野拓一，**電磁気学**, 培風館, 2009.

2　電荷と電界（教科書 2 章「静電界と電位」）

- クーロンの法則：点電荷間に互いに働く力（静電気力） (2.1)
- 電界：静電気力を，源 (source) となる電荷によって発生した場 (界 (かい), field) と，観測点 (observation point) に置かれた電荷との相互作用で表現 (1.4)(p.8)
- 点電荷の作る電界 (2.3)
- 重ね合わせ：電界の線形性 (2.7), (2.8)
- ガウスの法則：電荷と電界の関係．電界は電荷から湧き出す (2.13), (2.14)
- ガウスの法則の証明：点電荷 (p.49 下) に対しては立体角 (1.16)–(1.18)(p.21) で説明．重ね合わせ
- ガウスの法則の計算例：円筒，平面，球〜ある座標に関して一様
- 電界は保存場：仕事量 (1.11)(p.13) の経路積分が始点と終点のみで決定，周回積分はゼロ (2.17)
- 電位：保存場はポテンシャル（電位）の勾配で表現 (2.23)，重ね合わせ (2.26)
- 導体：電荷が自由に移動 ⇒ 等電位 ⇒ 電界は垂直
- ラプラス・ポアソンの方程式：保存場が満足する方程式 (2.31)
- ラプラス・ポアソンの方程式の計算例：平面

課題

12 月 7 日（月）15:00 までにメールボックス S6-4 に提出する．

用紙は A4 版とする．表紙は不要であるが 1 枚目右上に学籍番号と氏名を明記する．複数ページの場合はホチキス留めすること．

2.6 図 2.47 のように 2 つの同心導体球がある。内導体 I に電荷量 Q_1 を，外導体 II に電荷量 Q_2 を与えたとき，電界および電位を内導体 I の中心からの距離 r の関数として求めよ。ただし，無限遠の電位を基準とする。

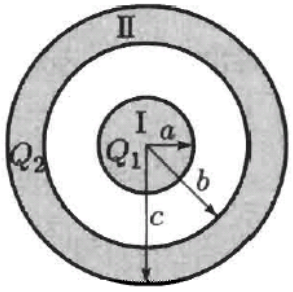

図 2.47

2.9 原点に置かれた単位点電荷 $\rho(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z)$ がつくる電位を求める。電位 ϕ はポアソンの方程式

$$\nabla^2\phi(\boldsymbol{r}) = -\frac{\rho(\boldsymbol{r})}{\varepsilon_0}$$

を満たすので，微分方程式

$$\nabla^2\phi(x,y,z) = -\frac{\delta(x)\delta(y)\delta(z)}{\varepsilon_0}$$

を ϕ について解けばよい。

(1) 球対称性を仮定し，斉次方程式 $\nabla^2\psi(x,y,z) = 0$（ラプラスの方程式）の解を求めよ。ただし，ψ は原点からはるか遠方では 0 であるとする。（ヒント：球座標で解くと楽である。また，途中で

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = r\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + 2\frac{\partial\psi}{\partial r}$$

を考慮し，$\Psi = r\psi$ と置換する。）

(2) (1) で求めた解は原点以外において $\nabla^2\psi(x,y,z) = 0$ であるが，原点では発散する。ポアソンの方程式に (1) の解を代入して (1) の未知係数を決定せよ。（ヒント：原点を中心とする球内で両辺を体積積分する。左辺は $\nabla^2\psi = \nabla\cdot\nabla\psi$ だからガウスの発散定理を用いて境界の面積分に変換できる。）